

Traitement Aveugle de Signaux Biomédicaux

Amar Kachenoura

▶ **To cite this version:**

Amar Kachenoura. Traitement Aveugle de Signaux Biomédicaux. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Rennes 1, 2006. Français. NNT : . tel-00359155

HAL Id: tel-00359155
https://theses.hal.science/tel-00359155

Submitted on 6 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° Ordre : 3342

THESE

Présentée devant

L'UNIVERSITE DE RENNES 1

pour obtenir

Le grade de : **DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE RENNES 1**

Mention : **TRAITEMENT DU SIGNAL ET TELECOMMUNICATIONS**

Par

Amar KACHENOURA

Equipe d'accueil : **LTSI – Unité INSERM 642**

Ecole doctorale : **MATISSE**

Composante Universitaire : **UFR Structure et Propriétés de la Matière**

Titre de la thèse :

Traitement Aveugle de Signaux Biomédicaux

Soutenue le 06 juillet 2006 devant la commission d'examen

COMPOSITION DU JURY :

Rapporteurs :	**Jean-Christophe PESQUET**	Professeur à l'Université de Marne la Vallée
	Eric MOREAU	Professeur à l'Université de Toulon
Examinateurs :	**Pierre COMON**	Directeur de Recherche CNRS
	Catherine MORVAN	Responsable Développement Recherche à DELTAMED
Directeur :	**Lotfi SENHADJI**	Professeur à l'Université de Rennes 1
Co-Directeur :	**Laurent ALBERA**	Maître de Conférences à l'Université de Rennes 1

A la mémoire de mon père Said et à celle de mon neveu Sami.

Je déclare que si l'introduction d'une quantité donne de la clarté à la pensée, alors si même à ce moment-là nous n'avons aucun moyen de la déterminer avec précision, son introduction n'est plus seulement légitime mais également préférable. Le non mesurable d'aujourd'hui peut être le mesurable de demain.

J. J. Thomson

Remerciements

Je remercie Messieurs Jean Louis Coatrieux, Directeur de Recherche à l'INSERM, et Lotfi Senhadji, Professeur à l'Université de Rennes1 pour m'avoir accueilli au sein de leur laboratoire. Je tiens aussi à rendre hommage à Monsieur George Vezzosi qui nous a quittés, malheureusement trop tôt en juin 2003, son soutien a été détérminant pour l'initiation de mes travaux de thèse.

Je tiens à remercier Monsieur Lotfi Senhadji, pour avoir encadré ces travaux de recherche. Ses conseils, ses avis et sa confiance m'ont été d'une grande aide au cours de ce travail. J'associe à ces remerciements Monsieur Laurent Albera, Maître de Conférences à l'université de Rennes1. Sa disponibilité durant les moments les plus difficiles, sa rigueur intellectuelle et son souci de perfection ont grandement contribué à la qualité de ce mémoire. Au delà des aspects scientifiques, leur bonne humeur a crée une ambiance de travail particulièrement conviviale et sereine qui, je l'espère, est amenée à se prolonger au delà de cette thèse.

Je remercie très chaleureusement, Monsieur Guy Carrault, Professeur à l'Université de Rennes1, Madame Fabienne Porée, Maître de Conférences à l'Université de Rennes1, Monsieur Alfredo Hernandez, Chargé de Recherche INSERM, et Monsieur Jean-Jacques Bellanger, Maître de Conférences à l'Université de Rennes1, pour leurs soutiens et leurs conseils avisés tout au long de ma thèse.

Je remercie monsieur Pierre Comon, Directeur de Recherche CNRS, d'avoir accepté de présider le jury de soutenance. Je remercie Messieurs Jean-Christophe Pesquet, Professeur à l'Université de Marne la Vallée, et Eric Moreau, Professeur à l'Université de Toulon, d'avoir accepté de rapporter sur ce travail. Un double remerciement pour Madame Catherine Morvan, d'une part pour sa collaboration scientifique , mais aussi pour avoir accepté de juger ce travail.

J'exprime toute ma gratitude aux membres du LTSI, pour leur sympathie et pour l'atmosphère qu'ils ont su créer : Luc, Boris, Julio, Sara , Elisabeth, Jérome, Julien, Muriel, Antoine S, An-

toine D, Carole, Alex, Soizic, Pierre, Tanguy, Paul, Virginie, Etienne, Vincent, Delphine, Anissa, Ahmad, Benam, Miguel, Guilene, Gwenael, Karim, Marie, Lionel, Jeremy, Cemil, mais aussi les étrangers qui ont fait de cours séjours au labo, les nouveaux et les anciens.... Oups, une mention spéciale pour "Lionel, Muriel, Julien, Carole et Jeremy" *pour la lecture et les corrections faites à l'arrache.* Au fait, certains sont bien plus que des collègues (enfin en ce qui me concerne ! ! !).

Je remercie aussi mes anciens amis avec qui j'ai galéré à l'université de Tizi-Ouzou : Hakim le JAP, Nabil VOUKAROU, Meziane le KHINTOUSS, Achour AVERKANE, M'hena THAW-THOULTH,... pour tous les bons moments que nous avons passé ensemble.

Un grand merci aux membres de la star family, à commencer par mon père qui me regarde d'en haut, ma mère (alias jero...) qui m'a toujours assuré de son soutien sans faille, à mes trois grandes soeurs, Aldjia, Ghania et Ourdia, pour m'avoir constamment soutenus et encouragés, à mon frère Hidouche pour son soutien moral et matériel, merci d'avoir cru en moi, à mon frère Rabah avec qui j'ai roulé ma bosse du primaire au lycée, et à mes deux petites soeurs Djidjiga et Nounou, avec qui j'ai eu des fous rires légendaires (autour de grosses marmites de lenti...).

Comment oublier mes neveux et nièces, Yanis, Aris, Idir, Yacine, Lydia, Erina et bien sur Aniss. Sami, je ne t'ai pas oublié, tu aura toujours une petite place dans mon coeur.

Merci également à Khali Moh, Khalti Hasni, Nadia, Lola, Malek, Achour, Farid, Cédric, Raphael, Olivier, Djedjiga, Emmanuelle, Daniel et Odile pour leur soutien.

Pour finir, je termine par un incontournable "Merci" à Kristell pour son amour, sa patience, sa participation à la correction de la thèse et pour m'avoir supporté, surtout les six derniers mois de ma thèse.

Grand merci à tous.

AMAR

Table des matières

Remerciements **iii**

Acronymes et Notations **ix**

1 Introduction **1**

1.1 La problématique du Traitement Aveugle de Signal (TAS) 1

1.2 Les objectifs 2

1.2.1 Problème 1 : systèmes ambulatoires et diagnostic des troubles du sommeil 2

1.2.2 Problème 2 : le Système Nerveux Autonome (SNA) 2

1.3 Formulation du problème et hypothèses 3

1.3.1 Formulation du problème 3

1.3.2 Hypothèses 5

1.4 Préliminaires mathématiques 6

1.4.1 Notations matricielles 6

1.4.2 Fonction de contraste 6

1.4.3 Moments et cumulants d'ordre supérieur 7

1.4.3.1 Cas d'une variable aléatoire réelle 7

1.4.3.2 Cas d'une variable aléatoire complexe 8

1.4.3.3 Cas d'un vecteur aléatoire complexe 9

1.4.3.4 Propriétés des moments et cumulants 11

1.4.3.5 Estimation des moments et cumulants 12

1.4.4 Spectres d'ordre supérieur (polyspectres) 13

1.4.5 Standardisation 14

1.4.5.1 Standardisation classique (blanchiment classique) 14

1.4.5.2 Standardisation améliorée (blanchiment robuste) 15

1.5 Survol bibliographique des techniques de SAS 16
1.5.1 Mélanges instantanés MIMO 16
1.5.2 Mélanges convolutifs MIMO 21
1.6 Résumé des chapitres 23

2 La SAS en ingénierie biomédicale 27
2.1 Apport de la SAS à l'analyse des signaux électrophysiologiques 27
2.1.1 Survol des applications existantes 27
2.1.1.1 Analyse de signaux électrocardiographiques 28
2.1.1.2 Analyse de signaux électroencéphalographiques 35
2.1.1.3 Analyse des signaux éléctromyographiques 42
2.1.1.4 Autres applications biomédicales 45
2.1.2 Séparation de mélanges pour le monitoring des troubles du sommeil à domicile 45
2.1.2.1 Description des états de vigilance dans un tracé normal de sommeil 47
2.1.2.1.1 La veille 48
2.1.2.1.2 Le sommeil lent 48
2.1.2.1.3 Le sommeil paradoxal 49
2.1.2.1.4 Organisation d'une nuit de sommeil normale 50
2.1.2.2 Les troubles du sommeil 50
2.1.2.2.1 Les insomnies 50
2.1.2.2.2 Les hypersomnies 51
2.1.2.2.3 Les parasomnies 51
2.1.2.2.4 Troubles du rythme circadien 51
2.1.2.3 Symptômes et démarches diagnostiques 52
2.1.2.4 Positionnement du problème 53
2.1.2.5 Nombre requis d'électrodes et choix de leurs placements . . . 55
2.1.2.5.1 Configuration minimale 55
2.1.2.5.2 Configuration proposée 56
2.1.2.6 Procédure d'extraction et d'isolation des événements utiles . . 59
2.1.2.6.1 Extraction de l'EMG 59
2.1.2.6.2 Filtrage passe bas de F7m, F8m, FP1m et FP2m . . . 61
2.1.2.6.3 Extraction des autres activités électrophysiologiques par ACI 61
2.1.2.6.4 Mise en correspondance des sources estimées 61

2.2 Justification du modèle choisi et indépendance des sources 63
2.2.1 Le modèle de mélange choisi 63
2.2.2 L'indépendance des sources 65
2.3 Etude comparative des performances d'algorithmes de SAS 65
2.3.1 Méthodes envisagées 65
2.3.1.1 L'algorithme SOBI 67
2.3.1.2 L'algorithme TFBSS 67
2.3.1.3 L'algorithme JADE 68
2.3.1.4 L'algorithme COM2 68
2.3.1.5 L'algorithme COM1 69
2.3.1.6 L'algorithme INFOMAX 69
2.3.1.7 L'algorithme FOBIUM 70
2.3.1.8 Les algorithmes ICAR et BIRTH 71
2.3.1.9 L'algorithme FastICA 72
2.3.2 Génération des données synthétiques 73
2.3.2.1 Génération des sources 73
2.3.2.2 Génération du mélange 75
2.3.3 Critère de performance 76
2.3.4 Présentation des résultats issus des différentes simulations 77
2.3.4.1 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB identique 77
2.3.4.2 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB source dépendant 79
2.3.4.3 Etude de l'influence du RSB 81
2.3.4.4 Etude de l'influence de la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ 81
2.3.4.5 Synthèse des résultats 84
2.3.4.6 Apport du blanchiment robuste 88
2.3.4.7 Etude de convergence 88
2.3.5 Conclusion 95
2.4 Evaluation sur signaux réels 95
2.4.1 Description des enregistrements 95
2.4.2 Evaluation des performances de notre procédure 96
2.4.2.1 Evaluation qualitative 97
2.4.2.2 Evaluation quantitative 98
2.4.3 Conclusion 102

3 Déconvolution aveugle des signaux biomédicaux 105
3.1 l'ECG . . . 105
3.2 Le système nerveux autonome . . . 106
3.2.1 Effets du SNA sur l'activité cardiaque . . . 107
3.3 Positionnement du problème . . . 107
3.4 Modélisation du problème . . . 108
3.5 Nouvelles approches d'estimation de phase d'un système SISO . . . 110
3.5.1 Introduction . . . 110
3.5.2 Les méthodes q-PEP . . . 112
3.5.3 Les méthodes (q_1, q_2)-PEP . . . 115
3.5.4 Quelques éléments pour la mise en oeuvre pratique des algorithmes proposés 116
3.5.5 Simulations . . . 117
3.5.5.1 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB donné 119
3.5.5.2 Etude de l'influence du RSB . . . 122
3.5.5.3 Etude de l'influence du choix des tranches 1D et 2D du polyspectre 124
3.5.5.4 Etude des performances de la méthode $(4,6)$-PEP$_{2D}$ . . . 124
3.5.6 Conclusion . . . 126

4 Conclusion Perspectives 127

A Estimation du polyspectre 131

B Matrices de confusion obtenues pour chaque patient 135

C Calcul de la sensibilité et de la spécificité pour chaque patient 141

D Description de quatre algorithmes d'estimation de phase 145
D.1 L'algorithme de Matsuoka/Ulrych . . . 145
D.2 L'algorithme Petro/Pozi . . . 149
D.3 L'algorithme Pozi/Petro . . . 150

References 151

Acronymes et Notations

Abbréviations utilisées

– *Traitement du signal*

ACI Analyse en Composantes Indépendantes

FAS Filtres Adaptés Spatiaux

LIT Linéaires et Invariants dans le Temps

MIMO Multiple Input-Multiple Output

RSB Rapport Signal à Bruit

SAS Séparation Aveugle de Sources

SISO Single Input-Single Output

TAS Traitement Aveugle du signal

TITO Two Input-Two Output

– *Méthodes de SAS*

FOBIUM Fourth Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures of sources

BIRTH Blind Identification of source mixtures using Redundancies in the daTa Hexacovariance matrix

COM1 COntrast Maximization 1

COM2 COntrast Maximization 2

FastICA Fast Independent Component Analysis

ICAR Independent Component Analysis using Redundancies in the quadrico-variance

INFOMAX INFOrmation MAXimization

JAD Joint Approximate Diagonalization

JADE Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrices

SOBI Second Order Blind Identification

TFBSS Time Frequency Blind Source Separation

– *Biomédicales*

ECG ElectroCardioGramme

EEG ElectroEncéphaloGramme

EGG EléctroGastroGrammes

EMG ElectroMyoGramme

EOG Electro-OcculoGramme

IRMf Imagerie par Résonance Magnétique **f**onctionnelle

MEG MagnétoEncéphaloGramme

MOR Mouvements Oculaires Rapides

NAV Noeud Auriculo-Ventriculaire

PEA Potentiels Evoqués Auditifs

PES Potentiels Evoqués Somesthésiques

PEV Potentiels Evoqués Visuels

SNA Système Nerveux Autonome

VFC Variabilité de la Fréquence Cardiaque

Notations

- les *variables* sont écrites en italique ;
- les *vecteurs* sont représentés par des lettres minuscules en gras ;
- les *matrices* et les *tenseurs* sont représentés par des lettres majuscules en gras ;
- $\boldsymbol{B}^{\mathsf{T}}$ désigne la transposée de $\boldsymbol{B}$;
- $\boldsymbol{B}^{\mathsf{H}}$ désigne la transposée hermitienne de $\boldsymbol{B}$;
- $\boldsymbol{B}^{*}$ désigne la conjuguée complexe de $\boldsymbol{B}$;
- $\widehat{\boldsymbol{B}}$ désigne l'estimée de $\boldsymbol{B}$;
- P représente le nombre de sources ;
- N représente le nombre d'observations ;
- M représente le nombre total d'échantillons temporels ;
- K représente le nombre total d'échantillons fréquentiels ;
- $\boldsymbol{s}[m]$ représente le m-ième vecteur aléatoire des sources de dimension $(P \times 1)$;
- $\boldsymbol{\nu}[m]$ représente le m-ième vecteur aléatoire de bruit de dimension $(N \times 1)$;
- $\boldsymbol{x}[m]$ représente le m-ième vecteur aléatoire des observations de dimension $(N \times 1)$;
- $\boldsymbol{\mathcal{T}}$ désigne une matrice triviale, c'est-à-dire de la forme $\mathbf{\Lambda\Pi}$ ou $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale inversible et $\mathbf{\Pi}$ une matrice de permutation ;
- $\otimes$ représente l'opérateur du produit de Kronecker ;
- $\odot$ représente l'opérateur du produit de Hadamard ;
- $\oslash$ représente l'opérateur du produit de Khatri-Rao ;
- $\|\boldsymbol{B}\|_F$ désigne la norme de Frobenius de la matrice $\boldsymbol{B}$.

Chapitre 1

Introduction

1.1 La problématique du Traitement Aveugle de Signal (TAS)

De nombreuses applications (biomédicales, télécommunications, etc.) nécessitent un prétraitement des données observées afin de dévoiler l'information utile. Autrement dit, le ou les signaux d'intérêts, communément appelés *sources*, ne sont en général pas directement accessibles. En effet, cette information est soumise à plusieurs perturbations dues, par exemple, au milieu de diffusion. Deux questions fondamentales se posent alors :

– peut-on identifier la fonction de transfert liant les sources aux observations ?

– connaissant cette fonction de transfert, la restitution de l'information utile est elle possible ?

Une approche, rendue possible grâce à l'observation simultanée du signal d'entrée et de sortie du système, consiste à minimiser l'erreur quadratique moyenne de sortie par rapport à la fonction de transfert (l'estimation au sens de Wiener en est un exemple). Tel est le cas en télécommunications lorsqu'une séquence d'apprentissage est connue du récepteur. Néanmoins, en pratique, il existe des situations où cette approche est impossible de par l'absence d'information *a priori* sur les sources. Un tel contexte est qualifié *d'aveugle*.

Aussi, des chercheurs ont développé des outils capables uniquement à partir des observations, de retrouver d'une part, les paramètres qui régissent la fonction de transfert (on parle alors *d'identification aveugle de mélange*) et d'autre part, les signaux d'intérêt (on utilise alors le concept *d'extraction ou de Séparation Aveugle de Sources* (SAS)).

Ces méthodes regroupées sous le nom de Traitement Aveugle du Signal (TAS) ont connu un essor considérable ces dernières années. En effet, de nombreux domaines applicatifs ont vu dans le TAS une réponse à bon nombre de problèmes jusqu'alors sans solution. Parmi eux nous retrouvons le domaine biomédical, les télécommunications, l'acoustique, l'exploration sismographique, la géophysique, l'analyse des signaux vibratoires des machines tournantes, etc.

1.2 Les objectifs

Le travail réalisé lors de cette thèse comporte deux volets. Le premier s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche technologique RNTS intitulé SAMIT (Système Ambulatoire pour Malaises Inexpliqués et Troubles du Sommeil). Le second, plus prospectif, a pour finalité la contribution à l'élaboration d'un outils diagnostic pour la prévention des ischémies et des arythmies cardiaques. Ces deux volet sont détaillés ci-dessous.

1.2.1 Problème 1 : systèmes ambulatoires et diagnostic des troubles du sommeil

Le diagnostic des syncopes inexpliquées et des troubles du sommeil reste encore difficile et représente un coût élevé en terme de santé publique (plus de 300 000 personnes font l'objet de multiples hospitalisations parfois prolongées et subissent de nombreux examens complémentaires). Notre problématique s'inscrit dans le cadre d'un projet pluridisciplinaire RNTS, mené en étroite collaboration avec des industriels. L'objectif est le développement de systèmes ambulatoires multivariés permettant d'explorer simultanément et sur une longue durée, les fonctions cardiaques, neurologiques et respiratoires, afin de réduire les coûts, d'améliorer les délais de soins et de faciliter le diagnostic des troubles du sommeil.

L'un des axes du projet concerne la miniaturisation de l'appareillage de mesure pour que le patient puisse l'utiliser à domicile et soit ainsi plus autonome. Dans cette perspective, la réduction du nombre d'électrodes (capteurs) est donc nécessaire. Sous cette contrainte, l'objectif est de reconstruire les signaux d'information (signaux ElectroEncéphaloGraphiques (EEG), ElectroOccculoGraphique (EOG) et d'EletroMyoGraphique (EMG)) requis par l'expert clinicien pour la caractérisation des phases du sommeil. Cependant, le fait d'utiliser un nombre réduit d'électrodes engendre deux difficultés majeures. La première est d'ordre pratique, elle concerne la recherche d'une nouvelle configuration d'électrodes de scalp la plus optimale possible. La seconde provient du fait que nous n'enregistrons pas directement les signaux utiles (EEG, EMG et EOG) sur les capteurs mais plutôt un mélange bruité de ces derniers. Notre problématique se définit alors par :

- la recherche de nouvelles configurations d'électrodes de scalp permettant un recueil optimal des signaux d'intérêt ;
- la mise en place d'algorithmes de traitement du signal pour l'extraction des signaux d'information utile.

1.2.2 Problème 2 : le Système Nerveux Autonome (SNA)

Le Système Nerveux Autonome (SNA) est la partie du système nerveux responsable de la régulation des différentes fonctions internes (cardiovasculaires, pulmonaires, rénales, digestives)

de l'organisme. Ces fonctions internes ont pour rôle d'assurer à l'organisme l'homéostasie (un rythme de base) et de lui permettre une adaptation à tout changement de ce rythme. Le terme autonome indique que la régulation s'opère inconsciemment et existe même lors de comas avec maintien végétatif.

Le SNA possède deux composantes : le système nerveux sympathique, noté $\sum$, et le système nerveux parasympathique noté, $P\sum$. Ces deux composantes desservent généralement les mêmes viscères, et font contrepoids de manière à assurer l'équilibre et le bon fonctionnement de l'organisme. Étant donné que le SNA participe à presque toutes les fonctions importantes de l'organisme, il n'est pas étonnant que son disfonctionnement ait des effets négatifs très étendus sur l'organisme. Il a été montré par exemple que la plupart des troubles du SNA sont reliés à un excès ou à une insuffisance de la régulation des muscles lisses. Les troubles les plus graves, comme l'hypertension, la maladie de Raymand et le syndrome de l'hyperréflectivité autonome touchent les vaisseaux sanguins. On sait aussi qu'une activité sympathique élevée liée à un infarctus, augmente la probabilité d'une arythmie cardiaque fatale. Il apparaît donc évident qu'une connaissance simultanée de la dynamique du $\sum$ et du $P\sum$ est très utile à l'analyse et au diagnostic des différentes pathologies rencontrées en clinique. Cependant, les tonus $\sum$ et $P\sum$ sont deux grandeurs non directement accessibles chez l'être humain. Il serait donc bénéfique d'avoir une méthode qui nous permette la reconstruction de ces composantes cachées à partir d'observations électrophysiologiques de surface.

1.3 Formulation du problème et hypothèses

1.3.1 Formulation du problème

On suppose disposer d'une réalisation de taille $(N\times M)$ d'un processus stochastique vectoriel $\{\boldsymbol{x}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ dont chaque vecteur aléatoire de taille $(N\times 1)$, $\boldsymbol{x}[m]=[x_1[m]\dots x_N[m]]^\mathsf{T}$, vérifie le modèle suivant :

$$\boldsymbol{x}[m] = H(\boldsymbol{s}[m]) + \boldsymbol{\nu}[m] \tag{1.1}$$

où $\boldsymbol{s}[m] = [s_1[m]\dots s_P[m]]^\mathsf{T}$ et $\boldsymbol{\nu}[m] = [\nu_1[m]\dots\nu_N[m]]^\mathsf{T}$ désignent respectivement les m-ièmes vecteurs de sources et de bruit. Quant à l'application H, couramment appelée *mélange*, elle associe à tout vecteur aléatoire complexe de dimension P un vecteur aléatoire complexe de dimension N.

L'objectif de la SAS, est de déterminer des vecteurs aléatoires, $\boldsymbol{y}[m] = [y_1[m]\dots y_P[m]]^\mathsf{T}$, estimant au mieux les vecteurs sources $\boldsymbol{s}[m]$. Autrement dit, la problématique de la SAS consiste

à trouver une application G, appelée *séparateur*, telle que :

$$\boldsymbol{y}[m] = G(\boldsymbol{x}[m]) \tag{1.2}$$

soit une estimée de $\boldsymbol{s}[m]$. Une des applications H les plus rencontrées est le mélange convolutif

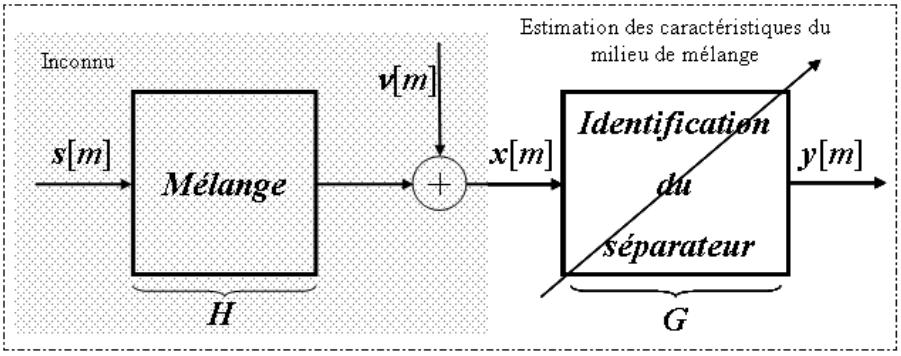


FIG. 1.1 – Diagramme schématique de l'identification aveugle.

MIMO (Multiple Input-Multiple Output) décrit par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{x}[m] = (\boldsymbol{H} \star \boldsymbol{s})[m] + \boldsymbol{\nu}[m] = \sum_{\ell \in \mathbb{N}} \boldsymbol{H}[\ell]\boldsymbol{s}[m-\ell] + \boldsymbol{\nu}[m]; \tag{1.3}$$

où $\boldsymbol{H}$ désigne un banc de filtres Linéaires et Invariants dans le Temps (LIT) de taille $(N{\times}P)$ et $\star$, l'opérateur de convolution discrète.

De ce type de mélange découlent d'une part le mélange convolutif SISO (Single Input-Single Output), et d'autre part le mélange instantané MIMO. Le premier mélange est caractérisé par l'équation suivante :

$$x[m] = (H \star s)[m] + \nu[m] = \sum_{\ell \in \mathbb{N}} H[\ell]s[m-\ell] + \nu[m]; \tag{1.4}$$

où H est la réponse impulsionnelle d'un filtre LIT. Le second mélange est défini par l'équation vectorielle suivante :

$$\boldsymbol{x}[m] = \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}[m] + \boldsymbol{\nu}[m] \tag{1.5}$$

où $\boldsymbol{H}$ est une matrice de taille $(N{\times}P)$. Notons que l'équation (1.2) se réécrit de la manière suivante dans le cas instantané MIMO :

$$\boldsymbol{y}[m] = \boldsymbol{G}\boldsymbol{x}[m] \tag{1.6}$$

où $\boldsymbol{G}$ est une matrice de taille $(P{\times}N)$, et de la manière suivante dans le cas convolutif MIMO :

$$\boldsymbol{y}[m] = (\boldsymbol{G} \star \boldsymbol{x})[m] \tag{1.7}$$

où $\boldsymbol{G}$ désigne un banc de filtres LIT de taille $(P{\times}N)$.

1.3.2 Hypothèses

L'originalité de la SAS provient de la faible exploitation de connaissances *a priori* sur le mélange et sur les dites sources d'intérêt. Un certain nombre d'hypothèses est toutefois nécessaire au bon fonctionnement des méthodes de SAS :

(H1). Le processus vectoriel aléatoire source $\{\boldsymbol{s}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ est stationnaire au sens large et ergodique à l'ordre 6 ;

(H2). Pour tout entier naturel m, les composantes de $\boldsymbol{s}[m]$ sont statistiquement mutuellement indépendantes ;

(H3). Tous les cumulants d'ordre q ($2 \leq q \leq 6$) des sources sont non nuls et absolument sommables (la notion de cumulant sera définie dans la section 1.4.3) ;

(H4). Pour tout couple (m_1, m_2) d'entiers naturels, les composantes du vecteur $\boldsymbol{s}[m_1]$ sont statistiquement indépendantes des composantes de $\boldsymbol{\nu}[m_2]$;

(H5). Le processus vectoriel aléatoire $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ est stationnaire au sens large et ergodique à l'ordre 6 ;

(H6). La suite $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ est un processus vectoriel gaussien ;

(H7). L'application H est supposée stable, inversible et d'inverse stable.

En théorie les hypothèses **(H1)** et **(H5)** ne sont pas nécessaires. Elles trouvent leur intérêt uniquement dans la pratique lorsque certaines quantités statistiques doivent être estimées à partir d'un seul jeu de données. Se pose alors la question de savoir si ces hypothèses sont justifiées pour l'application concernée. L'expérience montre que rares sont les domaines où de telles hypothèses peuvent être retenues. L'estimateur statistique non biaisé et consistant dans le contexte stationnaire continue-t-il alors à vérifier les propriétés des quantités statistiques théoriques lorsqu'il est employé dans un contexte non stationnaire ? Il semble que oui dans certains cas. Toutefois, la prudence doit être de rigueur comme le montre l'étude menée par A. Ferréol et al. [55, 56, 99–101] dans le domaine des radiocommunications. L'hypothèse **(H7)** garantit quant à elle l'existence de réponses fréquentielles bornées. On notera alors $\check{H}$ et $\check{\boldsymbol{H}}$ les réponses en fréquence respectives des systèmes convolutifs SISO et MIMO. Ainsi, $\check{H}$ est donnée par la relation suivante dans le cas SISO :

$$\forall m \in \mathbb{N},\ H[m] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \check{H}(\omega)\, e^{\mathtt{i} m\omega} d\omega \tag{1.8}$$

Par ailleurs, des hypothèses supplémentaires peuvent être faites sur la corrélation temporelle (coloration) des sources. Ainsi, nombre de méthodes de SAS supposent dans le cas convolutif MIMO que les sources d'intérêt sont des suites de variables indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.).

1.4 Préliminaires mathématiques

1.4.1 Notations matricielles

On définit en premier lieu la notation compacte suivante associée à l'opérateur du produit de Kronecker $\otimes$ et appelée *puissance de Kronecker* :

$$\boldsymbol{B}^{\otimes m} = \underbrace{\boldsymbol{B} \otimes \boldsymbol{B} \otimes \ldots \otimes \boldsymbol{B}}_{m \text{ matrices}} \quad \text{with } \boldsymbol{B}^{\otimes 0} = 1 \tag{1.9}$$

où $\boldsymbol{B}$ est une matrice rectangulaire quelconque de taille $(N \times P)$. De ce fait, $\boldsymbol{B}^{\otimes m}$ est une matrice de taille $(N^m \times P^m)$. Rappelons ensuite la définition du produit de Khatri-Rao [90, 226] dont l'opérateur sera noté $\oslash$: soit $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{H}$ deux matrices rectangulaires de tailles respectives $(N_G \times P)$ et $(N_H \times P)$, les colonnes de la matrice $\boldsymbol{G} \oslash \boldsymbol{H}$ de taille $(N_G N_H \times P)$ sont définies par $\boldsymbol{g}_j \otimes \boldsymbol{h}_j$ où $\boldsymbol{g}_j$ et $\boldsymbol{h}_j$ représentent les colonnes de $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{H}$ respectivement. Le produit de Khatri-Rao peut aussi être défini de la manière suivante [226] :

$$\boldsymbol{G} \oslash \boldsymbol{H} = [\boldsymbol{G} \otimes \mathbf{1}_{N_H}] \odot [\mathbf{1}_{N_G} \otimes \boldsymbol{H}] \tag{1.10}$$

où $\odot$ représente l'opérateur du produit de Hadamard et $\mathbf{1}_N$ un vecteur de *uns* de dimensions $(N \times 1)$. On introduit alors la notation suivante, caractérisant la *puissance de Khatri-Rao* :

$$\boldsymbol{B}^{\oslash m} = \underbrace{\boldsymbol{B} \oslash \boldsymbol{B} \oslash \ldots \oslash \boldsymbol{B}}_{m \text{ matrices}} \quad \text{with } \boldsymbol{B}^{\oslash 0} = 1 \tag{1.11}$$

1.4.2 Fonction de contraste

La notion de *contraste* a initialement été introduite par E. Gassiat [107] dans le cas de processus aléatoires scalaires. Cette dernière a ensuite été étendue par P. Comon [62] au cas vectoriel. En quelques mots, un contraste est un critère dont l'optimisation permet d'extraire les sources d'intérêt du dit mélange. Nous allons caractériser cette notion de manière formelle. Notons $\mathcal{F}$ l'espace des vecteurs aléatoires à valeurs dans $\mathbb{C}^N$, $\mathcal{S}$ le sous-espace de $\mathcal{F}$ des vecteurs aléatoires dont les composantes sont mutuellement indépendantes, $\mathcal{H}$ l'ensemble des applications de $\mathcal{F}$ dans lui-même et $\mathcal{H} \cdot \mathcal{S}$ le sous-espace de $\mathcal{F}$ défini comme l'image de $\mathcal{S}$ par $\mathcal{H}$.

Définition 1 *(Application triviale) On définit l'ensemble $\mathcal{T}$ des applications triviales comme l'ensemble des applications de $\mathcal{H}$ qui laissent stable le sous-espace $\mathcal{S}$.*

La définition précédente permet de définir la classe des solutions possibles au problème de SAS. Par ailleurs, notons que dans le cas des mélanges MIMO instantanés, $\mathcal{T}$ désigne l'ensemble des matrices de la forme $\mathbf{\Lambda\Pi}$ où $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale et $\mathbf{\Pi}$ une matrice de permutation.

Définition 2 *(Contraste) Un contraste ψ est une application de $\mathcal{H}\times\mathcal{H}\cdot\mathcal{S}$ dans $\mathbb{R}$ vérifiant les trois propriétés suivantes :*

- *Domination : la valeur du contraste est maximale pour tout vecteur de $\mathcal{S}$, c'est-à-dire, $\forall \boldsymbol{s} \in \mathcal{S}, \forall H \in \mathcal{H}, \psi(H, \boldsymbol{s}) \leq \psi(I, \boldsymbol{s})$, où I est l'application identité ;*
- *Invariance : la valeur du contraste est constante dans la classe de solutions, autrement dit, $\forall \boldsymbol{s} \in \mathcal{S}, \forall H \in \mathcal{T}, \psi(H, \boldsymbol{s}) = \psi(I, \boldsymbol{s})$;*
- *Discrimination : la valeur du contraste est maximale uniquement dans la classe de solutions, c'est-à-dire, $\forall \boldsymbol{s} \in \mathcal{S}, \psi(H, \boldsymbol{s}) = \psi(I, \boldsymbol{s}) \Rightarrow \forall H \in \mathcal{T}$.*

1.4.3 Moments et cumulants d'ordre supérieur

La plupart des techniques de traitement du signal n'exploitent que les statistiques d'ordre 2 telles que la matrice de covariance des observations.Cela implique implicitement que les sources d'intérêt sont gaussiennes. En pratique, cette hypothèse est difficilement vérifiable notamment lorsque les dites sources sont d'origine physiologique. De ce fait, il est restrictif de ne pas tenir compte de l'information disponible aux ordres supérieurs. Aussi nous allons présenter dans cette partie les moments et cumulants d'ordre positif quelconque, y compris d'ordre supérieur.

1.4.3.1 Cas d'une variable aléatoire réelle

Rappelons tout d'abord la définition des fonctions caractéristiques [67, 131, 176] de première et seconde espèce. Nous nous placerons dans le cas où la fonction de répartition de la variable considérée est dérivable bien que cela ne soit pas une condition nécessaire à l'existence des deux fonctions caractéristiques.

Définition 3 *(Fonction caractéristique de première espèce) Soit x une variable aléatoire réelle admettant la densité de probabilité p_x. On appelle fonction caractéristique de première espèce de x la fonction Φ_x définie par :*

$$\Phi_x(v) = \mathsf{E}[e^{(\mathrm{i}vx)}] = \int_{\mathbb{R}} e^{(\mathrm{i}vu)} p_x(u) du$$

où $\mathsf{E}[x]$ désigne l'espérance mathématique de x.

De ce fait, la fonction Φ_x correspond à la conjuguée complexe de la transformée de Fourier de p_x. Par ailleurs, il est à noter que la fonction caractéristique de première espèce est continue en tout point et vaut un à l'origine. Elle est donc non nulle dans un voisinage de l'origine, sur lequel on pourra définir son logarithme népérien, nous donnant ainsi la fonction caractéristique de seconde espèce :

Définition 4 *(Fonction caractéristique de seconde espèce) Soit x une variable aléatoire réelle admettant la fonction caractéristique de première espèce Φ_x. On appelle fonction caractéristique de seconde espèce de x la fonction Ψ_x définie par $\Psi_x = \ln \circ \Phi_x$.*

Les fonctions caractéristiques d'une variable aléatoire, au même titre que la fonction de répartition, décrivent complètement la variable. Néanmoins, en pratique, la loi de probabilité de la variable considérée est inconnue et les fonctions caractéristiques sont difficilement exploitables. On se tourne alors plus aisément vers les moments et cumulants.

Définition 5 *(Moment d'ordre q) Soit x une variable aléatoire réelle admettant la fonction caractéristique de première espèce Φ_x. On appelle moment d'ordre q ($q \geq 0$) de x la quantité suivante :*

$$M_{q,x} = \mathsf{E}[x^q] = (-\mathrm{i})^q \left. \frac{d^q \Phi_x(v)}{dv^q} \right|_{v=0}$$

Définition 6 *(Cumulant d'ordre q) Soit x une variable aléatoire réelle admettant la fonction caractéristique de seconde espèce Ψ_x. On appelle cumulant d'ordre q ($q \geq 0$) de x la quantité suivante :*

$$C_{q,x} = \mathsf{Cum}\{\underbrace{x, ..., x}_{q \text{ termes}}\} = (-\mathrm{i})^q \left. \frac{d^q \Psi_x(v)}{dv^q} \right|_{v=0}$$

1.4.3.2 Cas d'une variable aléatoire complexe

Lorsque la variable aléatoire considérée x est complexe telle que $x = x_1 + \mathrm{i}x_2$ où x_1 et x_2 sont deux variables aléatoires réelles admettant une densité de probabilité conjointe, il est également possible de définir la fonction caractéristique de première espèce de x [131].

Définition 7 *(Fonction caractéristique de première espèce) Soit x une variable aléatoire complexe dont la partie réelle x_1 et la partie imaginaire x_2 admettent une densité de probabilité conjointe. On appelle fonction caractéristique de première espèce de x la fonction Φ_x définie par :*

$$\Phi_x(v) = \mathsf{E}[e^{\mathrm{i}(v_1 x_1 + v_2 x_2)}] = \mathsf{E}[e^{\mathrm{i}\Re\{x^* v\}}]$$

où $v = v_1 + \mathrm{i}v_2$ et $\Re$ désigne l'opérateur partie réelle.

La description statistique d'une variable aléatoire complexe fait intervenir les moments et cumulants croisés entre la variable considérée et sa conjuguée complexe. Par conséquent, il peut être utile de poser la notation suivante concernant respectivement les moments et cumulants d'ordre q ($q \geq 0$) d'une variable aléatoire complexe x :

$$\begin{aligned} M_{r,x}^{q-r} &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{E}[x^r \, (x^*)^{q-r}] \\ C_{r,x}^{q-r} &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{Cum}\{\underbrace{x, ..., x}_{r \text{ termes}}, \underbrace{x^*, ..., x^*}_{q-r \text{ termes}}\} \end{aligned}$$

où les nombres apparaissant en exposant et en indice désignent respectivement le nombre de variables x conjuguées et le nombre de variables x non conjuguées intervenant dans le calcul des moments et cumulants. En pratique, nous serons confrontés non pas à une variable complexe mais plutôt à une suite de variables complexes notées $x[m]$, suite supposée stationnaire au sens large à l'ordre q. Nous emploierons alors les notations suivantes afin de désigner les moments et cumulants d'ordre q croisés entre les différentes variables de la suite :

$$\begin{aligned} M_{r,x}^{q-r}[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}] &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{E}[\underbrace{x[m]\ldots x[m-\tau_{r-1}]}_{r}\underbrace{x[m-\tau_r]^*\ldots x[m-\tau_{q-1}]^*}_{q-r}] \\ C_{r,x}^{q-r}[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}] &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{Cum}\{\underbrace{x[m],\ldots,x[m-\tau_{r-1}]}_{r},\underbrace{x[m-\tau_r]^*,\ldots,x[m-\tau_{q-1}]^*}_{q-r}\} \end{aligned} \tag{1.12}$$

avec $\tau \in \mathbb{N}^*$.

Définition 8 *(Kurtosis) Soit x une variable aléatoire complexe centrée, le kurtosis est défini comme le cumulant d'ordre 4 de x normalisé.*

Définition 9 *(L'asymétrie) Soit x une variable aléatoire complexe centrée, le l'asymétrie est définie comme le cumulant d'ordre 3 de x normalisé.*

1.4.3.3 Cas d'un vecteur aléatoire complexe

Dans le cas plus général d'un vecteur aléatoire complexe $\boldsymbol{x}$ de dimension N, nous noterons comme suit les moments et cumulants d'ordre q de $\boldsymbol{x}$:

$$\begin{aligned} M_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}^{n_{r+1},\ldots,n_q} &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{E}[\underbrace{x_{n_1}\ldots x_{n_r}}_{r}\underbrace{x_{n_{r+1}}^*\ldots x_{n_q}^*}_{q-r}] \\ C_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}^{n_{r+1},\ldots,n_q} &\overset{\text{def}}{=} \mathsf{Cum}\{\underbrace{x_{n_1},\ldots,x_{n_r}}_{r},\underbrace{x_{n_{r+1}}^*,\ldots,x_{n_q}^*}_{q-r}\} \end{aligned}$$

Considérant à présent une suite stationnaire au sens large à l'ordre q de M vecteurs aléatoires $\boldsymbol{x}[m]$, il est utile d'introduire les notations suivantes caractérisant les moments et cumulants d'ordre q croisés de la suite précédente :

$$M_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}^{n_{r+1},\ldots,n_q}[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}] \overset{\text{def}}{=} \mathsf{E}[\underbrace{x_{n_1}[m]\ldots x_{n_r}[m-\tau_{r-1}]}_{r}\underbrace{x_{n_{r+1}}[m-\tau_r]^*\ldots x_{n_q}[m-\tau_{q-1}]^*}_{q-r}]$$

$$C_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}^{n_{r+1},\ldots,n_q}[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}] \overset{\text{def}}{=}$$

$$\mathsf{Cum}\{\underbrace{x_{n_1}[m],\ldots,x_{n_r}[m-\tau_{r-1}]}_{r},\underbrace{x_{n_{r+1}}[m-\tau_r]^*,\ldots,x_{n_q}[m-\tau_{q-1}]^*}_{q-r}\}$$

Afin de simplifier les notations nous désignerons respectivement par $M^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}$ et $C^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}$ les quantités $M^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}[0,\ldots,0]$ et $C^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}}[0,\ldots,0]$ intervenant dans la suite du manuscrit. Ces quantités sont en fait les composantes de tableaux à q dimensions que nous noterons respectivement $\boldsymbol{M}^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}}$ et $\boldsymbol{C}^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}}$. Lorsque q est strictement plus grand que 2, ces tableaux sont appelés *tenseurs*, appellation réservée aux tableaux multidimensionnels vérifiant la propriété de multilinéarité par changement linéaire de coordonnées [117]. En effet, comme nous le verrons dans le paragraphe 1.4.3.4, les moments et cumulants vérifient cette propriété. Cependant, en pratique il n'est pas facile de manipuler des tenseurs, aussi préfère-t-on souvent ranger les composantes de $\boldsymbol{M}^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}}$ et $\boldsymbol{C}^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}}$ dans une matrice plutôt que dans un tenseur de dimension strictement supérieure à 2. Prenons ainsi l'exemple du tenseur cumulant $\boldsymbol{C}^{q}_{q,\boldsymbol{x}}$ de dimension $2q \geq 2$. Il existe $q+1$ manières "différentes" [54] de ranger ses composantes dans une matrice carré de manière à ce que cette dernière soit hermitienne. Indexons par ℓ ces différents rangements et notons alors $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}}$ les matrices de taille $N^q \times N^q$ ainsi obtenues. Ces dernières sont définies de la manière suivante :

$$\mathcal{C}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}}\Big(I_1^{\ell},I_2^{\ell}\Big) = C^{n_{q+1},\ldots,n_{2q}}_{n_1,n_2,\ldots,n_q,\boldsymbol{x}} \tag{1.13}$$

où quels que soient $0 \leq \ell \leq q$ et $1 \leq n_1, n_2, \ldots, n_{2q} \leq N$, on a :

$$\begin{aligned} I_1^{\ell} &= \varphi([\underbrace{n_1 \;\; n_2 \;\; \ldots \;\; n_{q-\ell-1} \;\; n_{q-\ell}}_{q-\ell \text{ premiers indices}} \;\; \underbrace{n_{2q-\ell+1} \;\; \ldots \;\; n_{2q-1} \;\; n_{2q}}_{\ell \text{ derniers exposants}}]) \\ I_2^{\ell} &= \varphi([\underbrace{n_{q+1} \;\; n_{q+2} \;\; \ldots \;\; n_{2q-\ell-1} \;\; n_{2q-\ell}}_{q-\ell \text{ premiers exposants}} \;\; \underbrace{n_{q-\ell+1} \;\; \ldots \;\; n_{q-1} \;\; n_q}_{\ell \text{ derniers indices}}]) \end{aligned} \tag{1.14}$$

et où la fonction φ est définie par :

$$\forall \boldsymbol{z} \in \mathbb{N}^J, \quad \varphi(\boldsymbol{z}) = z(J) + \sum_{j=1}^{J-1} N^{J-j}(z(j)-1) \tag{1.15}$$

notant $z(j)$ la j-ième composante du vecteur $\boldsymbol{z}$.

Notons que les matrices $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}}$ les plus couramment utilisées et contenant respectivement des cumulants d'ordre 2, 4 et 6 sont $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{0}_{2,\boldsymbol{x}}$, $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{1}_{4,\boldsymbol{x}}$ et $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{1}_{6,\boldsymbol{x}}$. Elles sont appelées respectivement matrices de covariance, de quadricovariance et d'hexacovariance et sont généralement notées $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}$, $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}$ et $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}}$.

Remarquons également qu'une autre manière, plus intuitive pour les habitués de Matlab/Scilab, de présenter la construction des matrices $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}}$ consiste à i) construire un tenseur $\boldsymbol{T}$ de dimension $2q$, dont les composantes sont données par :

$$\boldsymbol{T}\begin{pmatrix} n_{2q}, n_{2q-1}, \ldots, n_{2q-\ell+1}, n_{q-\ell}, n_{q-\ell-1}, \ldots, n_1, \\ n_q, n_{q-1}, \ldots, n_{q-\ell+1}, n_{2q-\ell}, n_{2q-\ell-1}, \ldots, n_{q+1} \end{pmatrix} = C^{n_{q+1},\ldots,n_{2q}}_{n_1,n_2,\ldots,n_q,\boldsymbol{x}} \tag{1.16}$$

et ii) générer la matrice $\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}}$ à l'aide de l'opération "de Matlab" suivante :

$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q,\boldsymbol{x}} = \text{reshape}(\boldsymbol{T}, N^q, N^q) \tag{1.17}$$

L'équivalent de la fonction *reshape* sous Scilab est la fonction *matrix*.

1.4.3.4 Propriétés des moments et cumulants

Les moments et cumulants possèdent un grand nombre de propriétés (voir [131,151] pour plus de détails). Nous ne présentons ici que les quelques propriétés qui nous serviront dans la suite du manuscrit. Avant tout rappelons la définition de l'indépendance statistique [176, 177] entre variables :

Définition 10 *(Indépendance statistique) Soient deux variables aléatoires x_1 et x_2 de densités de probabilités marginales respectives p_{x_1} et p_{x_2}. Les variables x_1 et x_2 seront dites indépendantes si et seulement si $p_{x_1,x_2}(u_1,u_2) = p_{x_1}(u_1)\,p_{x_2}(u_2)$, où p_{x_1,x_2} désigne la densité de probabilité conjointe du couple (x_1,x_2).*

Ceci revient à dire que x_1 et x_2 seront indépendantes si et seulement si la densité de probabilité conjointe du couple est égale au produit des densités de probabilité marginales. Voyons à présent les quelques propriétés anoncées :

Propriété 1 *(Indépendance) Si x_1 et x_2 sont deux variables aléatoires indépendantes, à valeurs réelles ou complexes, alors les cumulants croisés d'ordre positif quelconque de x_1 et x_2 sont nuls.*

La propriété 1 implique une autre propriété dite d'*additivité* qui s'énonce comme suit :

Propriété 2 *(Additivité) Si x_1 et x_2 sont deux variables aléatoires indépendantes, le cumulant d'ordre q ($q \geq 0$) de la somme des deux variables est égal à la somme des cumulants d'ordre q de chaque variable, autrement dit, nous avons dans le cas complexe : $C^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2} = C^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}_1} + C^{q-r}_{r,\boldsymbol{x}_2}$.*

Propriété 3 *(Gaussianité) Si x est une variable aléatoire gaussienne, alors tous ses cumulants d'ordre $q > 2$ sont nuls.*

Propriété 4 *(Multilinéarité) Soient deux vecteurs aléatoires $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{s}$,* a priori *complexes, liés par la relation linéaire $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{s}$ où $\boldsymbol{H}$ est une matrice quelconque de dimension $(N \times P)$. Les moments et cumulants d'ordre q ($q \geq 0$) de $\boldsymbol{x}$ sont, dans ce cas, des fonctions linéaires de chacune des composantes $\boldsymbol{H}_{np}$ de $\boldsymbol{H}$.*

Ainsi nous obtenons pour un ordre q ($q \geq 0$) quelconque :

$$C^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}} = \sum_{p_1,\ldots,p_q} H_{n_1p_1}\ldots H_{n_rp_r} H^*_{n_{r+1}p_{r+1}}\ldots H^*_{n_qp_q} C^{p_{r+1},\ldots,p_q}_{p_1,\ldots,p_r,\boldsymbol{s}}$$

ce qui, en utilisant le rangement matriciel défini par les équations (1.13), (1.14) et (1.15), nous donne l'égalité matricielle suivante :

$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q\,\boldsymbol{x}} = \left[\boldsymbol{H}^{\otimes q-\ell} \otimes \boldsymbol{H}^{*\otimes \ell}\right] \boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q\,\boldsymbol{s}} \left[\boldsymbol{H}^{\otimes q-\ell} \otimes \boldsymbol{H}^{*\otimes \ell}\right]^{\mathsf{H}} \tag{1.18}$$

En supposant à présent que les composantes de $\boldsymbol{s}$ sont mutuellement indépendantes, la propriété 1 nous permet d'écrire la relation matricielle suivante :

$$\boldsymbol{\mathcal{C}}^{\ell}_{2q\,\boldsymbol{x}} = [\boldsymbol{H}^{\oslash q-\ell} \oslash \boldsymbol{H}^{*\oslash \ell}]\ \boldsymbol{\zeta}_{2q\boldsymbol{s}}\ [\boldsymbol{H}^{\oslash q-\ell} \oslash \boldsymbol{H}^{*\oslash \ell}]^{\mathsf{H}} \tag{1.19}$$

où $\boldsymbol{\zeta}_{2q\boldsymbol{s}} \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{Diag}\Big(\big[\ C^{1,1,..,1}_{1,1,...1,\boldsymbol{s}} \quad C^{2,2,..,2}_{2,2,..,2\,\boldsymbol{s}} \quad \cdots \quad C^{P,P,..,P}_{P,P,..,P,\boldsymbol{s}}\ \big]\Big)$ est une matrice diagonale de taille $P \times P$. Enfin, notons que d'après les propriétés 2 et 3, les relations (1.18) et (1.19) restent vraies pour $q > 2$ lorsque $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\nu}$ où $\boldsymbol{\nu}$ est un vecteur gaussien dont les composantes sont indépendantes de celles de $\boldsymbol{s}$.

Propriété 5 *(Circularité à l'ordre q) Soit x une variable aléatoire, elle sera dite circulaire à l'ordre q ($q \geq 0$) si sa densité de probabilité est invariante par rotation d'angle $2\pi/(q+1)$ ou de façon équivalente si x et $x\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi/(q+1)}$ ont les mêmes propriétés statistiques.*

Une définition alternative consiste à dire que la variable x est circulaire à l'ordre q si elle vérifie $\mathsf{E}[x^{r_1}(x^*)^{r_2}] = 0$ pour tout couple (r_1, r_2) d'entiers positifs tels que $r_1 + r_2 \leq q$ et $r_1 \neq r_2$.

Propriété 6 *(Parité) Soit x une variable aléatoire dont la densité de probabilité est paire, ses moments et cumulants d'ordre q ($q \geq 0$) impair sont alors nuls. Il en est de même pour une variable aléatoire complexe, dont la densité de probabilité est symétrique par rapport à l'origine.*

Ainsi, d'après les propriétés 5 et 6 des cumulants, si des variables aléatoires complexes sont symétriques et/ou circulaires, les seuls moments et cumulants différents de zéro sont obligatoirement d'ordre $2q$, ce qui motive à exploiter les statistiques d'ordre pair lorsqu'aucune information n'est disponible sur les sources d'intérêt.

1.4.3.5 Estimation des moments et cumulants

Les cumulants d'ordre q_1 ($q_1 \geq 0$) peuvent être calculés à partir des moments d'ordre q_2 ($q_2 \leq q_1$) en utilisant la formule dite de Leonov et Shiryaev [131, 151, 197].

Définition 11 *(Partition) Une partition d'un ensemble $\mathcal{E}$ est un ensemble $\mathcal{P}$ de sous-ensembles $\mathcal{K}_j$ non vides de $\mathcal{E}$ deux à deux disjoints et qui forment un recouvrement de $\mathcal{E}$. Autrement dit $\mathcal{P}$ est une partition de $\mathcal{E}$ si et seulement si les sous-ensembles de $\mathcal{P}$ sont non vides et tout élément e de $\mathcal{E}$ se trouve dans l'un exactement de ces sous-ensembles.*

Propriété 7 *(Formule de Leonov et Shiryaev) Soit Ω_{q_2} l'ensemble de toutes les partitions $\mathcal{P}^i_{q_2}$ de $\{n_1, n_2, \ldots, n_q\}$ constituées de q_2 sous-ensembles $\mathcal{K}^{i,j}_{q_2}$, où $1 \leq n_1, n_2, \ldots, n_q \leq N$. La formule de Leonov-Shiryaev, pour un vecteur aléatoire complexe $\boldsymbol{x}$, est donnée par la relation suivante :*

$$C^{n_{r+1},\ldots,n_q}_{n_1,\ldots,n_r,\boldsymbol{x}} = \sum_{q_2=1}^{q_1} (-1)^{q_2-1}(q_2-1)! \sum_{\mathcal{P}^i_{q_2} \in \Omega_{q_2}} \prod_{\mathcal{K}^{i,j}_{q_2} \in \mathcal{P}^i_{q_2}} \mathrm{E}\left[\prod_{k \in \mathcal{K}^{i,j}_{q_2}} x_{n_k}[m]^{\epsilon_k}\right] \tag{1.20}$$

où $\epsilon_k = \pm 1$ $(1 \leq k \leq q_1)$ avec la convention suivante : $x^1 = x$, et $x^{-1} = x^*$. La formule précédente est très utile. En effet, la définition 6 est difficilement exploitable en pratique pour estimer les cumulants d'ordre q_1 $(q_1 \geq 1)$ d'un processus vectoriel. A l'inverse, sous l'hypothèse de stationnarité au sens large et d'ergodicité à l'ordre q_1, il est très facile d'estimer les moments d'ordre q_2 $(q_2 \leq q_1)$ par moyennage temporel des échantillons du processus [10, 151].

1.4.4 Spectres d'ordre supérieur (polyspectres)

Le spectre d'ordre q $(q > 2)$ d'un processus stochastique peut être défini à partir de ses moments ou bien de ses cumulants d'ordre q. Néanmoins, J. L. Lacoume et al. ont apporté dans [131, pp. 44 et pp. 68-69] plusieurs éléments en faveur des cumulants. De plus certaines propriétés des cumulants telles que les propriétés 1 et 3 ne sont pas satisfaites par les moments. Nous avons donc choisi pour ces raisons de présenter le polyspectre défini à l'aide des cumulants. Par ailleurs, nous nous limiterons à la définition du polyspectre d'un processsus scalaire dans la mesure où nous n'exploiterons que cette dernière dans l'approche PEP (Phase Estimation using Polyspectra) présentée dans la section **??**.

Définition 12 *(Polyspectre) Soit* $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ *un processus aléatoire,* a priori *complexe, stationnaire à l'ordre* q *(*$q > 2$*). Supposons de plus que ses cumulants d'ordre* q *(c.f. equation (1.12)) soient absolument sommables. Alors le spectre d'ordre* q *de* $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ *existe et est défini par la transformée de Fourier discrète* $(q-1)$*-dimensionnelle des cumulants d'ordre* q *de* $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ *[110, 131, 160] :*

$$\Gamma_{r,\,x}^{q-r}(\omega_1, \ldots, \omega_{q-1}) = \sum_{\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}} C_{r,\,x}^{q-r}[\tau_1, \ldots, \tau_{q-1}]\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_1\tau_1 + \ldots + \omega_{q-1}\tau_{q-1})} \tag{1.21}$$

avec $\omega_j \in [0, 2\pi]$ *pour* $j \in \{1, 2 \ldots, q-1\}$.

Nous noterons par la suite $\psi_{r,\,x}^{q-r}$ la phase du polyspectre $\Gamma_{r,\,x}^{q-r}$ définie par :

$$\Gamma_{r,\,x}^{q-r}(\omega_1, \ldots, \omega_{q-1}) = |\Gamma_{r,\,x}^{q-r}(\omega_1, \ldots, \omega_{q-1})|\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{r,\,x}^{q-r}(\omega_1,\ldots,\omega_{q-1})} \tag{1.22}$$

Par ailleurs, remarquons que par construction le polyspectre est une fonction 2π-périodique. D'autre part, nous nommerons dans la suite *bispectre*, *trispectre* et *quintuspectre* du processus $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ les polyspectres $\Gamma_{2,\,x}^{1}$, $\Gamma_{2,\,x}^{2}$ et $\Gamma_{3,\,x}^{3}$. Enfin une procédure d'estimation du spectre d'ordre q $(q > 2)$ est présentée dans l'annexe **??**.

1.4.5 Standardisation

1.4.5.1 Standardisation classique (blanchiment classique)

Soit $\{\boldsymbol{x}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ un processus stochastique vectoriel à valeurs complexes de dimension N vérifiant le modèle (1.5) où les processus $\{\boldsymbol{s}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ et $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ suivent les hypothèses **(H1)** à **(H5)**. Notons par ailleurs $\boldsymbol{R_x}$ la matrice de covariance de $\{\boldsymbol{x}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$. La standardisation – on emploie également le terme de blanchiment – est la transformation affine qui associe à $\{\boldsymbol{x}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ un processus stochastique vectoriel centré $\{\boldsymbol{z}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ de dimension P ($P \leq N$) dont la matrice de covariance est l'identité $\mathbf{I}_P$. Autrement dit on cherche la matrice $\boldsymbol{\Theta}$ dite de blanchiment telle que pour tout entier naturel m :

$$\boldsymbol{z}[m] = \boldsymbol{\Theta}\left(\boldsymbol{x}[m] - \boldsymbol{\nu}[m]\right) \tag{1.23}$$

avec :

$$\boldsymbol{R_z} = \mathbf{I}_P \tag{1.24}$$

On obtient alors en utilisant premièrement l'équation (1.5), puis la relation matricielle (1.18) de multilinéarité :

$$\boldsymbol{R_z} = \boldsymbol{\Theta}\,\underbrace{\boldsymbol{H}\,\boldsymbol{R_s}\,\boldsymbol{H}^{\mathsf{H}}}_{\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}}\,\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{H}} = \boldsymbol{\Theta}\left[\boldsymbol{R}_{\tilde{\boldsymbol{s}}}^{1/2}\right]\left[\boldsymbol{R}_{\tilde{\boldsymbol{s}}}^{1/2}\right]^{\mathsf{H}}\boldsymbol{\Theta}^{\mathsf{H}} = \mathbf{I}_P \tag{1.25}$$

où $\boldsymbol{R}_{\tilde{\boldsymbol{s}}}^{1/2}$ désigne une racine carré de la matrice $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$. Une solution consiste donc à prendre pour matrice $\boldsymbol{\Theta}$ l'inverse d'une des racines carrées de la matrice $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$. Or il est possible de calculer une racine carrée de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$ par diagonalisation de cette dernière. En effet, la matrice $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$ est hermitienne et, qui plus est, semi-définie positive. La décomposition de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$ en éléments propres peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{R_{\tilde{s}}} = \boldsymbol{E}\,\boldsymbol{L}\,\boldsymbol{E}^{\mathsf{H}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{L_s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix}^{\mathsf{H}} \tag{1.26}$$

où $\boldsymbol{L_s}$ est la matrice diagonale réelle de taille ($P\times P$) des valeurs propres non nulles de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$, $\boldsymbol{E_s}$ est la matrice de taille ($N\times P$) des vecteurs propres orthonormée associés, et $\boldsymbol{E_\nu}$ la matrice de taille ($N\times N-P$) des vecteurs propres orthonormés associés aux valeurs propres nulles de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$. Une racine carrée de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$ est alors donnée par la formule suivante :

$$\boldsymbol{R}_{\tilde{\boldsymbol{s}}}^{1/2} = \boldsymbol{E_s}\,\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \tag{1.27}$$

Il suffit alors de poser $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{L}_{\boldsymbol{s}}^{1/2}]^{-1}\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{s}}^{\mathsf{H}}$.

Toutefois, il faut remarquer qu'en pratique le processus $\{\boldsymbol{\nu}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ est inconnu. Il faut donc d'abord commencer par estimer la matrice $\boldsymbol{R_x}$. Ensuite deux cas de figure se présentent. Soit la

matrice de covariance $\boldsymbol{R_\nu}$ du bruit est connue, ou du moins estimable, et dans ce cas son estimée peut être retranchée à l'estimée de $\boldsymbol{R_x}$ afin d'obtenir sous l'hypothèse **(H4)** une estimée de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$. Soit la matrice $\boldsymbol{R_\nu}$ est inconnue et ne peut pas être estimée. Dans ce second cas, en supposant que i) le bruit est spatialement décorrélé, ii) la puissance du bruit est identique sur chaque capteur et iii) le Rapport Signal à Bruit (RSB) de chaque processus source $\{s_p[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ $(1 \leq p \leq P)$ est suffisamment élevé, une solution consiste à prendre $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}^{1/2}} = \boldsymbol{E_s}\,\boldsymbol{L_s^{1/2}}$ comme matrice carrée de $\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}$, où $\boldsymbol{E_s}$ et $\boldsymbol{L_s^{1/2}}$ sont cette fois donnés par la diagonalisation de $\boldsymbol{R_x}$:

$$\boldsymbol{R_x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{L_s} + \lambda\,\mathbf{I}_P & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda\,\mathbf{I}_{N-P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix}^{\mathsf{H}} \tag{1.28}$$

Nous venons de voir en quoi consistait la standardisation d'un mélange MIMO instantané de sources, mais quel est l'intérêt d'effectuer un tel prétraitement si souvent employé en SAS ? Il est possible de donner une réponse à cette question en observant l'équation (1.25). En effet, cette dernière nous permet d'affirmer que la matrice $\boldsymbol{\Theta H R_s^{1/2} V}^{\mathsf{H}}$, où $\boldsymbol{R_s^{1/2}}$ et $\boldsymbol{V}$ désignent respectivement une matrice carré de $\boldsymbol{R_s}$ et une matrice orthonormée (ou unitaire), est égale à la matrice identité $\mathbf{I}_P$. En d'autres mots, la matrice $\widetilde{\boldsymbol{H}} = \boldsymbol{\Theta H}$, que nous nommerons *matrice de mélange blanchie*, est orthogonale. Ainsi, la standardisation permet de restreindre l'espace de recherche à l'espace vectoriel des matrices orthogonales de taille $(P \times P)$ ce qui va naturellement faciliter l'identification du mélange.

1.4.5.2 Standardisation améliorée (blanchiment robuste)

Comme nous l'avons dit ci-dessus, deux cas de figures peuvent se présenter en pratique. Soit la matrice de covariance du bruit peut être estimée, soit elle ne peut pas l'être. Ce second cas est évidemment le plus ennuyeux car si le bruit est spatialement corrélé ou bien si le nombre de sources P est égal au nombre d'observations N, l'estimée de la matrice de blanchiment $\boldsymbol{\Theta}$ obtenue à partir de l'estimée de $\boldsymbol{R_x}$ sera biaisée. En supposant que le bruit est temporellement décorrélé, une manière de résoudre ce problème consiste à construire $\boldsymbol{\Theta}$ non plus à partir de $\boldsymbol{R_x}$, mais plutôt à partir de J matrices de covariance $\boldsymbol{R_x}[\tau_j]$ où les retards τ_j sont des entiers naturels non nuls. Cette procédure a initialement été proposée dans [25] et nécessite cependant que les sources soient colorées, autrement dit temporellement corrélées, de manière à ce que, sous l'hypothèse **(H4)**, on ait $\boldsymbol{R_x}[\tau_j] = \boldsymbol{R_{\tilde{s}}}[\tau_j]$ pour toute valeur non nulle de τ_j. On cherche ensuite un ensemble de J coefficients α_j tel que la matrice hermitienne définie par :

$$\overline{\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J} \alpha_j \left(\boldsymbol{R_x}[\tau_j] + \boldsymbol{R_x}[\tau_j]^{\mathsf{H}}\right) \tag{1.29}$$

soit semi-définie positive. En effet, les matrices $\boldsymbol{R_x}[\tau_j]$ ne sont pas nécessairement semi-définies positives, particulièrement pour de grandes valeurs de retard τ_j. Donc une fois la matrice $\overline{\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}}$ calculée, la matrice de blanchiment $\boldsymbol{\Theta}$ est obtenue en posant $\boldsymbol{\Theta} = [\boldsymbol{L_s}^{1/2}]^{-1}\boldsymbol{E_s}^{\mathsf{H}}$ où $\boldsymbol{L_s}^{1/2}$ et $\boldsymbol{E_s}$ sont issues de la diagonalisation de $\overline{\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}}$:

$$\overline{\boldsymbol{R_{\tilde{s}}}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{L_s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{E_s} & \boldsymbol{E_\nu} \end{bmatrix}^{\mathsf{H}} \tag{1.30}$$

1.5 Survol bibliographique des techniques de SAS

1.5.1 Mélanges instantanés MIMO

Les recherches dans le domaine de la SAS ont été initiées par C. Jutten, J. Herault et B. Ans dans les années 80, alors qu'ils s'intéressaient à un problème de décodage du mouvement en neurobiologie [12, 112, 113]. Afin de résoudre leur problème, les auteurs ont proposé une approche de séparation de sources basée sur les réseaux neuromimétiques [113, 127]. Depuis ces travaux, nombre d'algorithmes de SAS ont vu le jour.

Nous présentons tout d'abord les méthodes symétriques, (i.e. estimant les sources simultanément), qui réalisent la séparation en optimisant une certaine fonction des cumulants d'ordre supérieur. Ainsi J.-L. Lacoume et P. Ruiz proposent en 1988 un algorithme [132] reposant sur la minimisation d'une certaine fonction des cumulants. Quelques années après, P. Comon et al. introduisent le concept d'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI) [66]. Mais c'est à P. Comon seul que l'on doit attribuer le fait d'avoir formaliser mathématiquement ce concept [62] étendant par la même occasion la notion de contraste [107] au cas de vecteurs aléatoires. P. Comon montre par ailleurs qu'il suffit de reconstruire des sources indépendantes deux à deux pour estimer, à une matrice triviale près, des sources mutuellement indépendantes [61, 62]. Il propose alors la méthode COM2 (COntrast Maximization 2) [62] reposant sur i) la propriété précédente et ii) la maximisation d'un contraste défini comme la somme des modules au carré des kurtosis des sources estimées. A la même époque, J.-F. Cardoso et A. Souloumiac présentent eux aussi un contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre [42]. Les deux auteurs présentent également une version non itérative de leur méthode reposant sur la diagonalisation conjointe [43] des matrices propres de la quadricovariance des observations blanchies. En parallèle, E. Moreau et O. Macchi présentent un contraste [145, 153] basé sur des cumulants normalisés d'ordre supérieur : leur approche a l'avantage de ne pas nécessiter de blanchiment préalable des observations contrairement à la plupart des méthodes précédentes. En 2001, P. Comon trouve une solution analytique, nommée COM1 (COntrast Maximization 1), à la maximization du contraste défini, au signe près, comme la

somme des kurtosis des sources estimées. Ce contraste a été initialement présenté par E. Moreau et al. dans [68, 155, 205]. En outre E. Moreau montre que ce critère est un contraste à la condition que les kurtosis des sources soient de même signe.

En parallèle, nombre de méthodes exploitant les propriétés algébriques des cumulants voient le jour. Parmi elles on compte les méthodes exploitant les cumulants d'ordre deux. Ces dernières nécessitent que les sources soient colorées, autrement dit temporellement corrélées. Ainsi L. Fety [102], L. Tong et al. [208, 209] sont les premiers à proposer de telles approches basées sur l'exploitation des propriétés algébriques de deux matrices de covariance des observations, associées respectivement à un retard nul et non nul. P. Comon et J.-L Lacoume démontrent quelques années plus tard le bien fondé de ces méthodes [67]. De ces travaux va naître l'algorithme SOBI (Second Order Blind Identification) [21–23] dans lequel A. Belouchrani et al. exploitent non plus une mais plusieurs matrices de covariance des observations associées à des retards non nuls. Plus exactement, ils montrent qu'après blanchiment des observations, une diagonalisation conjointe des matrices en question permet d'estimer le mélange à une matrice triviale près. Cette approche nécéssite cependant que les sources aient des spectres distincts. Un algorithme similaire, baptisé TDSEP (Temporal Decorrelation source SEParation), est proposé durant cette période par A. Ziehe et K.-R Mûller [232]. Quelques années plus tard, A. Belouchrani et A. Cichocki améliorent l'algorithme SOBI, et plus particulièrement l'étape de blanchiment. La méthode alors obtenue [25], nommée RSOBI (R pour Robust), a l'avantage d'être insensible asymptotiquement à un bruit temporellement décorrélé et de cohérence spatiale inconnue. Des méthodes plus récentes exploitant les propriétés algébriques des cumulants d'ordre deux permettent de traiter et de tirer avantage de la présence de sources non-stationnaires. L'idée générale est de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices de Representations Temps-Fréquence Spaciales (RTFS) en utilisant la classe de Cohen [24]. La difficulté réside dans le choix de ces matrices de RTFS. En effet, on s'attend à ce que ces dernières offrent les mêmes propriétés que les matrices de covariance des observations. C. Fevotte et al. proposent alors un critère permettant de sélectionner automatiquement les bonnes matrices de RTFS et présentent ainsi la méthode TFBSS (Time-Frequency Blind Source Separation) [103, 104, 115]. Une autre idée consiste à supposer que les sources non-stationnaires sont stationnaires par morceaux. Une diagonalisation conjointe des matrices de covariance estimées à partir de chaque bloc de données permet de ce fait de répondre au problème. De ce principe naissent les algorithmes BGML (Block-Gaussian Maximum Likelihood) [175] et SEONS (Second-Order Non-stationary source Separation) [59].

Pendant ce temps, nombre de chercheurs travaillent sur des approches exploitant les propriétés algébriques des moments et cumulants d'ordre supérieur. Parmi eux, J.-F. Cardoso proposent plu-

sieurs approches. La première, nommée FOBI (Fourth Order Blind Identification) [37], exploite la structure algébrique de la matrice de covariance d'une certaine fonction quadratique des observations blanchies. En effet, cette matrice de covariance admet pour vecteurs propres les vecteurs colonnes du mélange blanchi. Il faut noter que les valeurs propres associées sont pour leur part égales, à une constante près, aux moments d'ordre quatre des sources. Deux ans plus tard naît la méthode FOOBI (Fourth Order Only Blind Identification) [38] qui sans blanchiment des observations permet d'identifier la matrice de mélange à partir du sous-espace signal d'ordre quatre. Cette méthode a récemment été améliorée par L. De Lathauwer et al. [79] en se servant notamment du procédé de diagonalisation conjointe. Les deux approches précédentes offrent l'avantage de permettre l'identification de mélanges sous-déterminés de sources (i.e. $P > N$). En 1993 survient la méthode JADE (Joint Approximate Diagonalization of Eigen-matrices), au travers de laquelle J.-F. Cardoso et A. Souloumiac [42] présentent une solution algébrique à la maximization de leur contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre. Ils étendent par la même occasion l'algorithme de Jacobi dans le but de diagonaliser conjointement un ensemble de matrices [43]. Ce dernier sera par la suite l'outil fard de nombreuses méthodes de SAS, et ce jusqu'à l'apogée des approches de décomposition tensorielle telle que PARAFAC [34]. En 1997, A. Ferréol et P. Chevalier [98] proposent une version de JADE, baptisée JADE cyclique, exploitant les éventuelles propriétés cyclostationnaires des signaux observés. Cette approche a pour intérêt d'être insensible à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. Plus récemment, L. Albera et al. [4] mettent en oeuvre les méthodes ICAR (Independent Component Analysis using Redundancies) [6–8] et BIRTH (Blind Identification of mixtures of sources using Redundancies in the daTa Hexacovariance matrix) [5,9], exploitant les redondances matricielles respectivement de la quadricovariance et de l'hexacovariance. Ces deux méthodes s'inscrivent au sein d'une même famille d'algorithmes baptisée BIOME (Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sourcEs) [10]. En parallèle, A. Ferréol et al. étendent la méthode SOBI à l'ordre quatre sous le nom de FOBIUM (Fourth Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures of sources) [96, 97]. Notons que les méthodes ICAR, BIRTH et FOBIUM ne nécessitent pas d'étape préalable de blanchiment et sont insensibles asymptotiquement à la présence d'un bruit de cohérence spatiale inconnue. En outre les algorithmes BIRTH et FOBIUM permettent de traiter des mélanges sous-déterminés de sources.

Les méthodes présentées ci-dessus visent principalement à exploiter les moments et cumulants soit pour leur propriétés algébriques, soit pour leur capacité à engendrer des contrastes de séparation aveugle de sources. A celles-ci s'ajoutent d'autres types d'approches. Parmi elles, on compte celles basées sur l'estimation du maximum de vraisemblance. Les premières propositions sont formulées par M. Gaeta et J.-L. Lacoume [105] en 1990, puis par D.-T. Pham et al. [174] deux années

plus tard. Il faut également citer les travaux de B.-A Pearlmutter et L.-C. Parra [169] en 1996 qui permettent de dériver, à partir de la formulation de la vraisemblance, deux gradients naturels. Le premier est utilisé pour l'estimation de la matrice de mélange et le second sert à estimer les densités de probabilités des sources. La même année, F. Harroy et J.-L. Lacoume proposent d'approcher la log-vraisemblance des sources en utilisant un développement en série de Gram-Charlier dont les premiers termes font à nouveau apparaître des cumulants d'ordre quatre [111]. L'année suivante D.-T. Pham et P. Garrat proposent d'optimiser le critère du maximum de vraisemblance à l'aide de l'algorithme de Newton-Raphson [173]. En parallèle, A.-J Bell et T.-J. Sejnowski concoivent la méthode INFOMAX (MAXimization of the INFOrmation flow) [19, 20], dont l'une des formulations montre qu'elle est étroitement liée aux méthodes du maximum de vraisemblance. Cet algorithme est amélioré tout d'abord en 1998 par S. I. Amari [11] en utilisant l'algorithme du gradient naturel, augmentant ainsi la vitesse de convergence de la méthode. Une autre amélioration est apportée par T.-W. Lee et al. l'année suivante : les auteurs montrent l'intérêt de prendre en compte dans l'agorithme du gradient naturel, le caractère sur- ou sous gaussien des sources [135].

En outre citons deux des méthodes de séparation de sources par déflation les plus connues. Le principe de déflation consiste à extraire les sources du mélange une par une, contrairement aux approches symétriques où les sources sont extraites simultanément. Ainsi en 1995, N. Delfosse et P. Loubaton [80] introduisent le concept de déflation en proposant une manière originale, que nous nommerons DEFA (DEFlation Approach for blind source separation), d'optimiser le contraste uni-source d'ordre quatre sur lequel s'appuie leur méthode. Deux années plus tard, A. Hyvärinen et E. Oja présentent l'algorithme FastICA. La version initiale [121] de cet algorithme exploite pleinement le principe de déflation et la mesure de non-gaussianité, plus connue sous le nom de néguentropie, approximée par la valeur absolue du kurtosis de la source estimée. Notons que si cette version initiale ne permet que de traiter des mélanges de sources à valeurs réelles, E. Bingham et A. Hyvärinen étendront l'algorithme au cas de mélanges à valeurs complexes [29]. En 1999, A. Hyvärinen [119] améliore la robustesse de sa méthode en utilisant cette fois des moments de fonctions non-quadratiques en vue d'approximer la néguentropie. Cette amélioration de FastICA, baptisée FastICA$_{\mathrm{DO}}$ (Deflation Orthogonalization), possède une version symétrique [120] dont l'étape d'orthonormalisation conjointe est identique à celle introduite initialement par E. Moreau dans [154]. La version symétrique de FastICA est souvent appelée FastICA$_{\mathrm{SO}}$ (Symmetric Orthogonalization). Remarquons que si les méthodes exploitant le principe de déflation atteignent rarement les performances des méthodes symétriques, elles présentent cependant l'intérêt d'être peu coûteuses en opérations de calculs. Un compromis intéressant entre performance et complexité de calcul vient d'être proposé par V. Zarzoso et P. Comon au travers des algorithmes OS-KMA et

OS-CMA [230].

Les méthodes énumérées ci-dessus présentent entre elles des liens très forts. En effet, P. Comon a montré dans [62], des connexions fondamentales entre les cumulants, la néguentropie et l'information mutuelle. L'équivalence entre les approches INFOMAX et Maximum de vraisemblance a été montré dans [40, 169]. De plus, J.-F. Cardoso [40] a montré que les contrastes sur lesquels reposent ces deux approches sont étroitement liés à la divergence de Kullback-Leibler (mesure de distance statistique [18]) elle-même étroitement liée à l'information mutuelle [62]. On peut ainsi établir un lien entre les techniques utilisant le maximum de vraisemblance, celles basées sur une approximation de l'information mutuelle à l'aide des cumulants, et celles utilisant la néguentropie [41, 134] [120, pp. 221–227, 273–289]. D'autres approches basées cette fois sur la représentation géométrique des mélanges ont été proposées dans la littérature. Citons par exemple les travaux de C.-G. Puntonet et al. [182–184] ainsi que ceux de K. I. Diamantaras [84].

Bien que l'on dispose aujourd'hui d'un certain nombre d'outils de SAS performants en théorie, il reste encore à étudier leur comportement en situation pratique telle que dans le domaine biomédical où nombre d'hypothèses ne sont pas vérifiées. Rappelons ainsi que les méthodes géométriques ne s'adressent pour l'heure qu'à des sources prenant leurs valeurs dans un alphabet fini et qu'elles sont très sensibles à la présence du bruit. En ce qui concerne les algorithmes exploitant conjointement plusieurs matrices de covariance retardées, elles ne peuvent fonctionner que pour des sources de spectres distincts. Les algorithmes utilisant une étape de blanchiment sont sensibles à tout bruit coloré de cohérence spatiale inconnue. Certaines méthodes nécessitent pour leur part une estimation préalable des densités de probabilité des sources. Toutefois, dans quelques cas, une estimation grossière des densités (i.e une estimation du caractère sur- ou sous-gaussiennes) suffit. Néanmoins, dans le cas où l'apriori sur les densités est faux, certaines méthodes, notamment celles utilisant l'estimateur du maximum de vraisemblance, fournissent des résultats complètement erronés. En ce qui concerne les techniques de déflation, une erreur sur l'estimation d'une source se répercute obligatoirement sur l'estimation des autres, détériorant dès lors la séparation.

En plus des limites citées, dans certains cas pratiques (le mélange peut être sous-déterminé, le nombre de sources P est supérieur au nombre d'observations M). On se retrouve alors dans une situation où la matrice de mélange n'est pas inversible (la connaissance de la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ n'implique pas une estimation automatique des sources). En d'autres termes et contrairement au cas sur-determiné, l'equivalence entre problèmes d'identification aveugle du mélange et celui de séparation aveugle de sources est fausse. Afin d'identifier le mélange, un algorithme qui utilise une forme sophistiquée de l'estimation du maximum de vraisemblance, obtenue par l'approximation

de Laplace de la distribution de $\boldsymbol{H}$ a été décrit dans [136]. Dans [202] A. Taleb a développé une méthode qui exploite la seconde fonction caractéristique des observations. Ce problème a aussi été résolu par des méthodes qui utilisent, sans blanchir les observations au second ordre, soit les statistiques d'ordre quatre [38, 39, 64, 75, 77, 79, 89, 97, 133, 207], soit les statistiques d'ordre six [9]. Pour l'extraction des sources, des informations supplémentaires, comme l'alphabet fini par exemple [64], sont nécessaires. Une étude bibliographique plus approfondie pour le sous-déterminée est présentée dans [4].

1.5.2 Mélanges convolutifs MIMO

Une première solution consiste à se ramener d'une manière ou d'une autre à un problème de séparation aveugle de sources en contexte instantané, puis à appliquer l'une des méthodes présentées dans la section précédente. Pour des signaux d'entrée i.i.d., ceci peut être en effet possible en considérant un *vecteur source généralisé* contenant les sources et leurs versions suffisamment décalées. Les approches présentées dans [1, 109, 147], dites *à sous-espaces*, exploitent cet artifice. N. Delfosse et P. Loubaton proposent de se ramener à un problème instantané à l'aide d'une étape de prédiction linéaire (au second ordre), puis de résoudre le problème à l'aide des statistiques d'ordre 4 [81]. Une autre solution consiste à chercher à étendre au cas convolutif les méthodes de SAS présentées dans la section précédente. Tel est le cas par exemple de C. Jutten et al. [128] et K. Torkkola [210]. De même, certains chercheurs étendent au cas convolutif des contrastes développés dans le cas instantané. On peut citer par exemple P. Comon dans [63], E. Moreau et J.-C. Pesquet dans [156], ainsi que N. Thirion-Moreau et E. Moreau dans [206].

Plus récemment, P. Comon et L. Rota ont proposé un contraste basé sur les cumulants d'ordre quatre, dont l'optimisation repose sur la diagonalisation conjointe d'un ensemble de tranches du tenseur cumulant après un blanchiment des observations [69–72]. Cette méthode, nommée PAJOD (PArtial JOint Diagonalization), permet d'obtenir un banc de filtres égaliseur semi-unitaire et non para-unitaire. Une extension de PAJOD, nommée PAFA (PAra-unitary FActorization), permet quant-à-elle d'obtenir de tels filtres [190–192].

D'autres méthodes utilisent pour leur part le principe de déflation. Ces méthodes résolvent ainsi séquentiellement un problème de déconvolution SIMO (Single-Input Multiple-Output). Deux méthodes itératives sont alors proposées respectivement par J. K. Tugnait [211] et C. Simon et al. [196] suivant ce principe-là. Les deux méthodes extraient une source et retranche sa contribution au mélange en utilisant un critère des moindres carrés. La procédure est répétée jusqu'à extraction de toutes les sources. Plus récemment, M. Castella et al. proposent de nouvelles approches

qu'ils qualifient de hiérarchiques capables de traiter des signaux non i.i.d. [44–46]. L'originalité de leurs méthodes réside dans la manière d'extraire les sources. En effet, les auteurs proposent d'utiliser les sources précédemment extraites afin de contraindre l'espace de recherche des sources suivantes limitant ainsi le problème d'accumulation des erreurs inhérent à la procédure de déflation classique. De plus, afin de simplifier la maximisation du critère proposé dans [44–46], M. Castella et al. [44, 49, 50, 187] proposent de nouvelles fonctions de contraste SIMO en utilisant un signal de référence supposé connu du récepteur. Leur approche se voit ainsi qualifiée de semi-aveugle. L'avantage des critères introduits réside dans leur dépendance quadratique vis à vis des différents paramètres mis en jeu permettant alors une optimisation rapide et efficace. En outre, les auteurs montrent par simulation qu'il est possible d'utiliser leurs méthodes en contexte aveugle.

Parallèlement aux approches temporelles, des méthodes dites fréquentielles ont été développées. Ces approches peuvent être divisées en deux catégories : les techniques directes et indirectes. Les premières visent tout d'abord à transposer les observations dans le domaine fréquentiel afin de représenter le mélange convolutif par une suite de mélanges instantanés, puis à appliquer les concepts de SAS en contexte instantané afin d'extraire les sources dans le domaine fréquentiel. V. Capdevielle et al. utilisent ce type d'approche en 1995 [35, 36] afin de séparer les vibrations de machines tournantes, dans le but de contrôler le fonctionnement de chaque machine. L'inconvénient des approches directes réside dans le fait que l'opération de passage des observations dans le domaine fréquentiel a pour effet de gaussianiser les données. Une autre solution, caractérisant les techniques indirectes et ne présentant pas le problème de gaussianisation, consiste à exploiter les spectres d'ordre supérieur (polyspectres) des observations. D. Yellin et E. Weinstein sont parmi les premiers à utiliser les polyspectres en déconvolution aveugle. S'interessant au problème de mélanges convolutifs TITO (Two-Input Two-Output), ils montrent que sous certaines hypothèses, l'annulation des bispectres croisés conduit à l'extraction des deux sources [225]. Quelques années plus tard, B. Chen et A.-P. Petropulu traitent le cas MIMO. Leur méthode [51] permet à partir du spectre, de blanchir fréquentiellement les observations. Puis le bispectre des observations blanchies est utilisé afin d'estimer à la fois le module et la phase de la réponse en fréquence du sytème. Les auteurs montrent que l'étape d'identification fréquentielle du système peut être réalisée également avec n'importe quel autre spectre d'ordre supérieur à trois. Enfin, notons que les deux auteurs résolvent de manière astucieuse le problème d'ambiguité de permutation inhérent aux approches fréquentielles. Se basant sur les résultats obtenus dans [51], M. Castella et al. [44, 47, 48] construisent de nouveaux contrastes fréquentiels reposant sur l'utilisation des polyspectres. Les auteurs exploitent ensuite la relation de Parseval pour leur dual dans le domaine temporel. Ces contrastes ont l'immense avantage de permettre l'extraction de sources non i.i.d.. Parmi les ap-

proches indirectes, on compte également celle de L. Parra et C. Spence dans [167, 168]. Celle-ci parvient à extraire les sources uniquement en exploitant les spectres des observations, mais ce à condition d'être en présence de signaux stationnaires par morceaux. Contrairement à l'approche de B. Chen et A.-P. Petropulu, ils esquivent le problème d'ambiguité de permutation et n'identifient pas du tout la phase de la réponse en fréquence du système. Cette approche ne permet donc pas de traiter des systèmes à phase non-minimale. Citons pour finir les travaux actuels d'A.-P. Petropulu et al. [2, 228] visant à exploiter les polyspectres ainsi que l'outil de décomposition tensoriel, nommé PARAFAC (PARAllel FACtorization), introduit par R.-A. Harshman dans les années 70. L'intérêt est d'une part d'éviter l'étape de blanchiment des observations, mais surtout d'offrir la possibilité d'identifier des mélanges convolutifs sous-déterminés.

Les algorithmes de séparation aveugle de mélanges convolutifs présentent pour la plupart des limitations qui détériorent leurs performances suivant le domaine d'application. En ce qui concerne les méthodes temporelles, elles nécessitent de connaître approximativement la longueur des filtres caractérisant le système. De plus certaines méthodes exploitant les ordres supérieurs présentent des vitesses de convergence très lentes. Les méthodes temporelles qui reformulent directement le mélange convolutif en un mélange instantané nécessitent d'avoir beaucoup plus d'observations que de sources à extraire. Les dimensions de tels systèmes rendent alors les calculs très lourds. Sans compter que l'utilisateur doit au final faire le tri parmi les différents signaux extraits entre les sources du mélange et les versions retardées de celles-ci. Les méthodes fréqentielles ne nécessitent pas d'information *a priori* sur la longueur des filtres du système. Néanmoins, le fait de résoudre un problème de SAS instantané pour chaque bin de fréquence fait apparaître deux indéterminations majeures. La première est l'ambiguïté de phase de la réponse en fréquence du système telle qu'on l'observe en présence de filtres à phase non-minimale. La seconde concerne l'ambiguïté de permutation liée à l'identification de chaque mélange instantané fréquentiel. Ainsi, rares sont les approches fréquentielles qui résolvent de manière efficace ces problèmes.

1.6 Résumé des chapitres

Passée cette introduction, nous aborderons les chapitres suivants :

– ***Chapitre 2***

  Ce chapitre traite de la SAS en contexte instantané. Tout d'abord, une étude bibliographique est menée concernant les différentes applications de la SAS au domaine biomédical. Ceci témoigne de l'intérêt croissant des chercheurs, ingénieurs et cliniciens pour la SAS et montre l'opportunité qu'offre ces méthodes notamment pour le traitement et l'analyse de signaux

biomédicaux. Puis nous nous focalisons sur la problématique liée au diagnostic des troubles du sommeil. Nous décririons tout d'abord le context applicatif et nous établissons le lien avec la SAS. Se pose alors la difficulté du choix d'une méthode de SAS à appliquer répondant à notre problème. Nous tachons de répondre à cette question en proposant une étude comparative de onze algorithmes de SAS appliqués à des signaux synthétiques approchant au mieux nos données réelles. Enfin, le chapitre se termine par la présentation et la validation de nos résultats sur des données réelles.

Ces travaux sont parus dans une conférence nationale avec acte et comité de lecture :

A. KACHENOURA, H. GAUVRIT, L. SENHADJI and G. CARRAULT, "Application de l'Analyse en Composantes Indépendantes à l'extraction des mouvements oculaires et du tonus musculaire à partir d'un nombre restreint d'électrodes," in *GRETSI 03, Dix-neuvième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Paris, France, September 8-11, 2003, vol. 1, pp. 213-216.

dans une conférence internationale avec actes et comité de lecture :

A. KACHENOURA , H. GAUVRIT and L. SENHADJI, "Extraction and separation of eyes movements and the muscular tonus from a restricted number of electrodes using the Independent Component Analysis," in *25th annual international conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, Cancun, Mexico, September 2003, pp. 2359-2362.

et dans une revue internationale :

F. POREE, A. KACHENOURA , H. GAUVRIT, C. MORVAN, G. CARRAULT and L. SENHADJI, "Blind source separation for ambulatory sleep recording," in *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine* vol. 10, no. 2, pp. 293-301, 2006.

– ***Chapitre 3***

Ce chapitre nous ramène au coeur de la seconde problématique évoquée précédemment. Elle concerne l'extraction des signaux sympathique et parasympathique en cardiologie. En premier lieu, nous rappelons certaines définitions concernant les ondes élémentaires constituant l'ECG. Ensuite, nous décrivons les mécanismes physiologiques d'action du SNA. La section suivante apporte des éléments de réponses quant au choix du modèle mathématique représentant le système SNA. Ainsi nous modélisons le dit système par un mélange convolutif TITO (Two Input-Two Output). Ignorant la longueur des quatre filtres impliqués, nous nous sommes orientés vers l'utilisation d'approches fréquentielles indirectes. Toutefois, comme nous l'avons dit précédemment ces dernières nécessitent d'estimer la phase de la réponse

en fréquence du système. Aussi nous présentons une nouvelle famille de méthodes d'estimation de phase nommée PEP (Phase Estimation using Polyspectra), dont la supériorité en terme de performances est démontrée au travers de simulations.

Ce travail a donné lieu à un article dans une conférence internationale avec actes et comité de lecture :

A. KACHENOURA , L. ALBERA and L. SENHADJI, "The PEP approach : a new family of methods solving the phase estimation problem," in *ICASSP 06, 2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, May 14-19 2006.

le travail a aussi été soumis dans une revue internationale :

A. KACHENOURA , L. ALBERA and L. SENHADJI, "The PEP approach : a new class of algorithms for non-minimum phase recovery," submitted in *IEEE Transactions On Signal Processing*.

– ***Chapitre 4***

Enfin la thèse se termine par le chapitre 4 ou nous faisons un bilan global sur les travaux effectués, leurs contributions scientifiques et les perspectives de recherches futures.

Chapitre 2

La SAS en ingénierie biomédicale

2.1 Apport de la SAS à l'analyse des signaux électrophysiologiques

2.1.1 Survol des applications existantes

Prétendre faire en quelques pages un tour d'horizon exhaustif de l'ensemble des applications des méthodes de SAS/ACI dans les domaines relevant du traitement de l'information ne serait pas sérieux tant le nombre de contributions enregistrées est élevé. Dans cette section, nous nous focaliserons sur les mises en oeuvre de ces concepts pour l'analyse et le traitement de signaux électrophysiologiques. Afin de mettre en évidence l'intérêt et le potentiel de ces méthodes, ainsi que leurs facilités de mise en oeuvre, certains travaux majeurs de ce domaine seront détaillés. L'activité électrophysiologique d'une entité structurelle, d'un système ou d'un organe (i.e. source d'activité) est souvent recueillie par le biais de capteurs disposés suivant des protocoles bien codifiés. Les signaux qui en résultent sont généralement des observations vectorielles vérifiant le modèle (1.5) et plus particulièrement le modèle suivant :

$$\boldsymbol{x}[m] = \boldsymbol{H}_1\boldsymbol{s}_1[m] + \boldsymbol{H}_2\boldsymbol{s}_2[m] + \boldsymbol{\nu}_1[m] + \boldsymbol{\nu}_2[m] \tag{2.1}$$

Dans cette expression, la partie utile du signal est représentée par les termes $\boldsymbol{s}_1$. Ces termes peuvent être liés soit à l'activité propre d'un système, soit à un mélange d'activités issues de différents sous-systèmes. $\boldsymbol{s}_2$ correspond aux artefacts. Pour ces deux types d'activité, les instants d'occurrence sont généralement aléatoires et les supports temporels sont de courte durée. L'activité de fond est représentée par le terme $\boldsymbol{\nu}_1$. Celui-ci peut être considéré comme étant localement stationnaire sur un horizon temporel relativement long comparé aux activités précédentes. Le bruit de mesure lié à la chaîne d'acquisition, supposé stationnaire, est décrit par le terme $\boldsymbol{\nu}_2$. Les systèmes d'acquisition fournissent des signaux de faible puissance qui peuvent être noyés dans du

bruit de nature composite et il n'est pas rare d'avoir sur un même capteur une superposition de plusieurs signaux d'intérêt. De plus, l'hétérogénéité du milieu de propagation des signaux rend l'utilisation des méthodes d'identification de mélange[1] très difficile à mettre en oeuvre. Dans ce contexte, disposer de méthodes non paramétriques, qui travaillent de plus en aveugle, pour débruiter les observations reçues sur les capteurs et séparer les contributions des "sources" d'intérêt à partir de leurs mélanges, constitue un enjeu majeur.

Les méthodes SAS/ACI ont été mises en oeuvre avec succès, et ont permis d'obtenir des résultats répondant à des besoins cliniques en terme de diagnostic sur divers signaux électrophysiologiques. Parmi ceux-ci, nous trouvons principalement l'ElectroCardioGramme (ECG), l'ElectroEncéphaloGramme (EEG), le MagnétoEncéphaloGramme (MEG) et l'ElectroMyoGramme (EMG).

2.1.1.1 Analyse de signaux électrocardiographiques

Extraction non-invasive de l'ECG du foetus à partir d'un ensemble de signaux ECG recueillis sur la mère

L'un des problèmes cliniques posé en maternité, et durant la grossesse est de pouvoir accéder à l'ECG du foetus (ECGf) pendant la période intra-uterine afin de collecter le maximum d'informations susceptibles de révéler d'éventuelles malformations ou problèmes cardiaques. Ceci est également important lors du monitorage du foetus durant la phase de travail précédent l'accouchement. Les premiers travaux ayant abordé cette question remontent aux années 60. Ils se sont intéressés à la réduction des bruits affectant le signal [116] puis à la détection de l'activité cardiaque du foetus [31, 73]. L'extraction proprement dite de l'ECGf, à partir d'un mélange contenant l'ECG maternel (ECGm) et ECGf, n'a été envisagée que plus tard avec l'apparition du filtrage adaptatif séquentiel, et continue à ce jour de faire l'objet de nombreux travaux de recherche [92, 95].

Ce problème a été considéré sous l'angle "séparation de source" pour la première fois par L. De Lathauwer et al. [76]. S'appuyant sur les travaux de [178] et ceux de [164], les auteurs justifient deux points importants dans la formulation du problème :

- le premier considère que l'activité électrique du coeur de la mère peut être assimilée à un champ tournant (à 3 dimensions) à partir d'une certaine distance. Le signal électrique correspondant à l'électrocardiogramme de la mère est donc vu comme un signal à 3 composantes [178],
- le deuxième stipule que l'espace associé à l'ECGf n'est pas forcément de dimension 3 et peut changer au cours de la gestation [164], donnant une activité électrique qui peut être composée de 1 à 3 signaux.

[1] Fonction de transfert entre les sources physiologiques et les capteurs.

En plus des deux points précédents, les auteurs supposent que :

- les signaux ECGf sont statistiquement indépendants des signaux de la mère,
- le transfert entre les sources de courant dans le corps et la surface cutanée est assimilé à un transfert linéaire résistif [178],
- la rapidité de propagation des signaux électriques dans les tissus humains permet de considérer le caractère instantané de la propagation,
- la faible amplitude des signaux ECGf implique que d'autres signaux biologiques (les contractions du diaphragme et de l'utérus, l'activité musculaire, etc) ne peuvent pas être négligés. De plus, de nombreux bruits parasites tels que le bruit thermique des appareils de mesure, les interférences générées par le réseau électrique et le bruit dû au contact des électrodes sur la peau, viennent perturber l'acquisition des données.

En tenant compte de ces hypothèses, le problème a été formalisé dans [76] comme un problème de séparation de sources à partir de leur mélange linéaire instantané auquel s'ajoute un bruit additif.

La solution proposée, en s'appuyant sur les techniques exploitant les statistiques d'ordre supérieur, cherche à séparer des familles de natures physiologiques différentes. La premiere famille représente l'ECGm, la seconde correspond à l'ECGf et la troisième englobe les différentes sources parasites[2].

Les tests ont été conduits sur des observations recueillies sur huit électrodes dont cinq sont placées sur la région abdominale et trois sur la cage thoracique de façon à être éloignées du foetus, (Figure 2.1).

Pour illustrer les méthodes nous avons repris l'exemple que J. Even a présenté dans [93]. Les observations sont représentées sur la figure 2.2. Les trois dernières observations sont issues des électrodes positionnées sur le thorax. L'ECGm y est prépondérant. Les cinq premières observations représentent les tracés abdominaux. Sur l'observation 1, la contribution du signal du foetus est bien visible (le rythme cardiaque du foetus est plus élevé que celui de la mère). Nous remarquons aussi que les amplitudes des cinq premières observations sont plus faibles que les trois dernières. Ceci est dû à deux facteurs : le premier est la distance séparant les électrodes du coeur de la mère, et le deuxième est le très faible voltage de l'activité électrique cardiaque du foetus.

Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 2.3. Les trois premières composantes correspondent aux trois composantes ECGm, les composantes 5 et 8 représentent le second espace (ECGf) avec un meilleur rapport signal/bruit sur la composante 5, la quatrième composante est de basse fréquence (probablement liée à la respiration) et les composantes restantes (6 et 7) représentent les bruits.

[2] Ici, les sources physiologiques qui ne correspondent ni à l'ECGf ni à l'ECGm sont considérées comme des sources parasites.

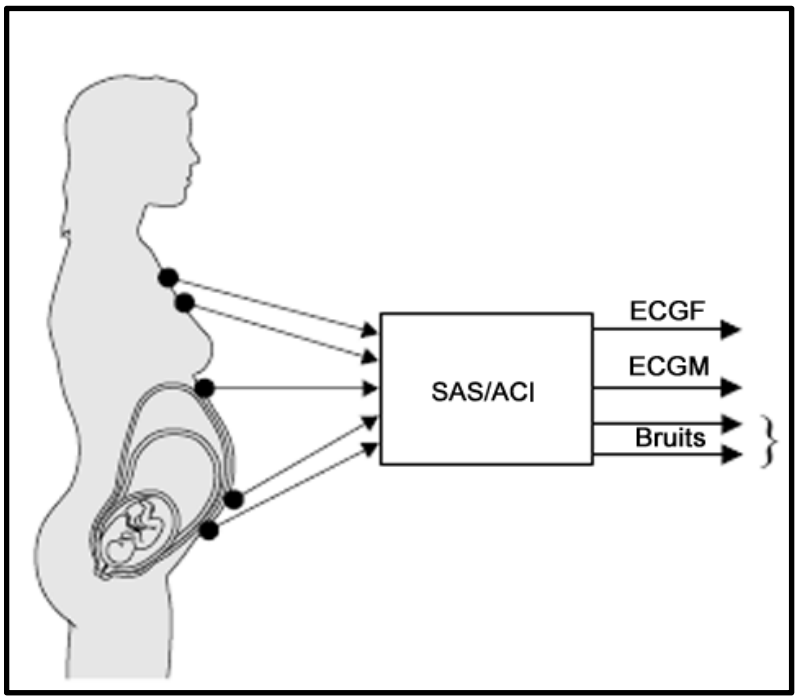


FIG. 2.1 – Diagramme schématique de l'enregistrement de surface des observations et de leur traitement [60].

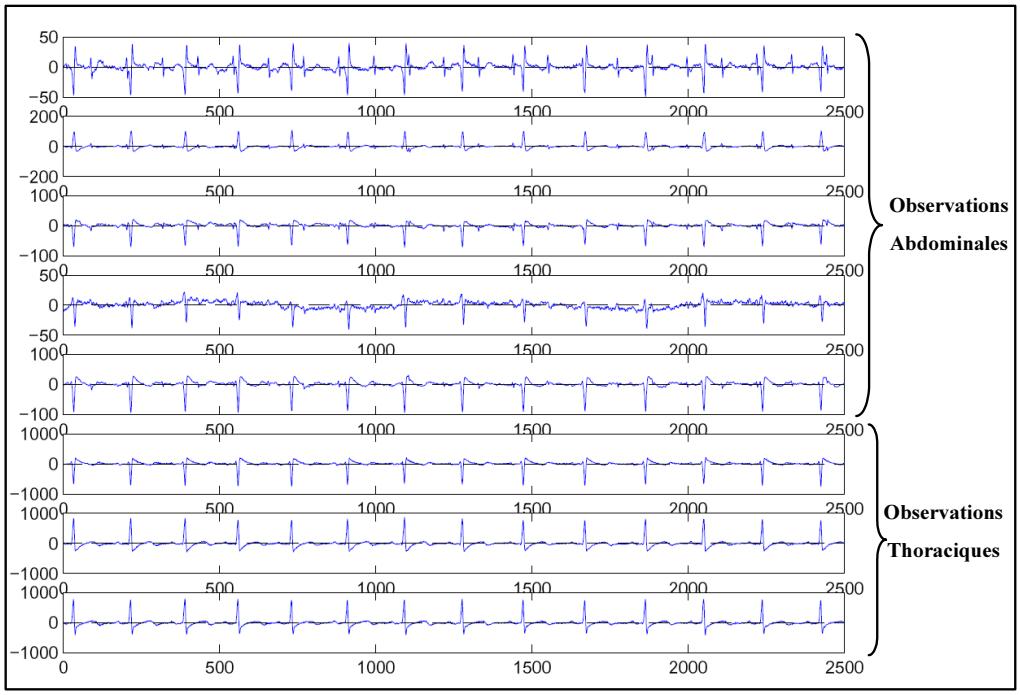


FIG. 2.2 – Représentation sur 5 secondes des observations (ECG) recueillies sur la mère (fe = 500 Hz). L'ECG du foetus est plus ou moins visible sur les 3 premières observations.

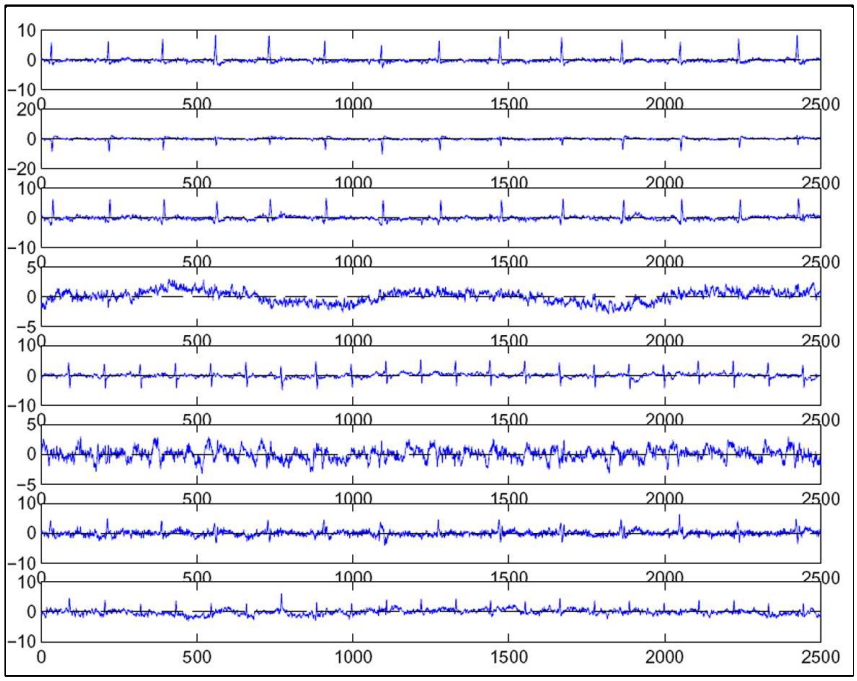


FIG. 2.3 – Sources estimées : les composantes 1, 2 et 3 représentent l'espace ECGm, l'espace ECGf est composé par les voies 5 et 8 et les composantes 4, 6 et 7 correspondent aux bruits.

D'autres travaux ont aussi abordé ce problème en utilisant les méthodes SAS/ACI [57,78,229]. Dans [57], les auteurs ont mis en oeuvre l'algorithme de SAS/ACI qu'ils ont proposé dans [58]. Cet algorithme est basé sur la méthode dite du gradient naturel, introduite dans [11]. Cependant, à la différence de cette dernière, les auteurs proposent une estimation des densités de probabilité des sources qui prend en compte, dans la progression de l'algorithme, la nature de sur-gaussianité ou de sous-gaussianité des sources. Ils ont alors comparé leurs résultats à ceux de A. J. Bell et T. J. Sejnowski [19] et ont montré que leur méthode améliore le rapport signal/bruit sur les composantes représentant l'ECGf.

Les travaux de L. De Lathauwer et al., présentés dans [78], sont un prolongement de ceux décrits dans [76]. Ils ont considéré, par le biais de simulations, un cas de trouble du rythme cardiaque chez le foetus (apparition d'une extrasystole) et aussi la présence de jumeaux. La mise en oeuvre, cette fois-ci, d'une technique SAS/ACI utilisant les statistiques d'ordre supérieur a été retenue. Les auteurs ont montré que les méthodes SAS/ACI restent efficaces dans ce contexte aussi.

Dans [229], V. Zarzoso et al. proposent une étude comparative entre la technique de filtrage adaptatif présentée par [92] et les techniques de SAS/ACI basées sur les statistiques d'ordre supérieur. Les expériences conduites dans cette étude montrent que les méthodes SAS/ACI sont plus robustes et fournissent des résultats supérieurs à ceux obtenus par le filtrage adaptatif, confortant

ainsi tout l'intérêt qui leur est porté.

Réduction du bruit et d'artefacts en ECG

Au cours de leur enregistrement, les signaux ECG sont souvent altérés par différents types d'artefacts et de bruits. Les artefacts sont induits par les déplacements des électrodes ou par les mouvements du patient. En activité de fond, on trouve le tonus musculaire, l'effet de la respiration et les interférences dues à l'alimentation électrique.

Plusieurs méthodes de filtrage, adaptatif ou non, linéaire ou non, ont été proposées pour la réduction de ces perturbations. Toutefois, l'efficacité de ces méthodes se révèle souvent limitée. En effet, l'occupation spectrale des perturbations empiète sur celle de l'ECG et, par conséquent, la plupart de ces filtres introduisent des distorsions morphologiques sur les ondes élémentaires du signal cardiaque, rendant ainsi difficile son interprétation. Plusieurs travaux ont été menés en recourant aux méthodes SAS/ACI pour faciliter l'analyse des signaux ECG. Par exemple, J.O. Wisbeck et al. [224] ont cherché à éliminer, sur des enregistrements à 8 voies, l'influence de la respiration pour corriger la dérive de la ligne de base ; ils ont pour cela utilisé l'algorithme SAS/ACI dit, du point fixe, proposé dans [121]. Ils ont montré que cette technique était capable d'améliorer la qualité des signaux. Cependant, l'isolation des artefacts respiratoires n'était pas satisfaisant car plusieurs composantes indépendantes contenaient encore des ondulations basses fréquences.

Une étude détaillée a été conduite par H. Taigang et al. [201] pour juger qualitativement de l'intérêt des approches SAS/ACI pour la restauration du signal ECG. Ils ont ainsi mené des expériences sur trois dérivations ECG en considérant plusieurs cas de figure de perturbations (bruits spatialement corrélés ou non, temporellement localisés ou non, transitoires ou localement stationnaires, rapport signal à bruit variable). L'approche SAS/ACI déployée ici, est celle introduite par J. F. Cardoso et al. dans [42]. A titre d'illustration, deux des exemples traités sont présentés ci-dessous.

1. **Exemple 1**

   La figure 2.4 (a) présente un échantillon de 10 secondes des trois dérivations ECG retenues. Sur les voies 2 et 3, un artefact est visible entre la quatrième et la sixième seconde et sur les voies 1 et 2, un bruit de fond est présent sur toute la durée de l'enregistrement. Le résultat, obtenu après la séparation aveugle, montre que le bruit de fond ainsi que les artefacts sont bien isolés sur la troisième composante (figure 2.4 (b)). Après élimination de la contribution de cette "source" aux observations, les ECG restitués sont qualitativement améliorés (Figure 2.4 (c)).

2. **Exemple 2**

Dans cet exemple, des artefacts et un bruit de fond sont présents sur les trois dérivations ECG (figure 2.5 (a)).

La figure 2.5 (b) montre le résultat obtenu après séparation. Il est clair que, contrairement à l'exemple précédent, les artefacts et le bruit ne sont pas bien séparés. En effet, même si la troisième composante est identifiée comme étant un artefact, le bruit de fond et certains artefacts subsistent encore sur les deux premières composantes. Ceci se vérifie en observant la figure 2.5 (c) qui représente les ECG après élimination de la contribution de la troisième composante. Sur cette figure, les ECG corrigés contiennent toujours du bruit et des artefacts. Les auteurs estiment, à juste titre, que les méthodes SAS/ACI ont échoué dans le débruitage des observations.

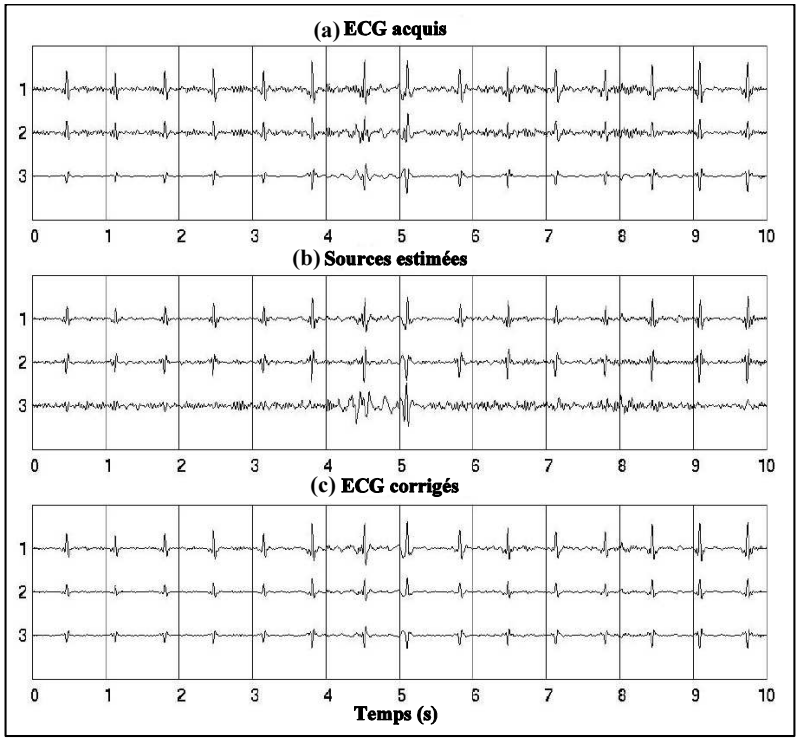


FIG. 2.4 – Représentation sur une durée de 10 secondes de : (a) Dérivations ECG retenues, (b) Sources estimées et (c) signaux ECG restaurés après élimination de la composante liée aux perturbations.

Les différents scénarios que les auteurs ont envisagés montrent que leur approche conduit à une réduction significative des bruits et artefacts affectant les enregistrements ECG pour des rapports signal à bruit modérés. Cependant, ces résultats sont basés sur des évaluations qualitatives des signaux réels où la vérité terrain n'est que partiellement connue.

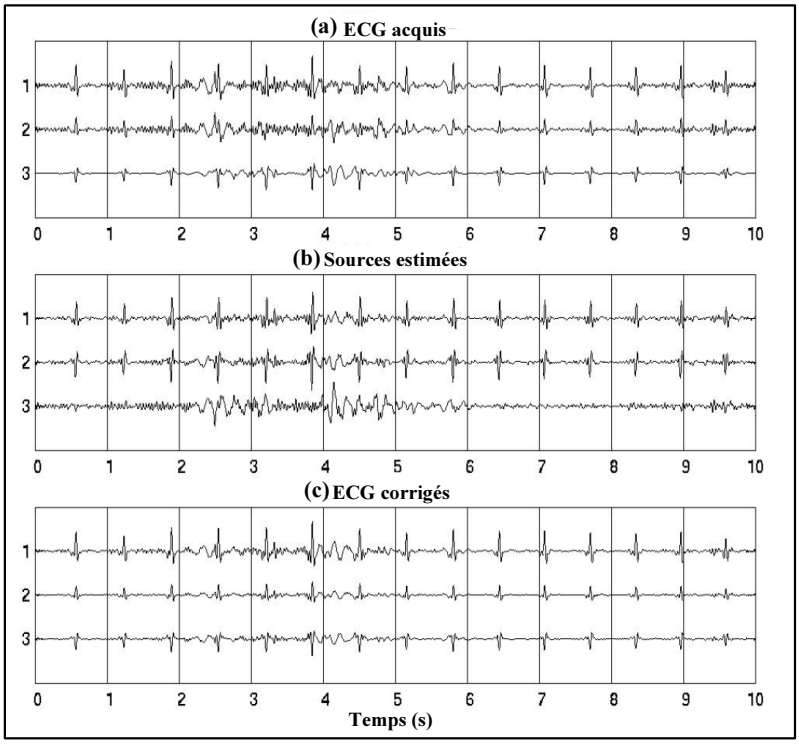


FIG. 2.5 – Représentation sur une durée de 10 secondes de : (a) Dérivation ECG retenues, (b) Sources estimées et (c) signaux ECG restaurés après élimination de la troisième composante liée aux perturbations.

2.1.1.2 Analyse de signaux électroencéphalographiques

L'activité cérébrale enregistrée au moyen des techniques EEG ou MEG est elle aussi souvent entachée de bruits. Nous retrouvons, par exemple, les bruits induits par le dispositif d'enregistrement (électrodes, fils électriques, alimentation, etc), ceux liés aux mouvements du patient, à son activité musculaire locale, à ses mouvements oculaires et à son activité cardiaque. Ces perturbations peuvent avoir des dynamiques plus élevées que celles des signaux cérébraux, d'où le besoin de mettre en place des procédures de réjection de ces bruits pour faciliter l'interprétation ou le traitement amont de ces enregistrements.

Réduction de bruits et d'artefacts

Les méthodes SAS/ACI ont naturellement été envisagées pour atténuer ces "composantes" indésirables. Ainsi, les travaux de R. Vigario présentés dans [216] cherchent à éliminer l'interférence des mouvements oculaires sur un ensemble de signaux EEG. Dans [124, 125], T. P. Jung et al. exploitent la méthode proposée par T. W. Lee et T. J. Sejnowski dans [137] pour éliminer toutes sortes d'artefacts (les mouvements oculaires, l'activité musculaire, l'ECG, etc) rencontrés dans des données EEG brutes. En MEG, K. A. Barros et al. étudient, dans [14, 16], l'extraction et la suppression de l'ECG à partir d'un enregistrement de 122 voies MEG. La méthode utilisée est basée sur l'approche présentée dans [121]. Elle remplace la variance qui apparaît dans l'approximation du kurtosis par l'autocorrélation pondérée de la sortie afin de tenir compte de la quasi-stationnarité du signal ECG à extraire (exploitation d'une connaissance *a priori* de la source à extraire). D'autres applications, exploitant aussi l'algorithme présenté dans [121] et travaillant complètement en aveugle, ont été présentées par R. Vigario et al. dans [218, 219]. Les auteurs ont conduit certaines expériences afin de montrer l'efficacité des méthodes SAS/ACI dans l'extraction des différents artefacts qui interfèrent avec les informations MEG utiles. L'utilisation récurrente de l'algorithme FastICA est justifiée par sa capacité à travailler par déflation (c'est-à-dire : extraction des sources l'une après l'autre). Ceci permet de traiter des systèmes qui mettent en jeu un nombre élevé d'observations (de l'ordre d'une centaine de voies) où seules quelques composantes indépendantes sont extraites.

Nous détaillerons dans ce qui suit deux exemples significatifs (cités ci-dessus) des travaux entrepris. Les deux concernent la problématique de réduction des interférences mais avec des approches méthodologiques et des observations différentes. Le premier est un exemple en EEG qui se fonde sur les travaux développés, pour la SAS sous-gaussiennes et/ou sur-gaussiennes, par T. W. Lee et T. J. Sejnowski dans [137]. Le second concerne les signaux MEG et s'appuie sur l'approche FastICA introduite par A. Hyvärinen et E. Oja. [121].

1. **Elimination des interférences dans les signaux EEG**

   T. P. Jung et al. ont considéré, dans [125], des enregistrements EEG acquis par 20 électrodes placées sur le scalp, suivant le système standard 10-20, plus deux électrodes temporales permettant l'enregistrement des mouvements oculaires (dit ElectroOculogramme (EOG)). La fréquence d'échantillonnage est de 256 Hz. Les 22 observations ainsi acquises sont illustrées sur la figure 2.6.

   Le résultat de la mise en oeuvre de la technique de SAS sur l'ensemble des observations est représenté sur la figure (2.7(a) et (b)). Il montre que les mouvements oculaires (horizontaux et verticaux) sont isolés sur les voies 1 et 4. Les voies 12,15 et 19 représentent plutôt le tonus musculaire (ce sont des signaux de fréquence relativement haute). Après élimination de ces cinq composantes indésirables, l'EEG débruité est reporté sur la figure 2.7 (b). Les voies T3 et T4, initialement affectées par du bruit musculaire (figure 2.6), sont restaurées, et l'effet des mouvements oculaires sur les voies F7 et F8 est éliminé.

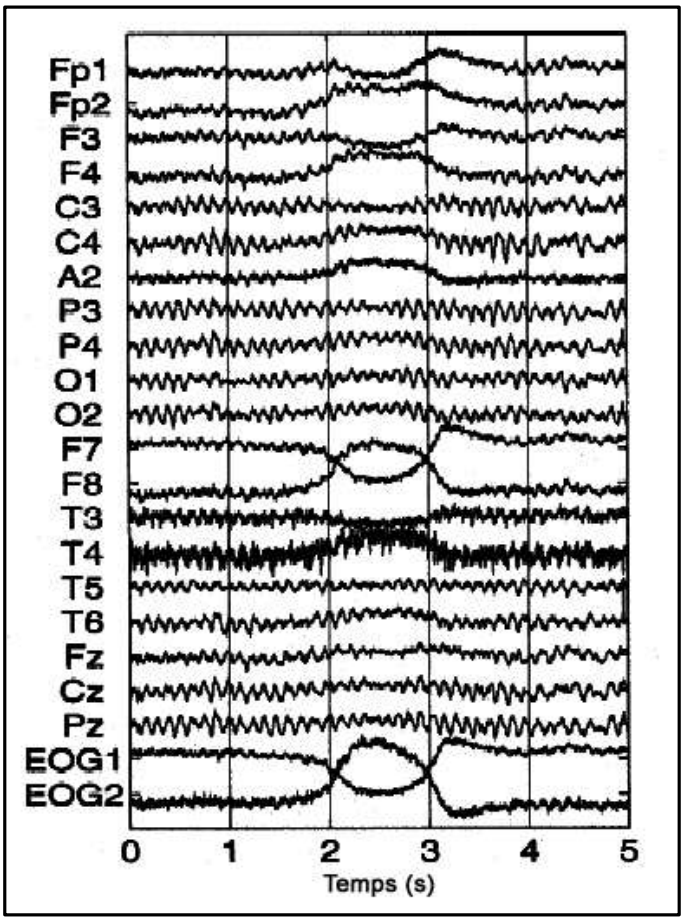


FIG. 2.6 – Représentation des 22 observations acquises par des électrodes placées suivant le système standard 10-20.

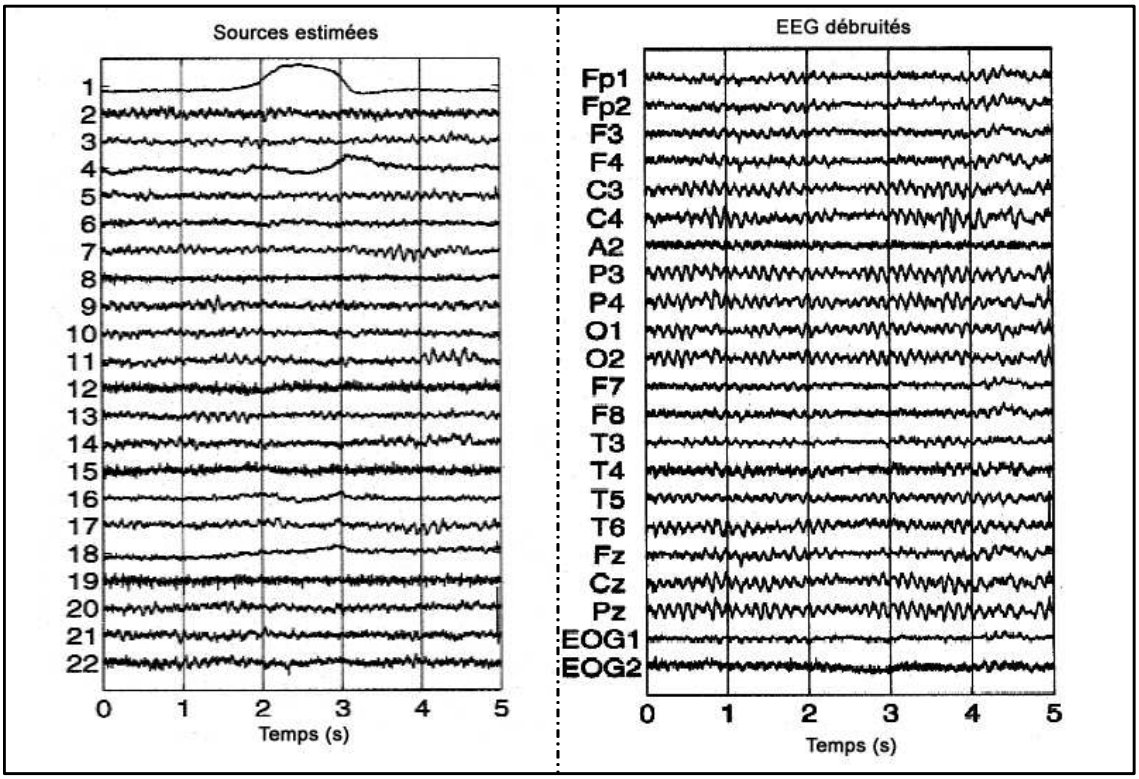


FIG. 2.7 – (a) Sources estimées, (b) EEG restauré après l'élimination des cinq composantes indésirables (1, 4, 12, 15 et 19), représentant les mouvements oculaires (1 et 4) et le tonus musculaire (12,15 et 19).

2. **Elimination des interférences dans les signaux MEG**

   Pour montrer l'efficacité des méthodes SAS/ACI dans l'élimination des diverses interférences rencontrées dans les enregistrements MEG, R. N. Vigario et al. [218] ont défini un protocole expérimental particulier. Les signaux MEG sont enregistrés par un casque couvrant l'ensemble de la tête et contenant 122 capteurs. Durant l'enregistrement, il a été demandé au patient d'effectuer plusieurs mouvements spécifiques : regarder à gauche et à droite puis faire une série de clignements des paupières. Le but étant de générer des mouvements oculaires divers qui viennent se superposer aux signaux MEG. Pour la production d'un tonus musculaire, on demande au patient de serrer ses mâchoires pendant une durée de 20 secondes. En plus de ces deux artefacts d'origine physiologique, un artefact électromagnétique a été produit en plaçant un corps métallique (une montre) à un mètre du casque à électrodes. Un sous-ensemble de 12 voies, parmi les 122 enregistrées, est présenté sur la figure 2.8. On y voit clairement les mouvements oculaires horizontaux en début de l'enregistrement, suivis par des clignements des paupières représentés par des pics, puis en fin d'enregistrement des activités hautes fréquences correspondant au tonus musculaire qui s'ajoutent aux signaux MEG. La mise en oeuvre de l'approche ACI sur l'ensemble des voies permet d'identifier les composantes indésirables (figure 2.9). Les composantes IC1 et IC2 représentent le tonus musculaire, IC3 et IC5 sont associées respectivement aux mouvements oculaires horizontaux et aux mouvements générés par le clignement des yeux, IC4 représente, quant à elle, le signal ECG. Enfin, on retrouve sur IC6 l'interférence engendrée par la perturbation du champ magnétique.

Analyse et segmentation des potentiels évoqués

L'EEG aussi bien que la MEG sont modifiés lorsque surviennent des stimulations sensorielles. Avec des techniques adaptées, il est possible de recueillir ces modifications que l'on appelle potentiels évoqués. Il s'agit d'une succession d'ondes dont la latence d'apparition mesure le temps que met une stimulation sensorielle pour être captée par un récepteur, et le délai de sa transmission jusqu'au cerveau. L'amplitude de la réponse dépend du nombre de neurones activés par la stimulation. Les premiers générateurs activés au niveau du cortex cérébral sont dans la zone de projection spécifique à la modalité sensorielle utilisée, en face de laquelle est posée l'électrode d'enregistrement (région occipitale pour la vision, temporale pour l'audition et pariétale pour le tact). D'autres zones du cerveau, dépendant du type de traitement que subit la stimulation, sont ultérieurement activées. Les potentiels évoqués sont généralement classés selon le type de stimuli. On distingue ainsi les Potentiels Évoques Visuels (PEV) : ils sont obtenus à la suite d'une stimulation lumineuse. Les Potentiels Évoques Somesthésiques (PES) sont provoqués à l'aide d'un petit

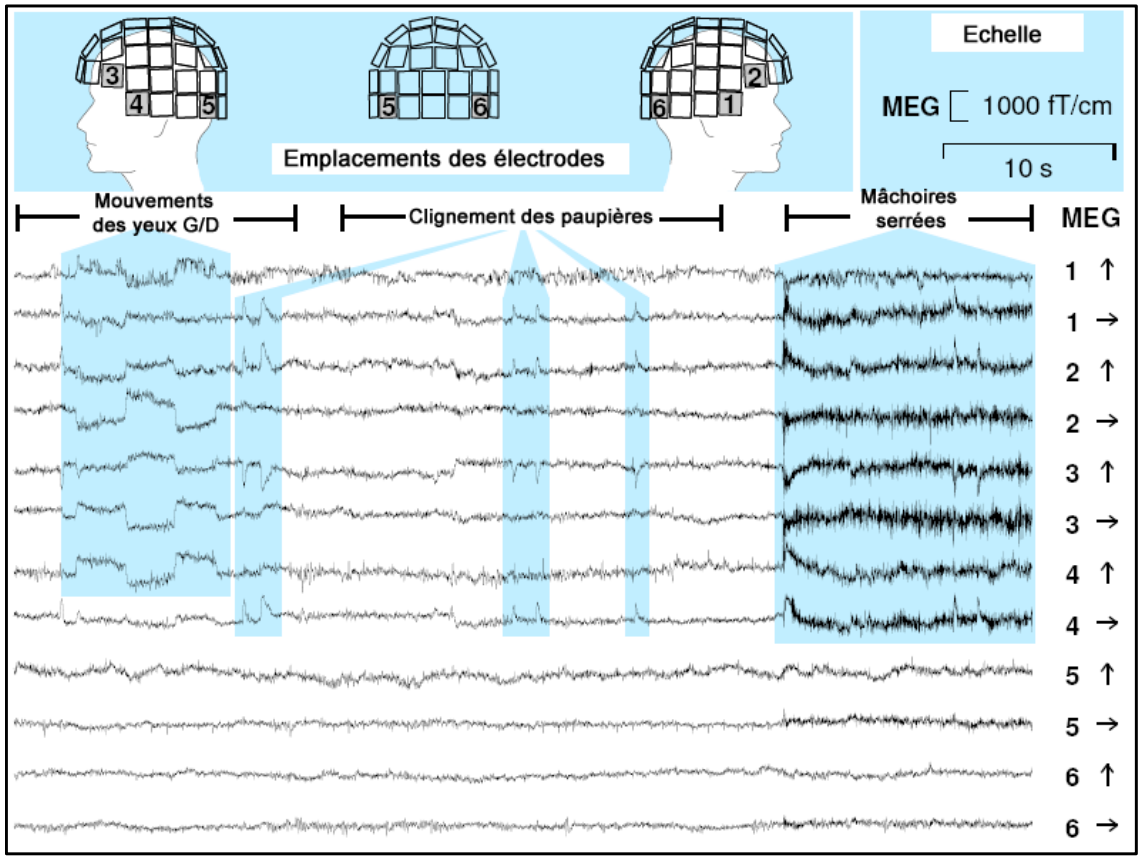


FIG. 2.8 – Représentation de 12 observations parmi les 122 enregistrées. Le champ magnétique est mesuré pour chaque électrode suivant deux axes orthogonaux.

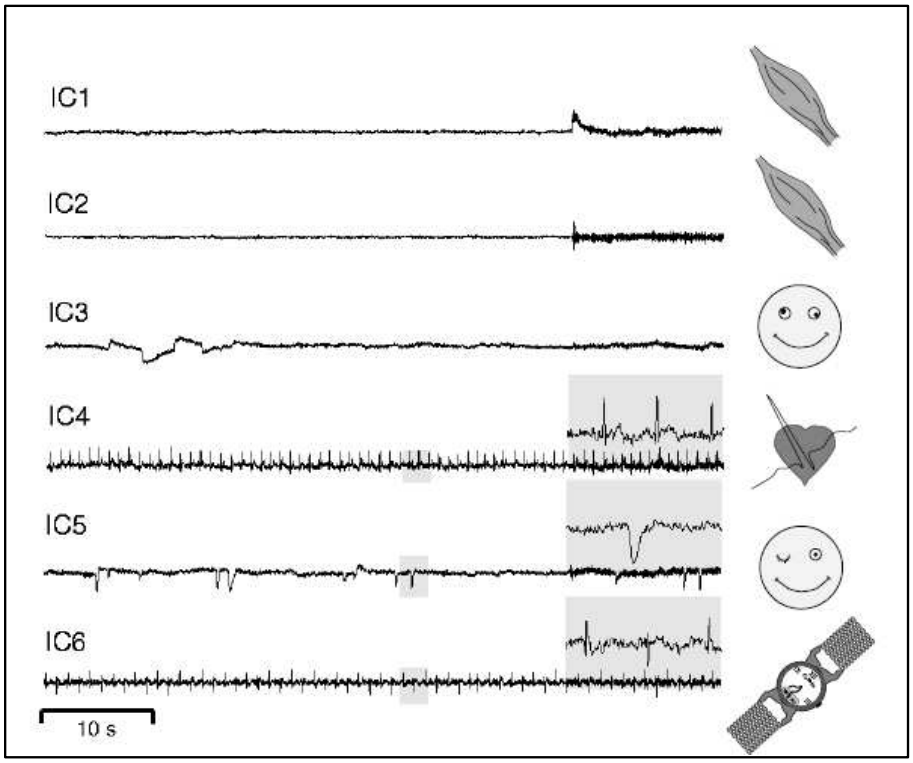


FIG. 2.9 – Les six composantes indésirables extraites des signaux MEG observés.

choc électrique appliqué sur le trajet d'un nerf. Les Potentiels Évoqués Auditifs (PEA) : ils sont provoqués à l'aide d'écouteurs émettant un son bref (ex., clic) qui stimule la cochlée de l'oreille interne. Le signal est capté par des électrodes placées sur le cuir chevelu au sommet du crâne et sur les lobes des oreilles.

On distingue deux types de composantes dans les potentiels évoqués. Les composantes exogènes qui dépendent surtout des caractères physiques de la stimulation tels que l'intensité, la fréquence..., sont les premières à apparaître. Ce sont elles qui sont habituellement mesurées dans les laboratoires d'exploration fonctionnelle neurologique. Elles comprennent des ondes, générées au niveau du tronc cérébral (Potentiel Evoqué du Tronc Cérébral), apparaissant dans les 10 ms qui suivent la stimulation, et des ondes qui surviennent entre 10 et 100 ms (Potentiel Evoqué de Latence Moyenne). A leur suite, existent des composantes endogènes qui dépendent de l'attitude du sujet vis-à-vis de la stimulation, et notamment, de l'attention qu'il y porte. Elles apparaissent surtout après un délai de 100 ms suivant la stimulation (figure 2).

Chaque type de potentiel évoqué a une signature temporelle spécifique. Cependant, sur des enregistrements MEG/EEG bruts, ces signaux sont difficilement localisables du fait de la domination de l'activité cérébrale de fond. Pour des finalités diagnostiques de certaines pathologies (la dyslexie, l'autisme, la sclérose en plaque, etc.), qui peuvent affecter les amplitudes ou les latences

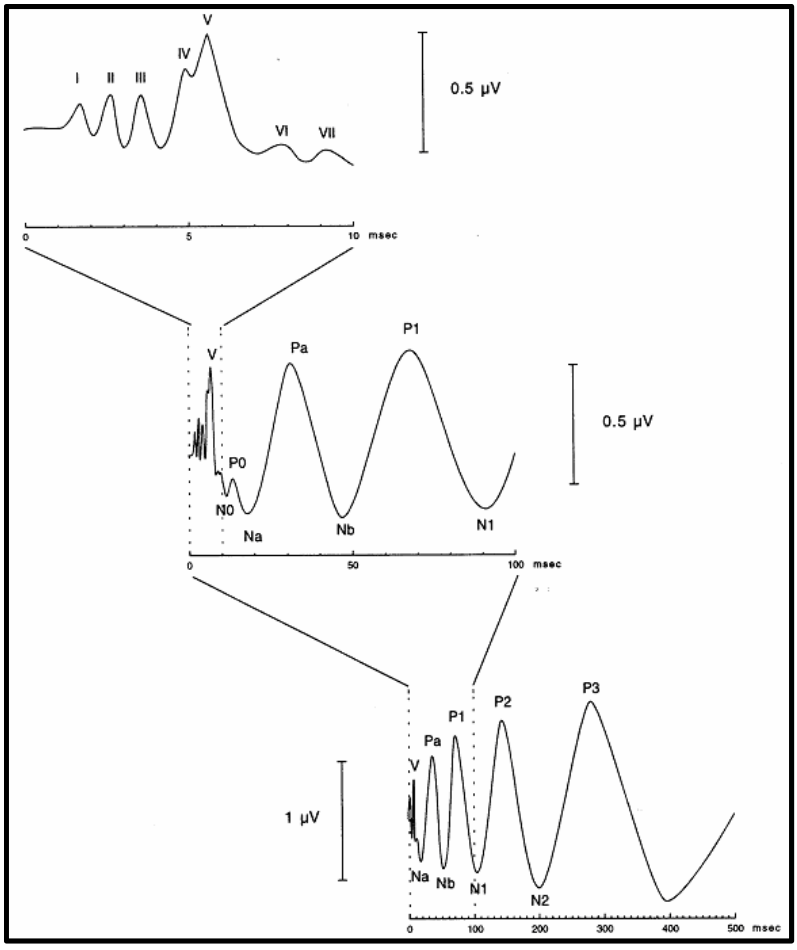


FIG. 2.10 – Représentation schématique d'un PEA et des ondes qui le constituent.

des potentiels évoqués, des travaux de recherche, faisant appel aux méthodes SAS/ACI, ont été menés en visant un double objectif :

- séparer des potentiels évoqués engendrés par des stimulations simultanées de natures différentes,
- isoler les différentes ondes produites en réponse à une stimulation spécifique.

Ce dernier point est abordé dans [146] et [126] sur la base d'enregistrements EEG et de stimulations auditives. Les auteurs ont élaboré un protocole expérimental où un sujet est soumis à un même stimuli auditif à plusieurs reprises. Pour chaque stimulation, le patient appuie sur un bouton s'il entend le stimuli. Les réponses cérébrales sont acquises sur 14 électrodes différentes (13 électrodes placées sur le scalp et une électrode pour la détection des mouvements oculaires). Après avoir éliminé tous les signaux où les mouvements oculaires sont trop prépondérants (amplitude > 70 μv), les réponses EEG sont divisées en deux groupes : groupe des réponses de détection positive et groupe de détection négative. Les deux groupes sont alors moyennés séparément. Enfin la méthode SAS/ACI présentée dans [137] a été appliquée aux réponses EEG moyennées des deux groupes. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de séparer les différentes ondes générées par le cerveau en réponse à un stimuli auditif, des autres activités de base. Une autre approche exploitant cette fois-ci la MEG a été présentée dans [221]. Dans cette étude, le stimuli utilisé est un son pur de fréquence 1000 Hz. Chaque son est composé d'un plateau de 100 ms. 200 stimulis avec un intervalle interstimulus de 1 s ont été présentés à l'oreille droite du sujet. Le champ évoqué auditif est recueilli sur une base de temps de 500 ms avec une période pré-stimulus de 100 ms, puis les 200 époques sont moyennées sur chacune des 122 voies MEG. La méthode de séparation de sources par déflation [121] a été appliquée aux observations moyennées. Celle-ci a montré que les réponses du cerveau générées autour de 100 ms peuvent être séparées de celles générées autour 200ms. En plus, une discrimination entre les réponses du lobe gauche et celles du lobe droit est clairement visible.

La séparation de potentiels évoqués, induits par des stimulations de natures différentes, a été considérée dans [220]. R. N. Vigario et al. ont montré, en utilisant toujours l'algorithme développé dans [121], que les méthodes SAS/ACI sont capables, à partir de stimulations somesthésiques et auditives simultanées, de différencier les réponses du cerveau à ces stimulis sur les enregistrements MEG.

2.1.1.3 Analyse des signaux éléctromyographiques

Le problème posé est d'isoler les activités électriques générées par des muscles spécifiques, à partir d'acquisitions faites par des électrodes placées sur une partie du corps du patient (bras,

jambe, etc), (Figure 2.11). La séparation de ces activités est importante dans de nombreuses questions médicales comme l'évaluation de la coordination des différents muscles, la détection de certains syndromes (le syndrome du canal carpien par exemple, ou encore le contrôle de prothèses).

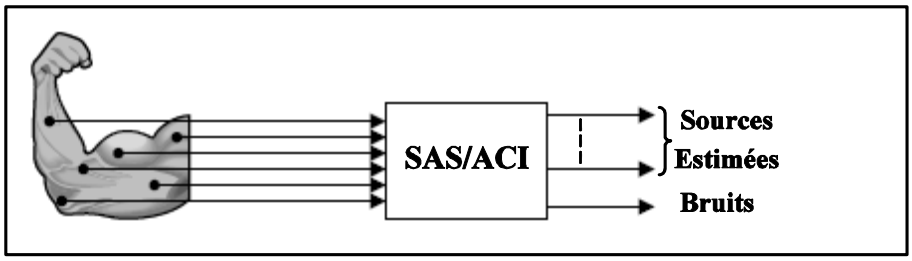


FIG. 2.11 – Schématisation de la problématique de la SAS en électromyographie [60].

D. Farina et al. ont présenté dans [94] des résultats intéressants concernant ce problème. Pour cela ils ont défini un protocole expérimental leur permettant d'évaluer objectivement les performances d'approches SAS/ACI. Dans ce protocole, deux muscles bien spécifiques de l'avant-bras sont considérés : le *flexor carpi radialis* et *pronator teres*. [3] Le choix de ces deux muscles est motivé par la possibilité de les contrôler d'une manière sélective. En effet, la contraction du *flexor carpi radialis* engendre des flexions du poignet et la contraction du *pronator teres* produit une rotation du poignet. Les expériences ont porté sur huit sujets masculins à qui il était demandé de faire des flexions et des rotations cycliques du poignet. L'EMG de surface est acquis par le biais de trois électrodes. La première est placée à la hauteur du premier muscle, la deuxième au niveau du second muscle et la troisième est située entre les deux. Les auteurs ont travaillé sur un modèle linéaire instantané. Le choix de ce modèle a été justifié par le fait que les données EMG sont issues de deux muscles très proches. La méthode de SAS/ACI présentée dans [103, 104] a été alors appliquée aux trois observations. Les résultats obtenus indiquent que la séparation n'est que partiellement atteinte. Les auteurs expliquent que la raison principale est la relative non adéquation du modèle linéaire instantané avec les observables. Néanmoins, les résultats reportés restent très intéressants comme le montre la figure 2.12 : l'activité électrique, est très atténuée durant les périodes de rotation du poignet, à la fois pour la source estimée rattachée au muscle *flexor carpiradialis* et ainsi que pour la deuxième source estimée représentant l'activité du *pronator teres*.

Une autre étude intéressante est reportée par G. A. Garcia et al [106]. L'objectif y est d'identifier, à partir de l'EMG de surface collecté sur un muscle, les activités correspondant à chaque unité motrice [4] du muscle en question.

[3] Leur nomenclature française est respectivement *fléchisseur radial du carpe* et *rond pronateur*.

[4] A une unité motrice est associé un train de potentiel d'action généré par la contraction d'un ensemble de fibres

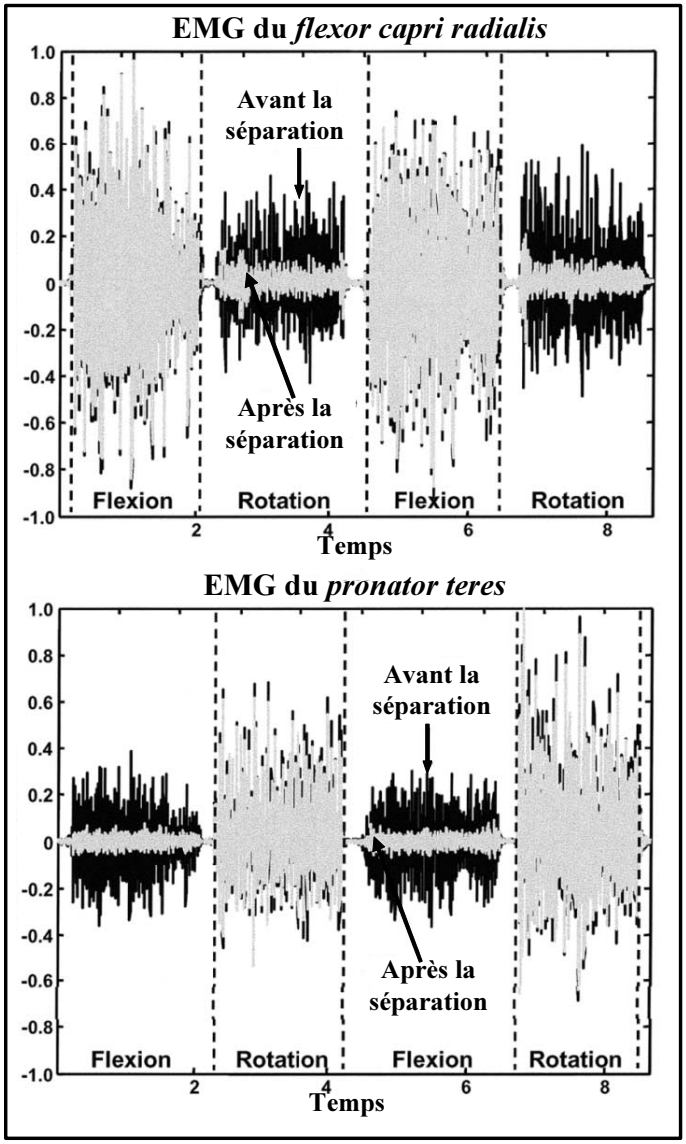


FIG. 2.12 – Illustration des résultats obtenus : en noir les signaux d'observations et en gris les sources EMG estimées.

2.1.1.4 Autres applications biomédicales

Les applications SAS/ACI aux signaux ECG,EEG et MEG présentées ci-dessus ont été abordées à plusieurs reprises dans la littérature. Toutefois, d'autres applications moins répandues ont été publiées. Citons par exemple :

- l'étude menée par J. J. Reita et al. [188] pour la caractérisation de la fibrillation auriculaire à partir de signaux ECG multivoies. Le train d'onde P est extrait après mise en oeuvre de la technique FastICA [121],
- les travaux de R.Vetter et al. [215] cherchent à caractériser les mécanismes par lesquels le Système Nerveux Autonome (SNA) régule la variabilité cardiaque [5],
- l'étude, décrite par de A. K. Barros et al. dans [15] qui cherche à extraire des fuseaux de sommeil appelés *spindles* [6] à partir d'un ensemble de signaux EEG pour aider les cliniciens dans l'analyse des nuits de sommeil,
- ainsi que les travaux présentés par A. Rouxel dans [193]. Dans cette étude les auteurs travaillent sur des signaux EEG enregistrés sur des patients épileptiques. L'objectif est de pouvoir séparer l'activité électrique, due à la maladie, des activités de base du cerveau.

En plus de toutes les applications présentées et/ou évoquées auparavant, M. Ohata et al. ont exploité, dans [162], les méthodes de SAS/ACI développées pour les modèles convolutifs afin d'éliminer les composantes indésirables (ECG, EMG, etc.) dans les enregistrements des signaux EléctroGastroGrammes (EGG)[7].

Les SAS/ACI présentent aussi un intérêt pour l'analyse d'images biomédicales en général et, plus particulièrement, en Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf). Les lecteurs, intéressés par cet aspect, peuvent consulter les références suivantes, [30, 87, 91, 129, 152, 198].

2.1.2 Séparation de mélanges pour le monitoring des troubles du sommeil à domicile

La recherche sur le sommeil a connu un développement considérable au milieu du XXème siècle grâce à l'avènement des techniques d'enregistrement de l'activité cérébrale (EEG). L'observation des modifications de cette activité au cours des différents états de vigilance a permis de définir des critères objectifs rendant possible la distinction entre le sommeil et l'éveil puis d'éla-

musculaires.

[5] Cette application a été brièvement présentée dans la section 1.2.2 et fera l'objet d'une étude plus approfondie dans le chapitre 5.

[6] Bouffées d'activité neuronale du cerveau de 12 à 14 Hz, durant au moins une demi-seconde.

[7] Les signaux EGG représentent l'activité électrique générée par le muscle gastrique lisse. La technique la moins invasive d'enregistrement utilise des électrodes cutanées.

borer une véritable classification des différents stades de sommeil.

En effet, dès l'année 1935 A. Loomis et al. [140–143] ont proposé une première classification du sommeil en 5 stades de profondeurs différentes : le stade A avec des trains d'activité *alpha*, le stade B caractérisé par des signaux de faibles amplitudes et sans activité *alpha*, le stade C constitué d'activité rapide, le stade D avec des rythmes rapides et des ondes *delta* et, enfin, le stade E avec seulement du *delta*. La découverte en 1953 par E. Aserinski et N. Kleitman [13] du sommeil avec mouvements oculaires rapides a engendré une nouvelle classification. Cette dernière a été finalement proposée en 1957 par W. Dement et N. Kleitman [82, 83] qui, en analysant systématiquement l'EEG et l'ElectroOculoGramme (EOG), ont distingué 4 stades de sommeil : le stade 1 sans activité *sigma* ni *delta*, le stade 2 avec de l'activité *sigma* de faible amplitude, le stade 3 avec des rythmes *sigma* et *delta* et le stade 4 avec plus de 50 % d'ondes lentes de type *delta*. Ces mêmes auteurs ont suggéré l'existence de deux périodes distinctes au sein du stade 1 : une phase sans mouvements oculaires rapides apparaissant au début de la nuit (stade 1 descendant) et une phase avec mouvements oculaires rapides, survenant après un réveil nocturne (stade 1 ascendant). Cette distinction entre le stade 1 descendant et le stade 1 ascendant a persisté dans la littérature jusqu'à ce qu'un troisième signal physiologique, l'ElectroMyoGramme (EMG), soit enregistré et ait montré l'absence du tonus musculaire au cours de ce deuxième stade 1. M. Jouvet et F. Michel (1959) ont été les premiers à enregistrer cette atone musculaire chez le chat [123] (confirmée chez l'homme par Berge en 1962 [28]) et à proposer que le stade 1 ascendant était un stade de sommeil indépendant du stade 1, sans mouvements oculaires rapides, et même un état de vigilance à part entière. Il a été dénommé Sommeil Paradoxal (SP) par M. Jouvet en 1962. A partir de ces résultats, une standardisation de la classification, dite *scorage*, des stades du sommeil a pu être définie à la fin des années 1960 par A. Rechtschaffen et A. Kales [186]. Il apparut donc très vite que l'exploration du sommeil nécessitait l'enregistrement de trois signaux : l'EEG, l'EOG et l'EMG.

L'enregistrement simultané de ces trois signaux est une partie très importante d'un examen plus global appelé *polysomnographie*. En effet, cet examen combine l'enregistrement des signaux électrophysiologiques, qui permettent de reconnaître la succession des différents stades de sommeil, avec l'enregistrement d'autres variables physiologiques comme les mouvements respiratoires, les mouvements des muscles des jambes, le flux aérien, l'électrocardiogramme.

Un intérêt majeur de la polysomnographie est son exploitation dans le diagnostic des différents troubles du sommeil tels les apnées, l'insomnie, l'hypersomnie, la narcolepsie, le somnambulisme, l'énurésie, etc. Incontestablement, les connaissances actuelles permettent d'élaborer des schémas de régulation des états de vigilance qui débouchent sur une approche diagnostique et thérapeutique renouvelée des troubles du sommeil. L'indispensabilité de cet examen dans l'aide au diagnostic a engendré une forte augmentation du nombre de patients adressés aux centres de médecine du

sommeil. A titre d'exemple, dans certaines regions des États-Unis le nombre de patients a doublé entre 1991 et 1994 [165]. Conséquences directes de ceci, les laboratoires de sommeil sont saturés et se retrouvent avec des listes d'attentes très longues, causant ainsi des délais de soins très important, voir l'impossibilité de traiter un grand nombre de malades. De plus, la nature de l'examen oblige à enregistrer un grand nombre de signaux. Ceci impose certaines contraintes technologiques et pratiques :

- il faut une grande rigueur technique dans la mise en oeuvre du système étant donné le nombre élevé des électrodes et la sensibilité du système lui-même,
- l'enregistrement se déroule le plus souvent en milieu hospitalier, ce qui engendre le coût élevé d'une polysomnographie,
- enfin le patient se retrouve dans une position inconfortable causée, notamment, par le grand nombre d'électrodes et leur raccordement à l'appareil de mesure, ce qui peut entraîner du stress chez le patient qui perturbera le sommeil.

Une solution moins onéreuse en temps et en argent, consiste à élaborer des systèmes dédiés à l'enregistrement des signaux polysomnographiques *à domicile*. Pour que ces systèmes soient efficaces, ils doivent s'affranchir des contraintes citées ci-dessus.

Dans notre étude (voir ***Problème 1***), nous nous sommes plus particulièrement intéressés à la conception d'un nouveau système capable d'enregistrer les activités électrophysiologiques requises par l'expert clinicien pour le scorage d'une nuit de sommeil.

Néanmoins, avant d'expliciter les aspects techniques de notre travail, l'aspect pratique et algorithmique de notre application, il est judicieux de présenter d'une manière explicite tout le volet physiologique du problème traité, à savoir :

- l'organisation d'un sommeil normal (caractéristiques des différents stades),
- définir d'une manière globale les différents troubles du sommeil et leurs retentissements sur la santé du patient.

2.1.2.1 Description des états de vigilance dans un tracé normal de sommeil

Il existe trois états de vigilance : la veille, le sommeil lent et le sommeil paradoxal. Nous allons décrire les différents stades en accord avec le manuel de scorage qui sert de référence à tous les laboratoires de sommeil (Manual of Standardized Terminology, techniques and scoring systems for sleep stage of subject) de A. Rechtschaffen et A. Kales (1968). Les règles de scorage sont simples : quand plus de la moitié d'une époque est typique d'un stade, l'époque entière est scorée comme appartenant à ce stade. Les époques sont classiquement de 20 secondes en Europe et de 30 secondes aux Etats-Unis [27].

2.1.2.1.1 La veille L'éveil, avec les yeux ouverts (veille active), se caractérise par une activité EEG rapide et désynchronisée. Les signaux recueillis ont des fréquences supérieures ou égales à 15 Hz (rythme *bêta*), très peu amples, ces fréquences sont diffuses sur tout le scalp et sont parfois mélangées à de petites oscillations *thêta*. Des mouvements oculaires nombreux et rapides et du tonus musculaire élevé sont associés à cet état. Lorsque le sujet ferme les yeux (veille relaxée), une activité *alpha* vient remplacer l'activité précédemment décrite, essentiellement dans les régions pariéto-occipitales du scalp (figure 2.13).

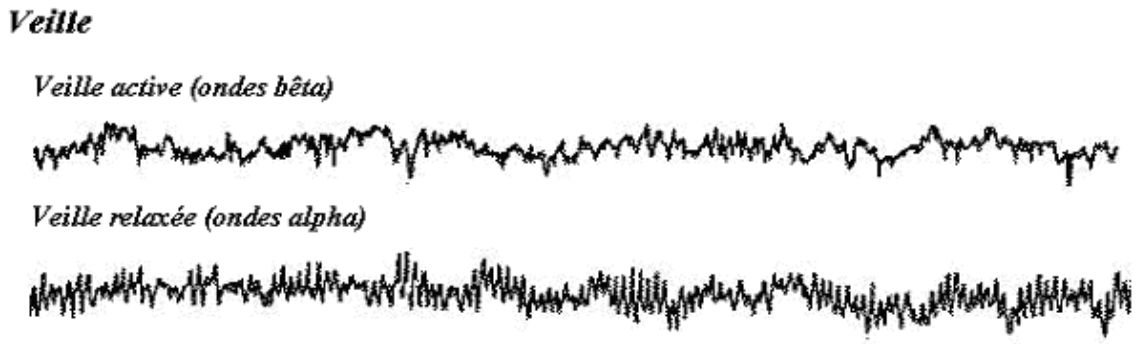


FIG. 2.13 – EEGs observés au cours de la veille.

2.1.2.1.2 Le sommeil lent Il est divisé en quatre stades différents, les stades 1 et 2 pour le sommeil lent léger, les stades 3 et 4 pour le sommeil lent profond (figure 2.14).

Le stade 1 Il est caractérisé par une première phase où le rythme *alpha* est diffus dans les régions antérieures du scalp, puis il ralentit et se morcelle (stade 1A) et une deuxième phase où l'*alpha* cède sa place au *thêta* (stade 1B). Les mouvements oculaires deviennent lents et le tonus musculaire à l'endormissement est légèrement plus faible que pendant la veille.

Le stade 2 Deux critères électrophysiologiques définissent le stade 2, le premier est l'apparition des fuseaux de sommeil ou spindles (bouffées d'activité de 12 à 14 Hz, durant au moins une demi-seconde) surtout dans les régions frontales et préfrontales. Le second critère est l'observation des complexes K, typiquement formés d'une onde négative assez aiguë suivie d'une composante positive lente d'une durée d'au moins 0,5 seconde.

Le stade 3 il est signé par une présence, pendant 20 à 50 % de l'époque, des ondes lentes *delta* de fréquences inférieures ou égales à 2 HZ, mesurant au moins 75 μv crête à crête. Les spindles peuvent persister dans ce stade avec un tonus musculaire de faible intensité.

Le stade 4 Il est défini comme comprenant plus de 50 % de l'époque d'ondes lentes *delta* ($\leq$ 2 Hz) d'amplitudes supérieures à celles du stade 3. Le tonus musculaire est proche du stade précédent.

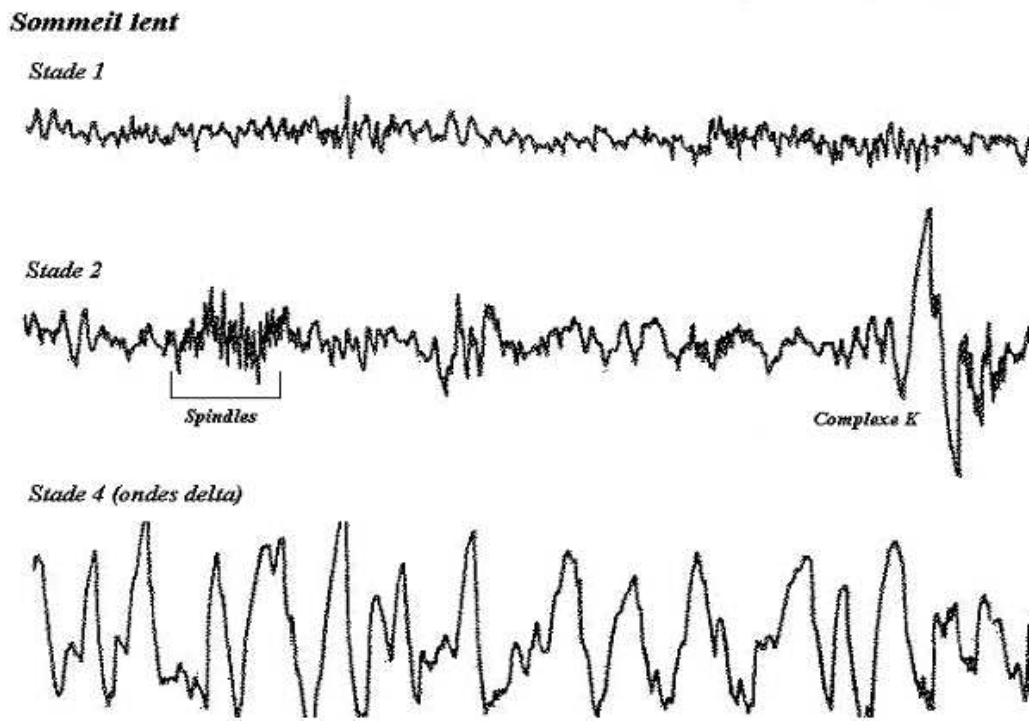


FIG. 2.14 – EEGs observés pour différents stades du sommeil lent.

2.1.2.1.3 Le sommeil paradoxal Il se caractérise par l'association des trois critères polygraphiques : EEG, EOG et EMG. Le tracé EEG ressemble typiquement à celui du stade 1B. Il existe des mouvements oculaires rapides qui peuvent apparaître soit en bouffées très caractéristiques, soit isolément. Quant au tonus musculaire, il est complètement inexistant. Cette dernière caractéristique permet de différencier le sommeil paradoxal du sommeil lent léger en phase 1B (figure (2.15).

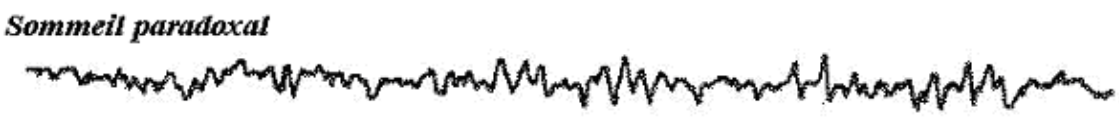


FIG. 2.15 – EEG observé durant le sommeil paradoxal.

2.1.2.1.4 Organisation d'une nuit de sommeil normale Une nuit de sommeil normale se caractérise par une alternance des deux états de vigilance, le sommeil paradoxal et le sommeil lent. La récurrence des périodes de sommeil paradoxal détermine un cycle de sommeil, qui dure entre 90 et 100 minutes. Au cours d'une nuit, on réalise en moyenne 4 à 6 cycles. Cependant, les différents stades de sommeil n'ont pas la même importance quantitative. Chez le sujet normal, le stade 1 est d'environ 5 %, le stade 2 de 50 %, le stade 3 et 4 représentent environ 25 % et le reste (20 %) constitue le sommeil paradoxal. De plus, la proportion de chaque stade de sommeil varie au cours de la nuit. En effet, les stades 3 et 4 surviennent surtout en début de nuit et tendent à disparaître en fin de nuit, alors que le sommeil paradoxal et le stade 2 ont tendance à s'allonger tout au long de la nuit. L'évolution temporelle d'une nuit de sommeil est représentée sur un diagramme nommé hypnogramme (figure 2.16).

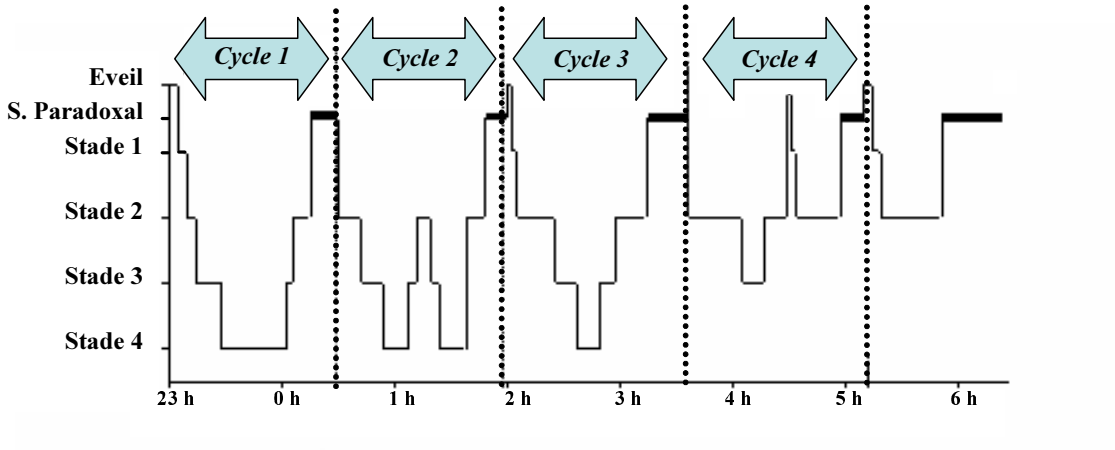


FIG. 2.16 – Hypnogramme d'une nuit de sommeil type.

2.1.2.2 Les troubles du sommeil

Les troubles du sommeil sont l'un des problèmes les plus fréquents en pratique médicale. Ils peuvent être regroupées en quatre grandes catégories : les insomnies, les hypersomnies, les parasomnies et les problèmes liés au rythme circadien de la veille et du sommeil.

2.1.2.2.1 Les insomnies L'insomnie représente le trouble du sommeil le plus courant. Il existe plusieurs types d'insomnies : difficulté à s'endormir ou à rester endormi, ou réveil précoce le matin, sans réendormissement. L'insomnie est dite chronique lorsqu'elle dure plus de trois semaines, ou transitoire si elle ne dure que quelques nuits. L'insomnie chronique peut être causée par la dépression, l'anxiété ou le stress, les impatiences des membres inférieurs, des affections médicales,

une mauvaise hygiène du sommeil, ou des horaires de veille/sommeil irréguliers. Une insomnie transitoire est habituellement causée par le stress ou l'anxiété.

2.1.2.2.2 Les hypersomnies Elles sont beaucoup plus rares et se caractérisent par une somnolence excessive ou des attaques de sommeil pendant la journée. Les causes les plus communes sont le syndrome d'apnées du sommeil et la narcolepsie.

Le syndrome d'apnées du sommeil Le syndrome d'apnées du sommeil touche environ 2 % des femmes et 4 % des hommes qui sont âgé(e)s entre 30 et 60 ans [222, 227]. Le dormeur arrête de respirer (apnée) ou ralentit sa respiration (hypopnée), ce qui réduit la quantité d'oxygène dans le sang. Il se réveille soudainement, suffoquant ou haletant, et se rendort immédiatement. Les gens qui souffrent d'apnée n'en sont pas conscients, parce que leurs périodes d'éveil sont très courtes.

Les apnées peuvent être soit *obstructives* (poursuite des mouvements respiratoires avec un arrêt du flux nasobuccal), soit *centrales* (interruption complète des mouvements thoraciques et abdominaux) ou *mixte* (centrales puis obstructives). Ces arrêts respiratoires peuvent se produire des centaines de fois au cours d'une nuit, ce qui perturbe grandement la structure du sommeil.

La narcolepsie La narcolepsie se caractérise par des attaques irrésistibles d'un sommeil réparateur pendant la journée. La durée de ces épisodes de sommeil peut varier de 10 minutes à 1 heure selon les patients. La somnolence diminue rapidement après une attaque, pour réapparaître quelques heures plus tard. Outre ces accès d'endormissement, il arrive aux personnes narcoleptiques de perdre soudain le contrôle de leur tonus musculaire pendant quelques secondes, sous l'influence d'une émotion. C'est ce que l'on appelle la *cataplexie*.

2.1.2.2.3 Les parasomnies Ce sont des phénomènes souvent brutaux qui apparaissent pendant le sommeil, principalement chez l'enfant mais qui peuvent être retrouvés chez l'adulte. Il peut s'agir par exemple de somnambulisme, de terreur nocturne, de bruxisme (grincement de dents pendant le sommeil) ou de somniloquie (parler en dormant), etc.

2.1.2.2.4 Troubles du rythme circadien Ils se caractérisent par une mauvaise synchronisation entre le rythme veille-sommeil désiré et le rythme biologique individuel. Ces perturbations n'engendrent pas un manque de sommeil mais plutôt une distribution anormale de la période de sommeil. Citons par exemple :

– le syndrome avec avance ou retard de phase, dans lequel la principale phase du sommeil est déplacée vers l'arrière, par rapport à l'heure souhaitée (endormissement au petit matin), ou vers l'avant (endormissement en fin d'après midi ou en début de soirée),

– syndrome du "jet lag" : troubles physiologiques du rythme veille-sommeil lors d'un changement de fuseau horaire.

2.1.2.3 Symptômes et démarches diagnostiques

Les troubles du sommeil concernent près d'un individu sur trois à un moment ou l'autre de sa vie. Ces troubles engendrent plusieurs conséquences sur le bien-être, la santé, la scolarité, la vie sociale, économique et professionnelle du malade. Par exemple, dans [212], les auteurs ont montré que les patients atteints de troubles du sommeil ont des difficultés de concentration, d'apprentissage de tâches nouvelles, ou de réalisation de tâches monotones. Une autre étude a associé le syndrome d'apnées du sommeil à une morbidité cardiovasculaire, avec le risque de développer deux fois plus d'hypertension artérielle, trois fois plus d'ischémie myocardique, quatre fois plus d'accident vasculaire cérébral par rapport à une population de sujets normaux de même âge [199]. Dans [118], J. Hung et al. ont montré que la prévalence du syndrome d'apnées du sommeil chez des sujets ayant présenté un infarctus du myocarde récent était élevée. Par ailleurs, les insomniaques chroniques ont un risque élevé de développer un trouble de l'humeur ou un trouble anxieux [163].

C'est pourquoi un décèlement précoce des symptômes suivi d'un diagnostic précis sont cruciaux pour la prescription d'un traitement adapté au patient.

Les symptômes Les principaux symptômes associés au différents troubles du sommeil peuvent être partagés en deux groupes distincts : les symptômes majeurs et les symptômes mineurs. Ils sont répertoriés dans le tableau (2.1).

TAB. 2.1 – Principaux symptômes associés aux différents troubles du sommeil. [26, 86]

Symptômes majeurs	**Symptômes mineurs**
Difficultés à dormir sur une durée	Insomnie manifestée sur quelques nuits
de 3 semaines minimum	Difficultés scolaires
Somnolence diurne récurrente	Agitations nocturnes
Ronflement intense	Trouble de la libido (impuissance)
Cataplexie	Hallucinations à l'endormissement
Décalages des période d'éveil systématique	Paralysies du sommeil
Cauchemars fréquents	Troubles neuro-psychiques
Somnambulisme répétitif	

Démarches diagnostiques L'exploration d'un trouble du sommeil s'effectue généralement en deux étapes. La première étape consiste à faire un bilan clinique du patient. Dans certains cas, ce

bilan est suffisant pour poser un diagnostic. Dans d'autres cas, des examens complémentaires sont indiqués afin d'identifier le trouble du sommeil et son origine.

Le synoptique de la figure 2.17 illustre la démarche diagnostique à suivre et montre l'importance de la polysomnographie dans l'identification finale des troubles du sommeil (pour plus de détails, voir [86] ainsi que les références citées).

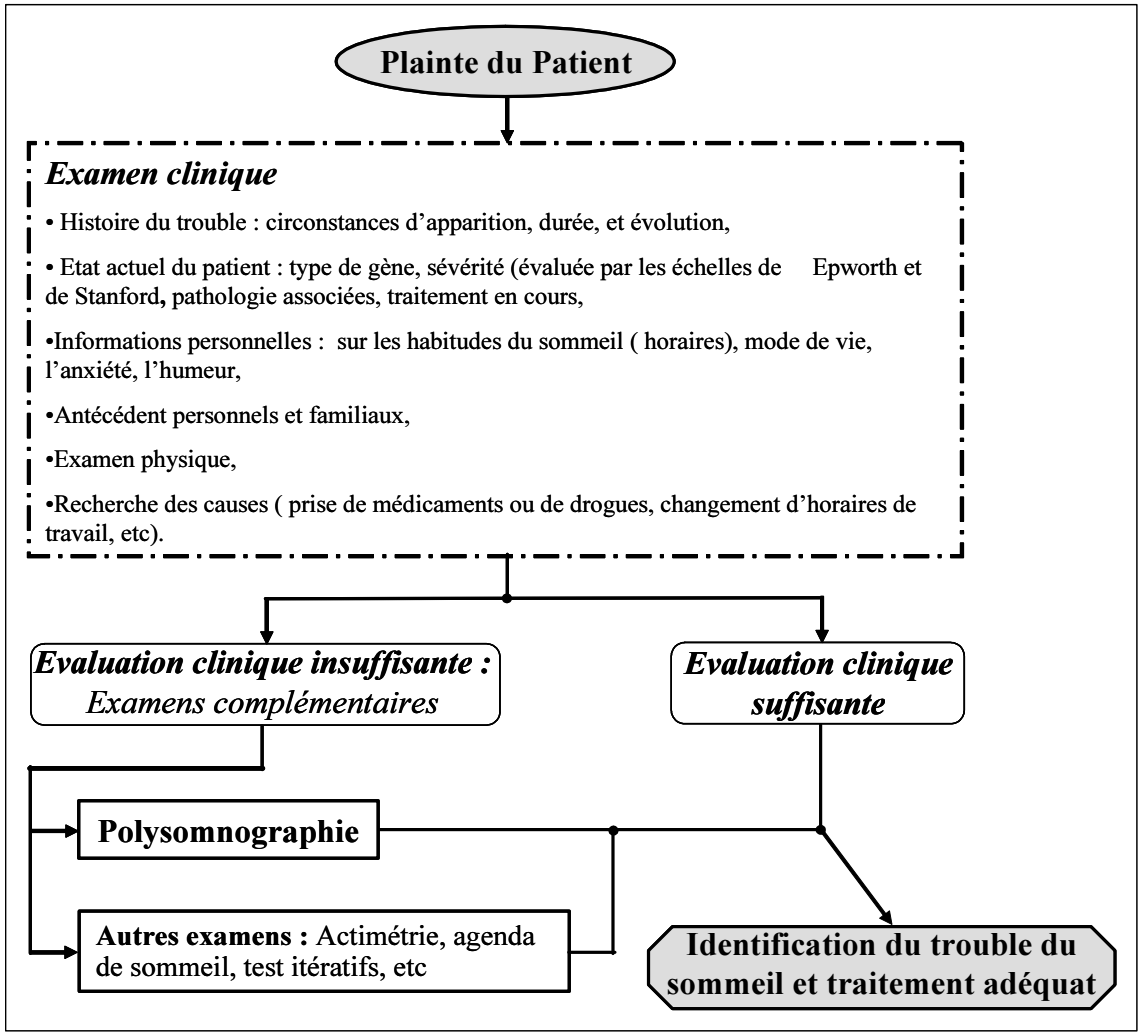


FIG. 2.17 – Démarche diagnostique des troubles du sommeil.

2.1.2.4 Positionnement du problème

L'analyse du sommeil requiert des enregistrements, de longue durée, de signaux électrophysiologiques (EEG, EOG et EMG) issues d'un nombre important d'électrodes. Le développement d'un système ambulatoire pour la réalisation d'enregistrements au domicile du patient dans des

conditions de vie quotidienne, requiert des appareils de mesure miniatures qui soient faciles à mettre en place (le but est que le sujet soit le plus autonome possible).

Afin d'atteindre cet objectif, notre application s'est inscrite dans un projet plus global intitulé SAMITS (Système Ambulatoire pour Malaises Inexpliqués et Troubles du Sommeil) déposé en réponse à l'appel d'offre RNTS 2000. Ce projet s'est articulé autour de trois points clés :

- le développement d'un système Holter portable réduit pour des enregistrements de longue durée,
- la recherche de nouvelles configurations pour la disposition des électrodes permettant le recueil des événements d'intérêt sur un ensemble réduit de capteurs,
- la mise en place d'algorithmes de traitement du signal pour la séparation des mélanges d'informations et l'isolation des événements utiles.

Le premier point a été pris en charge par nos partenaires industriels dont l'aboutissement a été la conception et la réalisation d'un Holter miniaturisé comportant deux étages, (Figure 2.18). Le premier étage est axé sur le système neurologique alors que le second est centré sur le système cardio-vasculaire et respiratoire (en rapport avec l'étude des syncopes inexpliquées).



FIG. 2.18 – Le nouvel appareil enregistreur mis au point par la société ELA Médical permet d'enregistrer jusqu'à 12 dérivations pendant plusieurs jours en haute résolution (1000 Hz, 2.5 μv) avec des connecteurs spécifiques compatibles avec des extensions de 5 à 8 préamplificateurss EEG, pression nasale.

Les deux points suivants ont fait l'objet d'une étude plus approfondie de notre part, présentées en détail dans ce qui suit.

2.1.2.5 Nombre requis d'électrodes et choix de leurs placements

Avant de présenter notre nouveau système, nous rappelons la configuration minimale classique proposée par A. Rechtschaffen et A. Kales dans [186] nécessaire pour l'établissement d'un profil d'une nuit de sommeil.

2.1.2.5.1 Configuration minimale Pour que le scorage d'une nuit de sommeil soit possible directement à partir des observables, l'enregistrement des activités EEG, EOG et EMG sur des voies différentes est obligatoire. Pour ce faire, un minimum de quatre voies est considéré : deux voies pour les mouvements oculaires (coté gauche et coté droit), une voie EEG et une voie EMG (figure 2.19) :

- pour l'enregistrement de l'EEG, il est recommandé dans [27] d'utiliser une seule dérivation (C4A1 ou C3A2),
- pour l'EOG les électrodes E1 et E2 doivent être placées aux angles externes des yeux (mouvements oculaires droit et gauche). De plus, les 2 électrodes doivent être légèrement décalées par rapport au plan médian. L'une se situant à environ 1 cm en dessus du bord externe, l'autre à 1 cm en dessous afin de détecter à la fois les mouvements horizontaux et verticaux. Enfin les deux électrodes sont référencées à la même électrode A1 ou A2 permettant de définir ainsi deux dérivations E1A1 et E2A1 ou E1A2 et E2A2,
- enfin l'EMG est obtenu par la dérivation entre deux électrodes placées au niveau des muscles mentonniers.

Le système global utilise donc un minimum de 6 électrodes plus une référence. Cependant, en pratique, il est conseillé de placer 3 électrodes au moins pour l'acquisition de l'EMG, afin d'avoir une électrode de secours aux cours de la nuit. De plus, chez certains patients le rythme alpha est difficile à individualiser, il est alors nécessaire d'ajouter une nouvelle électrode placée dans la region occipitale (O1 ou O2). L'emploi de cette dérivation est d'une grande utilité pour reconnaître l'endormissement surtout chez les sujets ayant peu de mouvements oculaires lents [27]. Le nombre total requis d'électrodes atteint alors 8.

Après l'acquisition des différentes voies, celles-ci sont filtrées pour éliminer les signaux d'interférences [27, 186] :

- pour l'EEG un filtre passe-bas permet une visualisation optimale des bandes du sommeil (delta $\leq$ 4Hz, theta de 4 à 7,5 Hz, alpha de 8 à 12 Hz, sigma de 12 à 15 Hz et beta $\geq$ 15 Hz) et d'atténuer les interférences de haute fréquence produite par l'EMG. Il est recommandé d'utiliser une fréquence de coupure comprise entre 60 et 70 Hz. En plus du filtre passe bas, un filtre passe haut de fréquence de coupure à 0,5 Hz (constante de temps de 0.3s) est aussi

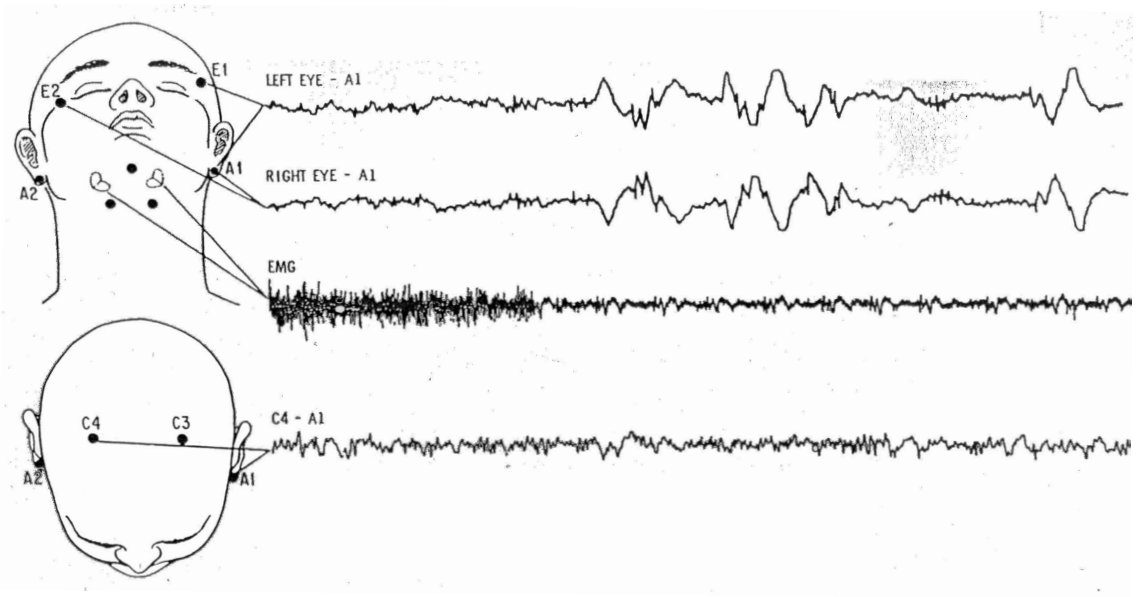


FIG. 2.19 – Configuration minimale pour l'enregistrement d'une nuit de sommeil. En haut : placement de E1, E2, A1 et A2 pour la détection des mouvements oculaires et enregistrement de l'EMG au niveau des muscles mentonniers. En bas : acquisition de l'EEG à travers les électrodes C3, C4 A1 et A2.

utilisé, pour ôter la composante continue ou pour atténuer la composante alternative de basse fréquence,

- les filtres utilisés pour l'EOG sont maintenus pour le filtrage EEG, avec certaines modifications apportées sur le filtre passe-bas qui est limité à 15 Hz (car il n'existe aucune composante rapide dans les mouvements oculaires dépassant cette fréquence),
- quant à l'EMG il est souvent conseillé d'utiliser un filtre passe-bande entre 5 et 120 Hz.

2.1.2.5.2 Configuration proposée Comme précisé auparavant, l'objectif principal de l'étude est la conception d'un système d'acquisition aisé à installer et capable d'extraire les mêmes informations que celles fournies par la configuration classique en utilisant un nombre réduit d'électrodes. Nous devons alors répondre aux deux questions fondamentales suivantes :

1. Quel est le nombre d'électrodes à utiliser ?
2. Quelles sont les nouvelles positions des électrodes permettant de disposer d'un maximum d'informations d'intérêt ?

Différentes expériences ont été effectués en changeant le nombre et/ou le placement des électrodes. Pour chaque test, les signaux ont été enregistrés, en parallèle, avec le système polysomno-

graphique classique et avec notre nouveau système.

Après plusieurs essais, il a été constaté que :

– les deux électrodes temporales antérieurs basses (situées à mi-chemin sur une ligne allant de l'angle interne de l'oeil au lobe de l'oreille), notées F7m et F8m (m pour modifiée), recueillent un signal complexe combinant à la fois l'activité EEG, les mouvements oculaires lents et de l'EMG,
– les deux électrodes frontales, situées au dessus des yeux, nous permettent de recueillir en plus, de l'EEG et de l'EMG, des mouvements oculaires rapides (ex : clignement des paupières). Elles sont notées FP1m et FP2m.

Le nouveau système proposé contient donc 4 électrodes F7m, F8m, FP1m et FP2m, (figure 2.20), plus une référence (soit un total de 5 électrodes). La nouvelle configuration n'a pas seulement été

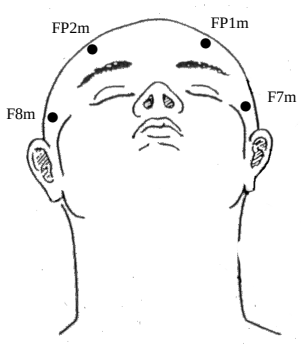


FIG. 2.20 – Positionnement des nouvelles électrodes : deux frontales FP1m et FP2m et deux temporales F7m et F8m (l'électrode de référence n'est pas représentée).

motivée par la qualité des signaux enregistrés. L'aspect purement pratique du système a été prépondérant dans notre choix final. En effet, pour que les patients puissent être autonomes dans la pose du système il a été décidé :

1. De fixer toutes les électrodes sur la peau du visage (plus facile que de les fixer sur le scalp).
2. D'éviter les électrodes placées sur le menton (garantissant aucun décollement durant la nuit).
3. Enfin de proposer quatre électrodes alignées dans l'optique de réaliser un réseau de capteurs sous forme d'un bandeau facile à positionner.

Concernant la référence, plusieurs placements qui évitent le cuir chevelu existent. Citons par exemple : la mastoïde, le bout du nez, derrière le cou, le lobe de l'oreille, etc [204].

Les figures 2.21 et 2.22 illustrent deux exemples des signaux enregistrés par le système classique (a) et par le nouveau système (b). L'acquisition et la visualisation des signaux ont été réali-

sées par le système Coherence^R (Deltamed SA, Paris FRANCE). La fréquence d'échantillonnage est de 256 Hz.

Plus précisément, la figure 2.21 représente un état de veille active et la figure 2.22 illustre une époque de passage d'un état de veille relaxée à un état de sommeil lent (stade 1). Nous avons choisi ces deux exemples, car toutes les activités électrophysiologiques rencontrées dans un enregistrement d'une nuit de sommeil sont représentées (c'est-à-dire : les mouvements oculaires horizontaux et verticaux, l'activité musculaire et l'EEG).

Sur les figures 2.21 (a) et 2.22 (a), 5 dérivations du système classique sont représentées :

- pour les mouvements oculaires, nous avons représenté les voies E1A1 et E2A1 ainsi que leur dérivation E1E2 (ces voies sont très souvent utilisées par les cliniciens pour l'exploration du sommeil). La figure 2.21(a) montre que les mouvements oculaires verticaux présents sur les voies E1A1 et E2A1 sont pratiquement noyés par de l'ECG. Les mouvements oculaires horizontaux sont en opposition de phase sur les voies E1A1 et E2A1 et sont donc mieux visibles sur la dérivation E1E2. Ceux-ci sont présents sur les deux figures 2.21(a) et 2.22(a),
- Nous avons choisi de représenter la voie EEG par la dérivation C4O2. Le choix de cette dérivation permet une visualisation optimale de toutes les bandes du sommeil (même le rythme alpha qui peut être difficilement observable sur la voie C4A1 chez certains patients). En effet, si nous observons la voie C4O2 sur la figure 2.22(a), l'activité alpha associée à la veille relaxée apparaît clairement au début de l'époque.
- la voie EMG illustre le tonus musculaire enregistré à partir des électrodes positionnées sous le menton.

En comparant les figures 2.21(a) et 2.22(a) avec les figures 2.21(b) et 2.22(b), nous observons que les acquisitions faites avec le nouveau système présentent les caractéristiques suivantes :

- une bonne représentation des mouvements oculaires : les mouvements oculaires verticaux sont facilement reconnaissable sur les voies FP1m et FP2m (Figure 2.21(a)). Quant aux mouvements oculaires horizontaux, ils sont mieux représentés sur les voies F7m et F8m (même dans le cas ou ils sont de faible amplitude : Figure 2.22(b)),
- l'activité musculaire se retrouve sur les quatre voies et est synchrone avec la voie EMG du système classique.
- Le signal ECG vient altérer les signaux d'intérêt,
- le signal EEG est masqué par les autres activités physiologiques citées ci-dessus, (i.e : l'activité cardiaque, musculaire et oculaire).

En résumé, toutes les informations pertinentes pour un bon scorage d'une nuit de sommeil sont présentes dans les enregistrements effectués par le nouveau système, ce qui valide la nouvelle configuration des électrodes. Toutefois, les quatre voies enregistrées (F7m, F8m FP1m et FP2m)

ne représentent pas séparément les différentes activités électrophysiologiques (comme le fait le système classique) mais plutôt un mélange de celles-ci. Il convient alors d'estimer l'EEG, l'EMG et l'EOG séparément.

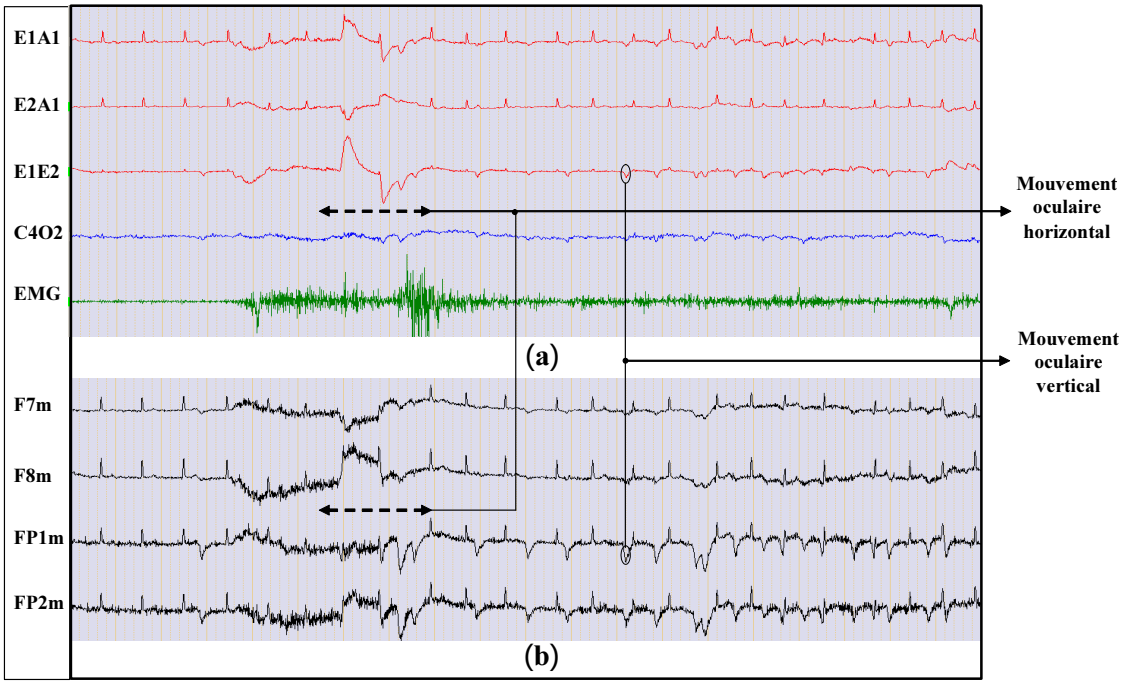


FIG. 2.21 – Représentation d'un état de veille active d'une durée de 20 secondes : (a) Enregistrement polysomnographique classique des signaux représentant les activités oculaires (E1A1, E2A2, E1E2), cérébrales (C4O2) et musculaires (EMG). (b) Signaux enregistrés avec le nouveau système : signaux complexes combinant à la fois l'activité EEG, les mouvements oculaires et l'EMG perturbés par une activité ECG.

2.1.2.6 Procédure d'extraction et d'isolation des événements utiles

Afin d'assister l'expert clinicien dans la caractérisation des phases du sommeil à partir du mélange acquis par notre système, une procédure d'extraction et de reconstruction des signaux d'informations (EEG, EOG et EMG) a été proposée. Elle se décline en quatre étapes (figure 2.24).

2.1.2.6.1 Extraction de l'EMG L'activité EMG contient des hautes fréquences par rapport à l'EEG et à l'EOG (fréquences pouvant atteindre 120 HZ) [27]. Il est donc possible de construire une estimée, $\widehat{\mathrm{EMG}}$, de l'EMG par un simple filtrage passe-haut de nos acquisitions. Le choix des voies utilisées et de la fréquence de coupure a été effectué de manière subjective. En effet,

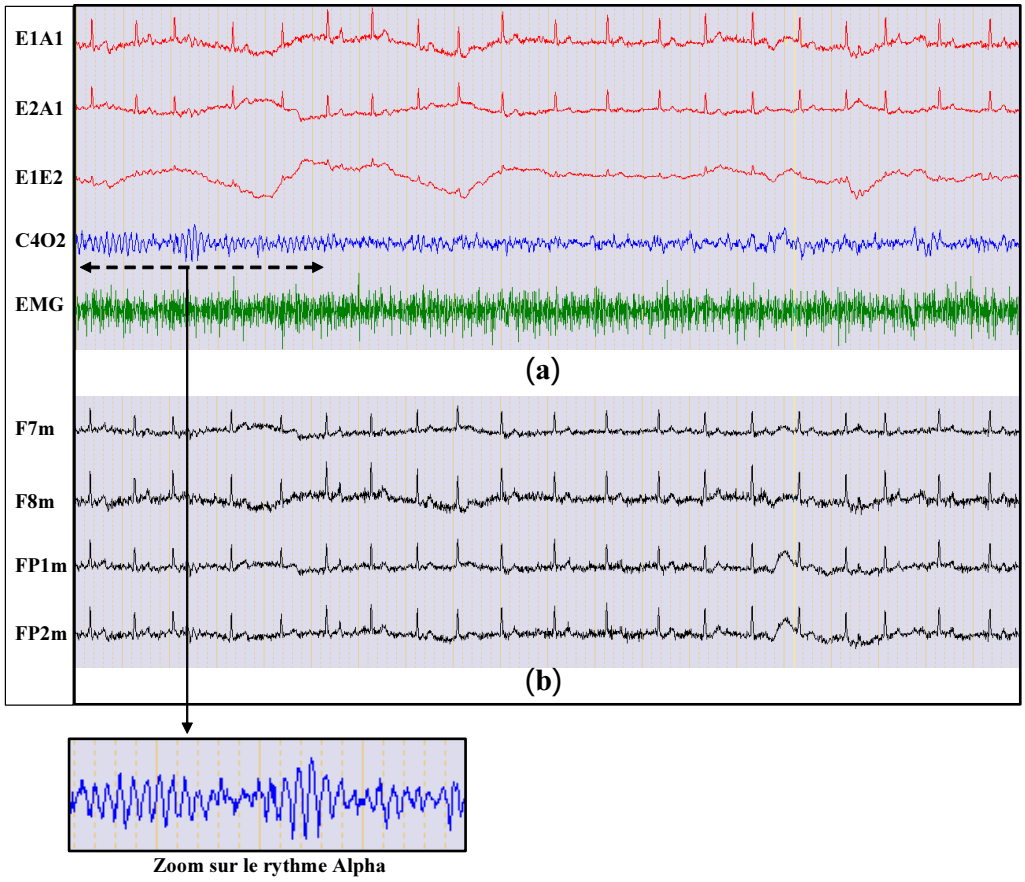


FIG. 2.22 – Cette époque illustre la transition du stade veille au stade 1. (a) Acquisition avec une polysomnographie classique de signaux représentant les activités oculaires (E1A1, E2A2, E1E2), cérébrales (C4O2) et musculaires (EMG) : notons la présence du rythme alpha au début de l'époque, puis l'apparition d'un rythme plus lent et d'amplitude relativement faible. De lents mouvements oculaires ainsi qu'un tonus musculaire élevé sont remarquables sur toute la durée. (b) Signaux enregistrés avec le nouveau système.

plusieurs fréquences de coupure (22Hz, 30Hz, 35Hz, 40 Hz, etc.) et plusieurs dérivations (F7m-F8m, F7m+F8m, FP1m-FP2m, FP1m-FP2m, etc.) ont été testées . Après chaque test, le signal obtenu a été comparé au signal EMG de référence acquis par le système classique. Notre choix final s'est porté sur l'EMG obtenu par filtrage passe-haut de la dérivation F7m-F8m avec une fréquence de coupure de 30 Hz. Ce choix a été validé par un expert clinicien (Dr Monge-Strauss de la Fondation Rocthschild, Paris) avec qui nous avons collaboré tout au long de ce projet.

2.1.2.6.2 Filtrage passe bas de F7m, F8m, FP1m et FP2m Comme le montrent les figures 2.21(b) et 2.22(b), les signaux F7m, F8m, FP1m et FP2m contiennent des composantes hautes fréquences dues essentiellement à l'activité musculaire. Cette activité étant déjà estimée dans l'étape 1, sa contribution est éliminée, par un filtrage passe-bas de ces signaux. Quatre versions filtrées F7f, F8f, FP1f, FP2f de F7m, F8m, FP1m, FP2m sont respectivement obtenues. Le choix de la fréquence de coupure à 22 Hz a été fait en exploitant les informations *a priori* sur les bandes de fréquences des signaux utiles (EEG et EOG) que nous souhaitons extraire. En effet, les fréquences des mouvements oculaires, mêmes les plus rapides sont limitées à 15 Hz. Celles de l'EEG durant le sommeil sont généralement inférieures à 22 Hz, mêmes pour les rythmes les plus rapides dus à la prise de psychotropes [27, PP.55-59].

2.1.2.6.3 Extraction des autres activités électrophysiologiques par ACI Connaître la nature des mouvements oculaires (rapides ou lents) est très important pour établir le profil d'une nuit de sommeil. Nous proposons alors d'estimer sur deux voies différentes $\widehat{\mathrm{EOG}}1$ et $\widehat{\mathrm{EOG}}2$ les mouvements oculaires rapides et les mouvements oculaires lents respectivement. Par ailleurs, la présence du signal ECG peut altérer ou même masquer les autres activités physiologiques, nous avons donc décidé de l'extraire au même titre que les autres activités. L'extraction de nos signaux peut alors être formulée comme un problème de SAS/ACI, où les observations et les sources sont respectivement F7f, F8f, FP1f, FP2f et $EEG, EOG1, EOG2, ECG$. Cependant, l'application d'un algorithme SAS/ACI ne nous fournit pas directement les estimées $\widehat{EEG}, \widehat{EOG}1, \widehat{EOG}2, \widehat{ECG}$ mais plutôt des versions de celles-ci à une matrice de permutation près, $\widehat{Se_1}, \widehat{Se_2}, \widehat{Se_3}, \widehat{Se_3}$ (figure 2.24). Or en pratique, il est nécessaire de faire correspondre chaque sortie $\widehat{Se_j}$ $(j = 1, \ldots 4)$ avec une activité physiologique de manière automatique. Une étape supplémentaire est donc requise.

2.1.2.6.4 Mise en correspondance des sources estimées La solution proposée consiste en la création de trois pseudo signaux références pour les mouvements oculaires lents, les mouvements oculaires rapides et l'ECG à partir de nos observations ; puis calcule une fonction de corrélation entre les sources estimées et les pseudo-références. Notre solution consiste à exploiter les informa-

tions contenues dans les observations FP1m, FP2m, F7m et F8m, obtenues par le nouveau système. Plus précisément, le choix des électrodes de travail a été fait par rapport aux informations qu'elles sont susceptibles de contenir. En effet, la connaissance du terrain nous permet de postuler que les mouvements oculaires lents sont plus amples sur F7m et F8m et ils sont en opposition de phase, que les mouvements oculaires rapides se retrouvent surtout sur FP1m et FP2m et que la phase de l'ECG ne varie pas d'une électrode à une autre. Les trois pseudo-références sont alors crées de la manière suivante

- PRef1 = F8f-F7f pour les mouvements oculaires lents,
- PRef2 = FP1f+FP2f pour les mouvements oculaires rapides,
- et PRef3 = F7f+F8f pour l'ECG.

La figure 2.23 montre un exemple de signaux pseudo-références obtenus à partir de F7f, F8f, FP1fet FP2f de la figure 2.21 (b). On remarque que l'ECG se retrouve sur les deux voies PRef2 et PRef3. Néanmoins, les mouvements oculaires rapides sont fortement représentés sur la voie PRef2 levant ainsi toute ambiguïté qui pourrait entraîner une confusion des signaux PRef2 et ECG.



FIG. 2.23 – Les signaux pseudo-références générés pour la mise en correspondance entre les sources estimées par l'algorithme SAS/ACI et les activités électrophysiologiques recherchées : PRef1 pour $\widehat{EOG}2$, PRef2 pour $\widehat{EOG}1$ et PRef3 pour $\widehat{ECG}$.

La correspondance est alors faite par le calcul de la matrice de covariance (**Cov**) entre $\widehat{\boldsymbol{Se}} = [\widehat{Se1}\ \ \widehat{Se1}\ \ \widehat{Se1}\ \ \widehat{Se1}]^{\intercal}$, et PRef = [PRef1 PRef2 PRef3]^T :

$$\boldsymbol{Cov} = E\{\widehat{\boldsymbol{Se}}\ \text{PRef}^T\} = \begin{pmatrix} Cov_{11} & Cov_{12} & Cov_{13} \\ Cov_{21} & Cov_{22} & Cov_{23} \\ Cov_{31} & Cov_{32} & Cov_{33} \\ Cov_{41} & Cov_{42} & Cov_{43} \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

Si le maximum (en valeur absolue) de la colonne j $(j = 1, 2, 3)$ se retrouve sur une ligne $i(i = 1, \ldots, 4)$ on décide de faire correspondre $\widehat{Se_i}$ à PRef$_j$. Cependant, des cas particuliers peuvent survenir. Par exemple, si deux colonnes j_1 et j_2 ont leur maximum sur la même ligne i,

alors $\widehat{Se_i}$ correspond à PRef$_{j_1}$ si $Cov_{ij1} > Cov_{ij2}$ (et à PRef$_{j_2}$ autrement). La ligne i et la colonne j_1 sont alors supprimées et la procédure répétée. Au final, cette méthode nous permet seulement d'identifier trois $\widehat{Se_i}$ parmi quatre en les faisant correspondre aux mouvements oculaires rapides, aux mouvements oculaires lents et à l'ECG. Quant à l'EEG, on lui alloue par défaut la quatrième source restante. Il est important de noter que cette procédure utilise seulement les propriétés intrinsèques des signaux F7f, F8f, FP1f et FP2f obtenus par notre nouveau système.

Cependant, avant la mise en oeuvre de notre procédure sur des données réelles, il est important de : i) choisir un modèle de mélange adéquat, ii) vérifier l'hypothèse d'indépendance entre les sources à estimer et enfin iii) sélectionner les algorithmes les plus appropriés à notre cas.

2.2 Justification du modèle choisi et indépendance des sources

2.2.1 Le modèle de mélange choisi

La majorité des applications des méthodes SAS/ACI utilisent le modèle linéaire instantané, (voir la section (2.1.1)). Le choix de ce modèle est justifié à travers le formalisme mathématique du *problème direct* en EEG. En effet, estimer le potentiel électrique induit par l'activation neuronale implique la résolution des équations de Maxwell dans les milieux constituant la tête. D'un point de vue électrophysiologique, la tête est isolée (dans l'air) et constituée de tissus excitables appartenant à un milieu conducteur (le volume de la tête). Toutefois, sachant que la fréquence des signaux observés en EEG reste inférieure à 1 kHz, les effets capacitifs des tissus de la tête peuvent être considérés comme négligeables [195]. De plus, les dimensions du milieu sont telles que la propagation des courants apparaît comme instantanée et synchrone [179]. Ainsi, concernant la propagation des courants volumiques, seules interviennent les propriétés de résistance électrique des tissus traversés. Nous considérons donc les tissus de la tête comme des conducteurs passifs. Cette considération est celle du régime quasistatique et conduit aux équations de Maxwell simplifiées. Ceci nous permet d'appréhender le problème direct non plus comme un problème d'évolution (dépendant du temps), mais comme un problème stationnaire [114, 217]. Autrement dit, connaissant la position, l'orientation, l'étendue et l'intensité de la source neuronale active, le calcul de l'activité électrique engendrée à la surface du crâne est indépendant du temps. Au regard de toutes ces considérations, le choix, dans notre application, du modèle linéaire instantané est raisonnable.

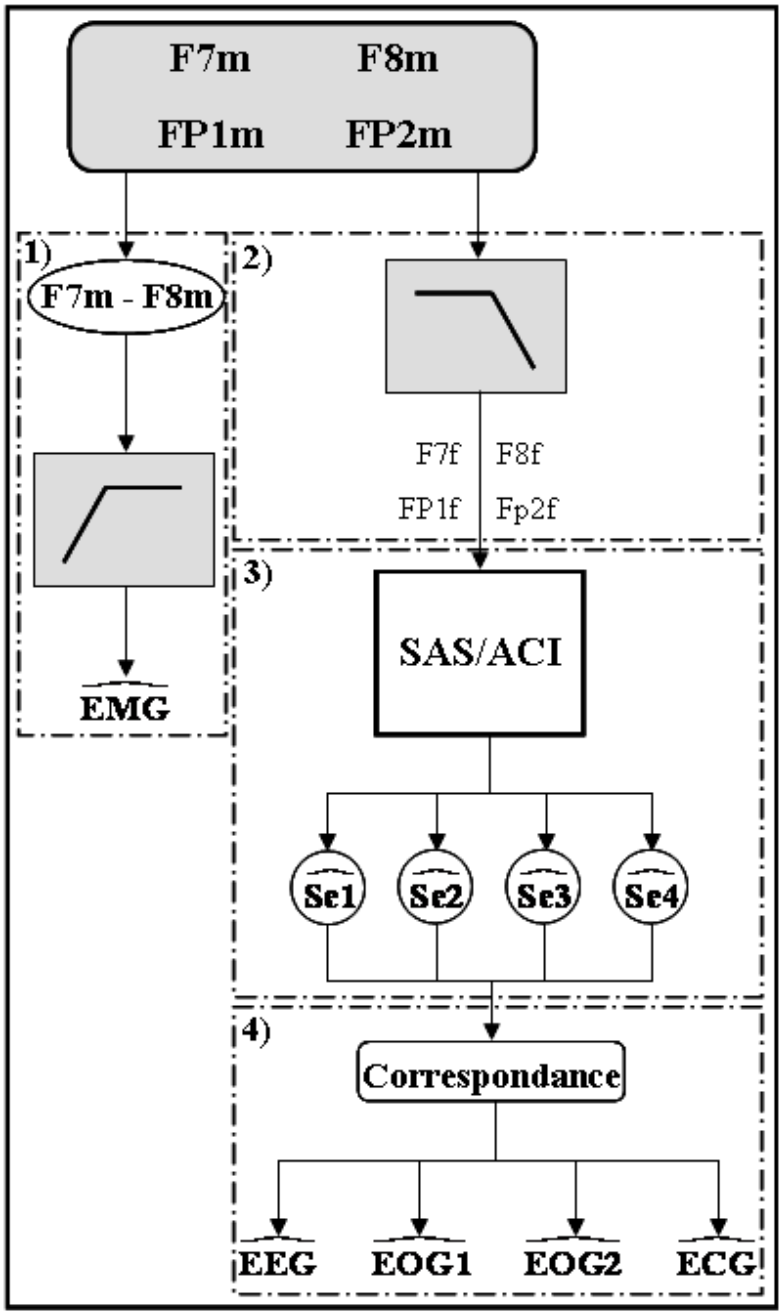


FIG. 2.24 – Synoptique de la procédure de traitement proposée. 1) $\widehat{\mathrm{EMG}}$ estimé par filtrage passe-haut de $\mathrm{F7m} - \mathrm{F8m}$. 2) a) Filtrage passe bas de $\mathrm{F7m}$, $\mathrm{F8m}$, $\mathrm{FP1m}$ et $\mathrm{FP2m}$, b) Obtention de quatre sources indépendantes $\widehat{\mathrm{Se1}}$, $\widehat{\mathrm{Se2}}$, $\widehat{\mathrm{Se3}}$ et $\widehat{\mathrm{Se4}}$ par application d'une méthode SAS/ACI sur les composantes filtrées F7f, F8f, FP1f et FP2f, c) $\widehat{\mathrm{EEG}}$, $\widehat{\mathrm{EOG1}}$, $\widehat{\mathrm{EOG2}}$ et $\widehat{\mathrm{ECG}}$ sont obtenus après une étape de correspondance avec les sources $\widehat{\mathrm{Se1}}$, $\widehat{\mathrm{Se2}}$, $\widehat{\mathrm{Se3}}$ et $\widehat{\mathrm{Se4}}$.

2.2.2 L'indépendance des sources

Justifier que des activités électrophysiologiques générées par un même organe sont statistiquement indépendantes n'est pas trivial. Néanmoins, dans cette application, nous cherchons à séparer des familles d'activités induites par des organes complètement différents. Nous pouvons alors supposer que ces dernières sont physiologiquement indépendantes assurant ainsi une indépendance statistique.

2.3 Etude comparative des performances d'algorithmes de SAS

Nous venons de voir que nos observations pouvaient être modélisées par l'équation (1.5) ; se pose alors la question fondamentale suivante : étant donné la multitude d'algorithmes de SAS proposés permettant d'extraire des sources d'intérêt d'un mélange instantané bruité, quelle est la méthode la plus adaptée à notre problème ? La section 2.1.1 montre que diverses applications de la SAS aux signaux électrophysiologiques ont été présentées dans la littérature. Néanmoins, à notre connaissance, aucune étude comparative des performances des algorithmes SAS/ACI appliqués à cette catégorie de signaux n'a été réalisée à ce jour. Nous nous sommes donc penchés sur cette question et nous proposons une étude comparative de onze méthodes appliquées à des signaux synthétiques, représentant au mieux nos données réelles. De plus, parmi les onze algorithmes, huit d'entre eux nécessitent une étape de pré-blanchiment. Ces derniers ont alors été testés en utilisant deux méthodes différentes de blanchiment : le blanchiment classique et le blanchiment robuste (voir section 1.4.5).

2.3.1 Méthodes envisagées

Notre choix, non exhaustif, s'est porté sur les onze algorithmes suivants : l'algorithme SOBI [23] qui exploite la coloration des sources, TFBSS [104, 115] qui exploite, outre la coloration, la non-stationnarité des sources, les algorithmes COM2 [62], JADE [42] et COM1 [65] qui proposent de maximiser des contrastes basés sur les cumulants d'ordre quatre, l'algorithme INFOMAX [135] qui maximise l'échange d'information au sens de la théorie de l'information. Nous avons également retenu les deux versions de l'algorithme FastICA [119, 120], à savoir FastICA$_{\mathrm{DO}}$ et FastICA$_{\mathrm{SO}}$ citées dans la section 1.5.1. Enfin trois algorithmes ICAR [8], FOBIUM [97] et BIRTH [5, 9], ne nécessitant pas d'étape de blanchiment, ont été pris en compte. Nous supposons dans la suite de ce chapitre que les hypothèses **(H1)** à **(H6)** sont vérifiées. En outre, nous supposons que le mélange $\boldsymbol{H}$ est de rang plein (égale au nombre P de colonnes). D'autre part, le tableau 2.2 synthétise les hypothèses nécessaires aux différents algorithmes décrits ci-dessous

TAB 2.2 Hypothèses nécessaires à chaque algorithme.

Hypothèses / Algorithmes	Ordre $2q$ des statistiques exploitées dans l'extraction des sources	Blanchiment	Nombre de sources gaussiennes tolérées	Cumulants marginaux d'ordre $2q$ des sources de même signe	Différences des spectres marginaux d'ordre $2q$ des sources	Sources non-stationnaires	Sources colorées	Cohérence spatiale du bruit connue
SOBI	2	OUI	P	NON	OUI à l'ordre 2	NON	OUI	OUI
TFBSS	2	OUI	P	NON	OUI à l'ordre 2	OUI	OUI	OUI
JADE	4	OUI	1	NON	NON	NON	NON	OUI
COM2	4	OUI	1	NON	NON	NON	NON	OUI
COM1	4	OUI	1	OUI	NON	NON	NON	OUI
INFOMAX	4	OUI	1	NON	NON	NON	NON	OUI
FOBIUM	4	NON	0	OUI	OUI à l'ordre 4	NON	OUI	NON si bruit gaussien
ICAR	4	NON	0	OUI	NON	NON	NON	NON si bruit gaussien
BIRTH	6	NON	0	OUI	NON	NON	NON	NON si bruit gaussien
FastICA$_{DO}$	4	OUI	1	NON	NON	NON	NON	OUI
FastICA$_{SO}$	4	OUI	1	NON	NON	NON	NON	OUI

2.3.1.1 L'algorithme SOBI

L'algorithme SOBI exploite plusieurs matrices de covariance associées à différents retards non nuls après blanchiment des observations par la matrice $\boldsymbol{\Theta}$ (voir section 1.4.5). En outre, les sources doivent être temporellement corrélées, posséder des spectres différents et le bruit doit être temporellement blanc. La matrice de covariance des observations blanchies $\{\boldsymbol{z}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ est alors donnée pour un retard $\tau_j \in \mathbb{N}^*$, par :

$$\boldsymbol{R_z}[\tau_j] = \widetilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{R_s}[\tau_j]\widetilde{\boldsymbol{H}}^{\mathsf{H}} \tag{2.3}$$

où $\widetilde{\boldsymbol{H}}$ représente la matrice de mélange blanchie orthogonale et $\boldsymbol{R_s}[\tau_j]$ désigne la matrice de covariance des sources associée au retard τ_j, qui a la propriété d'être diagonales sous **(H2)**. Considérons le théorème suivant :

Théorème 1 *Soient J retards non nuls τ_j, et $\boldsymbol{V}$ une matrice orthnormée telle que :*

$$\begin{array}{l} \forall j,\ 1 \leq j \leq J,\ \boldsymbol{R_z}[\tau_j] = \boldsymbol{V} diag([d_1^{(j)}, \ldots, d_P^{(j)}])\boldsymbol{V}^{\mathsf{H}} \\ \textit{et} \\ \forall p_1, p_2,\ 1 \leq p_1 \neq p_2 \leq P,\ \exists j,\ 1 \leq j \leq J,\ d_{p_1}^{(j)} \neq d_{p_2}^{(j)} \end{array} \tag{2.4}$$

Alors $\boldsymbol{V}$ et $\widetilde{\boldsymbol{H}}$ sont égales à une matrice triviale près.

Ce théorème est la clé de voûte de l'algorithme SOBI, fournissant une condition d'identifiabilité du mélange $\widetilde{\boldsymbol{H}}$. Notons que cette condition ne pourra pas être remplie en présence de sources dont les spectres normalisés sont identiques. Par contre, si ces derniers sont tous différents, il sera toujours possible de trouver un ensemble de J retards τ_j vérifiant la condition du théorème.

2.3.1.2 L'algorithme TFBSS

L'algorithme TFBSS est une extension de SOBI aux sources temporellement corrélées non-stationnaires. Cet algorithme nécessite un blanchiment des observations comme SOBI. La seconde étape consiste également à diagonaliser conjointement un ensemble de matrices obtenues à partir des observations blanchies. Toutefois, il s'agit cette fois de matrices de covariance temps-fréquence notées $\mathbf{S}_z[m,k]$ et définies par :

$$\mathbf{S}_{\boldsymbol{z}}[m,k] = \sum_{\tau\in\mathbb{N}} \boldsymbol{R_z}[m,\tau]e^{-\mathtt{i}2\pi k\tau} \tag{2.5}$$

Un problème majeur se pose alors : comment estimer en pratique $\boldsymbol{R_z}[m,\tau]$? En effet, s'il est possible d'estimer une matrice de covariance d'un processus stationnaire et ergodique à partir d'une unique réalisation du dit processus, ceci est impossible dans le cas d'un processus non-stationnaire à moins de disposer de plusieurs réalisations. Une solution utilisée par les auteurs

de TFBSS consiste à estimer les statistiques du processus non-stationnaire par des statistiques instantanées, autrement dit sans moyennage des échantillons. Cela dit, dans quelle mesure cette statistique instantanée tend elle asymptotiquement vers la statistique exacte ? ou du moins vérifie-t-elle les même propriétés ? En notons $\widehat{\mathbf{S}_{\boldsymbol{s}}}[m,k]$ l'estimée instantanée de $\mathbf{S}_{\boldsymbol{s}}[m,k]$, $\widehat{\mathbf{S}_{\boldsymbol{s}}}[m,k]$ est-elle diagonale au même titre que $\mathbf{S}_{\boldsymbol{s}}[m,k]$ quel que soit le couple (m,k) ? La réponse est non. Les auteurs de TFBSS proposent donc d'identifier les couples (m,k) pour lesquels $\widehat{\mathbf{S}_{\boldsymbol{s}}}[m,k]$ est diagonale, en minimisant un certain critère fonction de $\widehat{\mathbf{S}_{\boldsymbol{z}}}[m,k]$ [103]. Une fois les J couples (m,k) identifiés, l'algorithme TFBSS diagonalise conjointement les J matrices $\widehat{\mathbf{S}_{\boldsymbol{z}}}[m,k]$ associées dans le but d'estimer $\widetilde{\boldsymbol{H}}$ à une matrice triviale près.

2.3.1.3 L'algorithme JADE

L'algorithme JADE nécessite premièrement un blanchiment des observations, puis la maximisation du contraste suivant :

$$\psi(\widehat{\widetilde{H}},\boldsymbol{y}) = \sum_{p,j_2,j_3=1}^{P} \left| C^{p,j_2}_{p,j_3,\boldsymbol{y}} \right|^2 \tag{2.6}$$

où $\widehat{\widetilde{H}}$ est une estimée de $\widetilde{H}$ à une matrice triviale près. Une solution algébrique consiste à diagonaliser conjointement l'ensemble des matrices propres $\boldsymbol{M}_p$ construites à partir des vecteur propres associés aux P plus grandes valeurs propres de la matrice de quadricovariance $\boldsymbol{Q}_z$.

2.3.1.4 L'algorithme COM2

De même que les trois méthodes précédentes, COM2 nécessite un blanchiment des observations. Puis il faut maximiser le contraste suivant :

$$\psi(\widehat{\widetilde{H}},\boldsymbol{y}) = \sum_{p=1}^{P} \left(C^{p,p}_{p,p,\boldsymbol{y}} \right)^2 \tag{2.7}$$

Une optimisation de ce contraste est proposée dans [62]. Elle repose sur le théorème suivant :

Théorème 2 *Soit $\boldsymbol{s}$ un vecteur aléatoire de composantes indépendantes, parmi lesquelles au plus une est gaussienne, et dont les densités de probabilité ne sont pas réduites à une masse ponctuelle. Soit $\boldsymbol{T}$ une matrice orthogonale de taille $(P\times P)$ et $\boldsymbol{z}$ le vecteur défini par $\boldsymbol{z}=\boldsymbol{T}\boldsymbol{s}$. Alors les trois propriétés suivantes sont équivalentes :*

i) les composantes de $\boldsymbol{z}$ sont indépendantes deux à deux ;

ii) les composantes de $\boldsymbol{z}$ sont mutuellement indépendantes ;

iii) $\boldsymbol{T}$ est une matrice triviale.

Ce théorème nous dit qu'au vu des indéterminations intrinsèques au problème de la SAS, il suffit juste de chercher à reconstruire des sources indépendantes deux à deux.

2.3.1.5 L'algorithme COM1

Après un blanchiment des observations le contraste suivant est optimisé :

$$\psi(\widehat{\widetilde{H}}, \boldsymbol{y}) = \lambda \sum_{p=1}^{P} C^{p,p}_{p,p,\boldsymbol{y}} \tag{2.8}$$

où $\lambda = \pm 1$. La solution itérative proposée pour COM2 peut être utilisée afin d'optimiser le contraste précédent. Cependant, une solution algébrique a dernièrement été proposée dans [65]. Notons toutefois que COM1 nécessite que les sources aient des kurtosis de même signe.

2.3.1.6 L'algorithme INFOMAX

Nous présentons l'algorithme INFOMAX développé par A.-J. Bell et T.-J. Sejnowski dans [135], pour le cas de systèmes réels. Cet algorithme n'exige pas d'étape de blanchiment. Cependant en pratique cette étape améliore la vitesse de convergence et les performances de l'algorithme [120, chapitre 9]. De ce fait, l'algorithme est présenté en supposant que les données ont été préalablement blanchies.

Bien qu'à l'origine INFOMAX repose sur des concepts issus de la théorie de l'information, il est possible de décrire cette méthode sous une forme du maximum de vraisemblance. En effet, supposant que les vecteurs aléatoires du processus blanchi $\{\boldsymbol{z}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ admettent tous la même densité de probabilité $p_{\boldsymbol{z}}$, cette dernière vérifie sous l'hypothèse **(H2)** la propriété suivante :

$$p_{\boldsymbol{z}} = |\det(\widetilde{\boldsymbol{G}})|\ p_{\boldsymbol{y}} = |\det(\widetilde{\boldsymbol{G}})|\ \prod_{p=1}^{P} p_{y_p} \tag{2.9}$$

où $\widetilde{\boldsymbol{G}} = \widetilde{\boldsymbol{H}}^{-1} = [\widetilde{\boldsymbol{g}_1}, \ldots, \widetilde{\boldsymbol{g}_P}]^{\mathsf{T}}$, $p_{\boldsymbol{y}}$ désigne la densité de probabilité conjointe de chaque vecteur aléatoire $\boldsymbol{y}[m]$ $(m \in \mathbb{N})$ et p_{y_p} représente la densité de probabilité marginale de la p-ième composante de chaque vecteur $\boldsymbol{y}[m]$ $(m \in \mathbb{N})$.

En supposant que l'on dispose d'une réalisation $\{\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]\}_{m=1\ldots,M}$ du processus des observations blanchies et que l'on puisse évaluer les densités p_{y_p} aux M points $\widetilde{\boldsymbol{g}_p}^{\mathsf{T}}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]$, la log-vraisemblance de l'équation (2.9) est donnée par :

$$L(\widetilde{\boldsymbol{G}}) = M \ln |\det(\widetilde{\boldsymbol{G}})| + \sum_{m=1}^{M}\sum_{p=1}^{P} \ln p_{y_p}(\widetilde{\boldsymbol{g}_p}^{\mathsf{T}}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]) \tag{2.10}$$

Notons que l'équation précédente n'a de sens que si, pour toute valeur de p comprise entre 1 et P, les variables aléatoires du processus $\{z_p[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ sont indépendantes.

Une manière simple de maximiser la log-vraisemblance consiste à utiliser la méthode du gradient classique [19, 173] qui nous permet d'obtenir la progression suivante :

$$\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j+1)} = [\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)\mathsf{T}}]^{-1} - \mu \sum_{m=1}^{M} \varphi_{\boldsymbol{y}}(\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m])\ \widetilde{\boldsymbol{z}}[m]^{\mathsf{T}} \tag{2.11}$$

où $\varphi_{\boldsymbol{y}}$ est appelée fonction score du processus $\{\boldsymbol{y}[m]\}_{m=1...,M}$ définie par :

$$\varphi_{\boldsymbol{y}} = (ln \circ p_{\boldsymbol{y}})' = -\frac{p_{\boldsymbol{y}}{}'}{p_{\boldsymbol{y}}} \tag{2.12}$$

L'algorithme du gradient nécessite le calcul de l'inverse de $\widetilde{\boldsymbol{G}}^{\mathsf{T}}$ pour chaque itération, ce qui rend sa convergence très lente. Pour pallier à ce problème S. Amari a proposé en 1998 l'algorithme du *gradient naturel* [11] qui est une amélioration du gradient classique. La progression de la méthode du gradient naturel est donnée en multipliant l'équation (2.11) par $\widetilde{\boldsymbol{G}}^{\mathsf{T}}\widetilde{\boldsymbol{G}}$. Nous obtenons alors :

$$\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j+1)} = \left[\mathbf{I} - \mu \sum_{m=1}^{M} \varphi_{\boldsymbol{y}}(\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m])(\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m])^{\mathsf{T}}\right]\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)} \tag{2.13}$$

D'après l'équation (2.13), nous sommes censés estimer les densités de probabilité des sources. Toutefois, en pratique il suffit de connaître la famille d'appartenance des sources (sous-gaussienne ou sur-gaussienne) et d'utiliser comme fonction score l'une des deux fonctions suivantes :

$\varphi_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u} - \tanh(\boldsymbol{u})$ *si les sources sont sous-gaussiennes* ;

$\varphi_{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{u} + \tanh(\boldsymbol{u})$ *si les sources sont sur-gaussiennes.*

L'algorithme du gradient naturel s'écrit :

$$\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j+1)} = \left[\mathbf{I} - \mu \sum_{m=1}^{M} \left(\boldsymbol{K}\tanh\left(\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]^{\mathsf{T}}\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)_{\mathsf{T}}}\right) - \widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)}\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]\widetilde{\boldsymbol{z}}[m]^{\mathsf{T}}\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)_{\mathsf{T}}}\right)\right]\widetilde{\boldsymbol{G}}^{(j)} \tag{2.14}$$

avec $\boldsymbol{K}$ une matrice de pondération diagonale où les éléments non nuls valent ± 1 selon le caractère sur- ou sous-gaussien des sources. En pratique, la matrice $\boldsymbol{K}$ est calculée itérativement à partir des caractéristiques statistiques des sources estimées (voir [135] pour plus de détails).

2.3.1.7 L'algorithme FOBIUM

La méthode FOBIUM est une extension de l'algorithme SOBI à l'ordre quatre, ne nécessitant pas de blanchiment des observations à l'ordre deux. Toutefois, la première étape de FOBIUM consiste quand même à orthogonaliser la matrice de mélange recherchée. Mais contrairement à SOBI, cette opération est réalisée directement sur l'ensemble des matrices de quadricovariance associées à des triplets de retards $(\tau_1^{(j)}, \tau_2^{(j)}, \tau_3^{(j)})$ tels que $|\tau_1^{(j)}| + |\tau_2^{(j)}| + |\tau_3^{(j)}| \neq 0$ et vérifiant d'après (1.19) pour $q=2$ et $\ell=1$:

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}\left[\tau_1^{(j)}, \tau_2^{(j)}, \tau_3^{(j)}\right] = [\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*]\ \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{s}}[\tau_1^{(j)}, \tau_2^{(j)}, \tau_3^{(j)}][\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*]^{\mathsf{H}} \tag{2.15}$$

En effet, les matrices $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}\left[\tau_1^{(j)}, \tau_2^{(j)}, \tau_3^{(j)}\right]$ sont multipliées à gauche par $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{-1/2}$ où $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}$ est une racine carrée de la matrice de quadricovariance $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}} \overset{\text{def}}{=} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}[0,0,0]$, et à droite par $(\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{-1/2})^{\mathsf{H}}$. La

seconde étape de FOBIUM consiste à diagonaliser conjointement l'ensemble des matrices $\{\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}[\tau_j](\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{-1/2})^{\mathsf{H}}, 1 \leq j \leq J\}$ de manière à identifier la matrice $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{-1/2}[\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*]$ et donc la matrice $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$ à une matrice triviale près. Enfin, la dernière étape de la méthode consiste à extraire la matrice $\boldsymbol{H}$ de la matrice $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$. Cette opération est réalisée en remarquant que le p-ième vecteur colonne de $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$ s'écrit sous la forme $\boldsymbol{h}_p \otimes \boldsymbol{h}_p^*$. Il est alors facile, pour chaque valeur de p $(1 \leq p \leq P)$, de ranger les composantes du vecteur $\boldsymbol{h}_p \otimes \boldsymbol{h}_p^*$ de taille $(N^2 \times 1)$ dans une matrice $\boldsymbol{B}_p$ de taille $(N \times N)$ telle que $\boldsymbol{B}_p = \boldsymbol{h}_p \boldsymbol{h}_p{}^{\mathsf{H}}$. Les P matrices $\boldsymbol{B}_p$ sont de rang 1, une simple diagonalisation de chacune d'entre elle permet alors d'estimer les P vecteurs $\boldsymbol{h}_p$ à un scalaire près. Si l'algorithme FOBIUM permet d'identifier la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ à une matrice triviale près, il requiert, comme pour SOBI, une condition d'ordre spectrale sur les sources. La méthode FOBIUM nécessite en effet que les sources aient des trispectres distincts afin de garantir l'identification du mélange.

2.3.1.8 Les algorithmes ICAR et BIRTH

Les algorithmes ICAR et BIRTH visent à exploiter les redondances matricielles présentes respectivement dans la quadricovariance et dans l'hexacovariance des observations. Ces deux méthodes ne nécessitent pas d'étape de blanchiment à l'ordre deux, ce qui leur confère l'avantage d'être insensibles asymptotiquement à la présence d'un bruit gaussien de cohérence spatiale inconnue. Par ailleurs, BIRTH permet d'identifier des mélanges sous-déterminés de sources. Ainsi, selon la structure analytique de la matrice de mélange, BIRTH peut traiter jusqu'à N^2 sources avec seulement N observations. BIRTH est une extension d'ICAR à l'ordre six. Dans un soucis de simplicité, nous allons nous contenter de présenter le concept de cette famille de méthodes au travers d'ICAR.

Sous l'hypothèse de sources de kurtosis de signes identiques (supposons que les kurtosis soient positifs), il est possible de calculer une racine carrée de la matrice de quadricovariance, $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}$, des observations. Cette dernière vérifie alors :

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2} = [\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*]\, \boldsymbol{\zeta}_{\boldsymbol{s}}^{1/2}\, \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}}, \tag{2.16}$$

où $\boldsymbol{\zeta}_{\boldsymbol{s}}^{1/2}$ est la matrice diagonale de taille $(P \times P)$ des cumulants marginaux d'ordre quatre des sources et $\boldsymbol{V}$ une matrice orthonormée. Or la matrice $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^* = [[\boldsymbol{H}^* \boldsymbol{\Phi}_1]^{\mathsf{T}}\, [\boldsymbol{H}^* \boldsymbol{\Phi}_2]^{\mathsf{T}} \ldots [\boldsymbol{H}^* \boldsymbol{\Phi}_N]^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}} \tag{2.17}$$

où $\boldsymbol{\Phi}_n$ est une matrice diagonale constituée des éléments de la n-ième ligne du mélange $\boldsymbol{H}$. Par conséquent la matrice $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}$ vérifie l'égalité suivante :

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2} = \Big[[\boldsymbol{H}^* \boldsymbol{\Phi}_1 \boldsymbol{\zeta}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}}]^{\mathsf{T}} \ldots [\boldsymbol{H}^* \boldsymbol{\Phi}_N \boldsymbol{\zeta}_{\boldsymbol{s}}^{1/2} \boldsymbol{V}^{\mathsf{H}}]^{\mathsf{T}}\Big]^{\mathsf{T}} = [\boldsymbol{\Gamma}_1{}^{\mathsf{T}} \ldots \boldsymbol{\Gamma}_N{}^{\mathsf{T}}]^{\mathsf{T}} \tag{2.18}$$

en extrayant de $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}$ les N blocs matriciels $\sum_n$ de taille $(N \times P)$, il est possible de construire les $N(N-1)$ matrices $\boldsymbol{O}_{n_1,n_2}$ telles que :

$$\forall\,(n_1,n_2),\, 1 \leq n_1 \neq n_2 \leq N,\, \boldsymbol{O}_{n_1,n_2} = \textstyle\sum_{n_1}^{\sharp} \sum_{n_2} \tag{2.19}$$

où $\sharp$ désigne l'opérateur de la pseudo-inverse. Notons au passage que sous l'hypothèse d'une matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ de rang colonne égal à P, les matrices $\boldsymbol{O}_{n_1,n_2}$ vérifient l'égalité suivante :

$$\boldsymbol{O}_{n_1,n_2} \;=\; \boldsymbol{V}\,\boldsymbol{D}_{n_1,n_2}\boldsymbol{V}^{\mathsf{H}} \tag{2.20}$$

$$\tag{2.21}$$

où les $N(N-1)$ matrices $\boldsymbol{D}_{n_1,n_2} = \boldsymbol{\Phi}_{n_1}^{-1}\,\boldsymbol{\Phi}_{n_2}$ de taille $(P \times P)$ sont diagonales. Une diagonalisation conjointe des matrices $\boldsymbol{O}_{n_1,n_2}$ permet ainsi d'estimer $\boldsymbol{V}$ à une matrice triviale orthonormée près.

Sachant, d'après l'équation (2.16), que $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}\boldsymbol{V}$ est une estimée de $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$ à une matrice diagonale près, il est dons possible d'estimer la matrice $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$ à partir de $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{x}}^{1/2}$ à une matrice triviale près. Enfin, la dernière étape de l'algorithme FOBIUM peut par exemple être utilisée ici afin d'extraire l'estimée de $\boldsymbol{H}$ de l'estimée de $\boldsymbol{H} \oslash \boldsymbol{H}^*$.

2.3.1.9 L'algorithme FastICA

Nous présentons à présent l'approche connue sous le nom de FastICA. L'idée exploitée est de reconstruire chaque source en l'éloignant le plus possible de la gaussienne, ce qui a pour effet de maximiser son indépendance par rapport aux autres sources [120, Chapitre 8]. La mesure de non gaussianité employée ici n'est autre que la néguentropie initialement introduite dans [62]. Cette dernière peut être approchée par le kurtosis de la source considérée. Toutefois, les auteurs de FastICA ont montré qu'il était préférable d'estimer la néguentropie par la fonction suivante :

$$J(y) \propto [\mathrm{E}\{F(y)\} - \mathrm{E}\{F(y^{(g)})\}]^2 \tag{2.22}$$

où y est la variable aléatoire considérée, $y^{(g)}$ une variable aléatoire gaussienne centrée réduite et F une fonction non-quadratique égale par exemple à :

$$F(u) = \ln\cosh(u),\, u \in \mathbb{R} \tag{2.23}$$

ou bien :

$$F(u) = -\exp(-u^2/2),\, u \in \mathbb{R} \tag{2.24}$$

Les points stationnaires du critère J (2.22) sont obtenus en annulant sont gradient. Notons que le gradient calculé est en fait modifié de manière à offrir de meilleures propriétés de convergence à

FastICA sans toutefois modifier les points stationnaires. L'algorithme de Newton est alors appliqué au gradient et conduit ainsi à la progression suivante :

$$\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j+1)} = \mathsf{E}[F'\Big(\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)\intercal}\boldsymbol{z}[m]\Big)\,\boldsymbol{z}[m]] - \mathsf{E}[F''\Big(\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)\intercal}\boldsymbol{z}[m]\Big)\,\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)}] \tag{2.25}$$

où $\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)}$, F', F'' et $\{\boldsymbol{z}[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ désignent respectivement l'estimée de la p-ième colonne de $\widetilde{\boldsymbol{H}}$ issue de la j-ième itération, les dérivées première et seconde de F, et le processus vectoriel des observations blanchies.

Deux approches sont alors possibles, nommées respectivement FastICA$_{\mathrm{DO}}$ et FastICA$_{\mathrm{SO}}$ (1.5.1). La première, qualifiée de déflation, consiste à utiliser la progression (2.25) pour la p-ième source à extraire ($1 \leq p \leq P$) en orthonormalisant à chaque itération j le vecteur $\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)}$ avec les vecteurs $\widetilde{\boldsymbol{h}}_{p'}^{(j_{opt})}$ ($1 \leq p' \leq p-1$) obtenus lors de l'extraction des $p-1$ précédentes sources, et ce jusqu'à convergence. L'orthonormalisation est effectuée à l'aide du procédé de Gramm-Schmidt. La seconde approche, qualifiée quant-à-elle de symétrique, calcule simultanément à chaque itération j les P vecteurs $\widetilde{\boldsymbol{h}}_p^{(j)}$ associés aux P sources et les orthonormalise conjointement avant de passer à l'itération suivante. Le procédé d'orthonormalisation conjointe employé dans le contexte de SAS est décrit par E. Moreau dans [154].

2.3.2 Génération des données synthétiques

L'objectif est de disposer de données simulées réalistes pour comparer les performances en termes de restitution de sources des algorithmes retenus. Nous avons exploité à cet effet d'une part notre base de données polysomnographiques (qui compte 14 patients) et d'autre part un modèle biomathématique pour la génération d'une activité cérébrale de fond.

2.3.2.1 Génération des sources

Les sources simulées sont notées EEGS, EOGRS, EOGLS et ECGS (figure 2.25). Elles représentent, respectivement, l'activité cérébrale, les mouvements oculaires rapides, les mouvements oculaires lents et l'activité cardiaque. La source EEGS est simulée en utilisant le modèle de B. H. Jansen [122] (à base d'équations différentielles paramétriques) pour la génération d'activités cérébrales. Les paramètres du modèle ont été choisis ici de manière à avoir une source représentant l'activité électrique cérébrale de fond. Notons que l'activité générée a un caractère gaussien très prononcé. Ceci se vérifie même sur des données réelles correspondant à une activité EEG de fond ne comportant pas de composantes transitoires (non linéaires) spécifiques d'une activité anormale du cerveau (épileptique, liée à une prise de médicaments,...). Les autres sources sont tirées de notre base de données réelles de la manière suivante : i) la source EOGRS est obtenue à partir

des enregistrements issus des électrodes positionnées en FPZ et CZ (le placement des électrodes obéit au montage standard 10-20 (figure 2.26)). Plus précisément, la voie EOGRS correspond à la dérivation FPZCZ. De plus, le signal ainsi obtenu est filtré passe-bande [1HZ, 8HZ] pour atténuer au mieux les interférences hautes fréquences dues à l'EEG et à l'EMG, et les perturbations basses fréquences qui pourraient provenir des mouvements oculaires lents, ii) la source EOGLS est correspond à la dérivation classique E1E2. Pour atténuer les possibles interférences de l'EMG et de l'EEG, le signal issu de cette dérivation est filtré passe-bas (la fréquence de coupure est égale à 4 HZ), iii) la source ECGS correspond à un signal cardiaque prélevé sur les enregistrements des patients pendant leur sommeil.

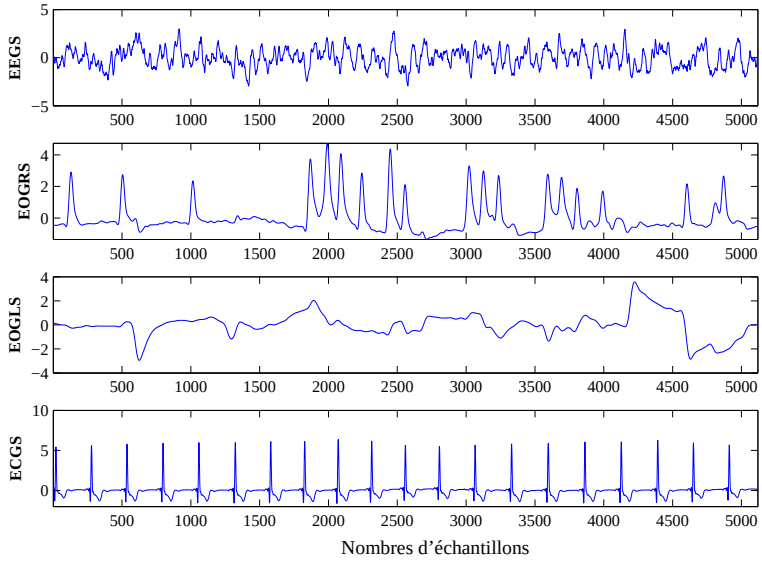


FIG. 2.25 – Exemple de sources synthétiques générées.

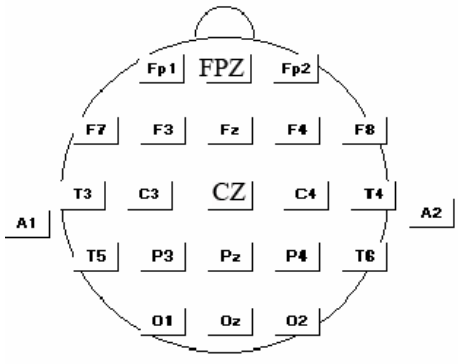


FIG. 2.26 – Positionnement des électrodes suivant le montage standard 10-20.

2.3.2.2 Génération du mélange

La matrice de mélange utilisée dans nos simulations a été préalablement obtenue en résolvant le problème direct liant des activités électriques intracérébrales à leur " image " enregistrée par des capteurs de surface. Plus exactement, nous avons considéré quatre capteurs de surface notés Cap1, Cap2, Cap3 et Cap4 et dont les positions correspondent respectivement à celles des électrodes FP1m, FP2m, F7m et F8m de notre configuration (c.f. figure 2.20). Nous avons par la suite positionné cinq dipôles Dip1, Dip2, Dip3, Dip4, Dip5 aux emplacements où les différentes activités électriques EEG, EOGR et EOGL sont censées naître (figure 2.27). Les dipôles Dip3 et Dip4 caractérisent l'activité électrique engendrée respectivement par des mouvements rapides de l'oeil gauche et de l'oeil droit. Les dipôles Dip2 et Dip5 sont, pour leur part, dédiés aux mouvements lents respectivement de l'oeil gauche et de l'oeil droit. Quant au dipôle Dip1, il caractérise l'activité EEG. Ainsi, nous avons positionné les dipôles Dip3 et Dip4 dans la région frontale à une profondeur d'environ un centimètre et demi. Les dipôles Dip2 et Dip5 ont été placés à la même profondeur mais cette fois dans la région temporale gauche pour l'un et temporale droite pour l'autre. Quant au dipôle caractérisant l'activité EEG, nous l'avons positionné arbitrairement dans l'espace cérébral. Nous avons alors utilisé la formule matricielle de transfert [231] [157] liant les cinq dipôles de courant aux quatre observations de surface dans un cadre semi-réaliste où la tête est modélisée par un ensemble de trois sphères concentriques. Les vecteurs colonnes de la matrice de mélange, de taille (4×5) ainsi obtenue, peuvent être interprétés comme les vecteurs de localisation des cinq dipôles de courant dans le cortex cérébral. Enfin, les deux sources électriques associées aux dipôles Dip3 et Dip4 étant supposées identiques, de même que les deux sources électriques associées aux dipôles Dip2 et Dip5, il est équivalent de considérer une matrice de mélange de taille (4×3) où le vecteur colonne propre à l'EOGRS est la somme des vecteurs de localisation des dipôles Dip3 et Dip4 et où le vecteur colonne propre à l'EOGLS est la somme des vecteurs de localisation des dipôles Dip2 et Dip5. Il ne reste plus qu'à apporter à notre mélange synthétique la contribution de la source ECG. Cette contribution étant supposée uniforme sur tous les capteurs, nous avons décidé d'ajouter à la matrice de mélange de taille (4×3) un quatrième vecteur colonne constitué uniquement de *uns*. Voici à titre d'exemple une matrice de mélange construite en suivant la procédure décrite ci-dessus :

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} 1.8106 & 2.0535 & 1.4671 & 1.0000 \\ 0.4553 & 1.9114 & 1.4997 & 1.0000 \\ 1.5167 & 1.5022 & 3.1823 & 1.0000 \\ 0.1331 & -0.7530 & 0.7776 & 1.0000 \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

Nous définissons le coefficient de corrélation spatiale entre deux vecteurs colonnes de la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ comme le produit scalaire normalisé des deux vecteurs considérés. Ce coefficient exprime le degré de colinéarité entre les deux vecteurs. Il est à noter que les six coefficients de corrélation spatiale de la matrice $\boldsymbol{H}$ ci-dessus sont tous compris entre 0.7 et 0.9. Autrement dit, la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ peut être assez mal conditionnée.

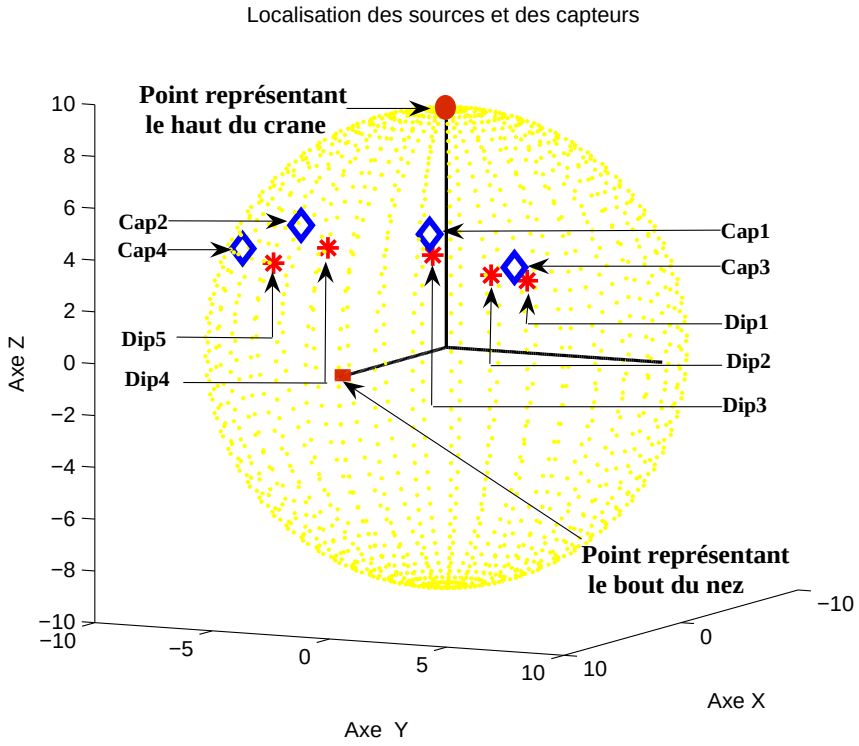


FIG. 2.27 – Représentation des différentes positions des cinq dipôles Dip1, Dip2, Dip3, Dip4, Dip5 à l'intérieur de la sphère et des quatre capteurs de surface Cap1, Cap2, Cap3, Cap4 correspondant respectivement aux électrodes FP1m, FP2m, F7m, F8m.

2.3.3 Critère de performance

Afin de comparer quantitativement la qualité de restitution d'une source par deux séparateurs différents $\boldsymbol{G}_1$ et $\boldsymbol{G}_2$, nous avons utilisé le critère introduit par P. Chevalier dans [53]. L'auteur a montré que la qualité de restitution d'une source est directement liée au rapport signal sur bruit total (appelé SINR ou Signal to Interference plus Noise Ratio) de cette source après séparation. Plus précisément, le SINR de la source p à la i-ième sortie du séparateur $\boldsymbol{G}$ est défini par :

$$\mathrm{SINR}_p[\boldsymbol{g_i}] = \pi_p \frac{|\boldsymbol{g_i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_p|^2}{\boldsymbol{g_i}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_{\nu p} \boldsymbol{g_i}} \tag{2.27}$$

où π_p représente la puissance de la p-ième source, $\boldsymbol{g_i}$ la i-ème colonne du séparateur $\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{R_{\nu p}} = \boldsymbol{R}_x - \pi_p \boldsymbol{h}_p \boldsymbol{h}_p{}^{\mathsf{H}}$ est la matrice de covariance du bruit de la source p. A partir de ces définitions, la qualité de restitution de la source p à la sortie du séparateur $\boldsymbol{G}$ est évaluée en prenant la valeur maximale de $\mathrm{SINR}_p[\boldsymbol{g_i}]$ pour i variant de 1 à P. Cette quantité est notée SINRM_p. Enfin, le concept de performance d'un séparateur de sources $\boldsymbol{G}$, est défini par le P-uplet $\mathbf{P}(\boldsymbol{G})$ donnée par :

$$\mathbf{P}(\boldsymbol{G}) = (\mathrm{SINRM}_1[\boldsymbol{G}], \ldots, \mathrm{SINRM}_P[\boldsymbol{G}]) \tag{2.28}$$

On dira qu'un séparateur $\boldsymbol{G}_1$ est meilleur qu'un séparateur $\boldsymbol{G}_2$ pour la restitution de la source p dans un contexte donné, si $\mathrm{SINRM}_p[\boldsymbol{G}_1] > \mathrm{SINRM}_p[\boldsymbol{G}_2]$. Notons aussi que la restitution de nos sources a été faite en utilisant un séparateur optimal qui maximise, sur l'ensemble des séparateurs, les quantités $\mathrm{SINRM}_p[\boldsymbol{G}]$ pour chaque sources p. Celui-ci est unique à une matrice diagonale $\boldsymbol{D}$ et de permutation $\boldsymbol{\Pi}$ près. Il correspond au séparateur $\boldsymbol{G}_{fas}$ dont les colonnes sont les Filtres Adaptés Spatiaux (FAS) [52, 53] aux différentes sources et est défini par :

$$\boldsymbol{G}_{fas} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}^{-1} \widehat{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{D} \boldsymbol{\Pi} \tag{2.29}$$

où $\widehat{\boldsymbol{H}}$ représente la matrice de mélange estimée.

L'evaluation de nos résultats est menée en comparant le SINRM_p obtenu pour chaque source avec le SINRM optimal, noté FAS sur toutes les figures, obtenu en utilisant la vraie matrice de mélange $\boldsymbol{H}$.

2.3.4 Présentation des résultats issus des différentes simulations

L'objectif de cette partie est triple : i) comparer les performances fournies par les onze algorithmes présentés précédemment, ii) évaluer les résultats obtenus par les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment en utilisant les deux procédures de blanchiment (i.e. simple et robuste), et enfin iii) étudier la convergence des algorithmes itératifs : INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$. Pour cela, quatre études différentes sont envisagées. Pour chaque étude, le critère de performance est moyenné sur 200 réalisations des sources. La figure 2.28 montre un exemple des observations obtenues par la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ et par les sources qui sont présentées sur la figure 2.25.

2.3.4.1 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB identique

Les observations sont perturbées par un bruit additif blanc gaussien et spatialement décorrélé. Le RSB [8] fixé pour chaque source à 15 dB. Le $\mathrm{SINRM}p$ $(p = 1, \ldots 4)$ à la sortie des onze sé-

[8] ici, le RSB est défini comme étant le rapport entre la variance de la source et la variance du bruit

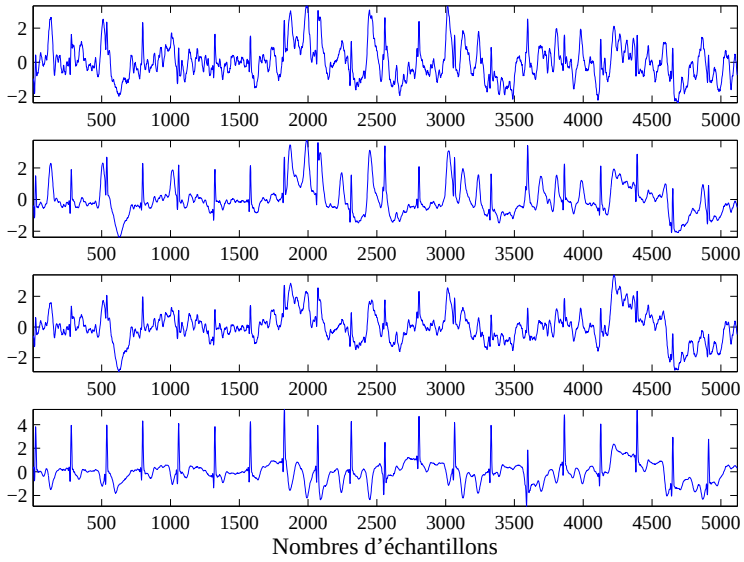


FIG. 2.28 – Exemple de signaux d'observations obtenus par la matrice $\boldsymbol{H}$ de l'équation (2.26) et les signaux sources représentés sur la figure 2.25.

parateurs est calculé en faisant varier le nombre d'échantillons des observations de 1024 à 15360, avec un pas de 1024. Le nombre minimum d'échantillons (1024) peut paraître élevé. Il a été choisi en accord avec l'application visée, où l'on est amené à travailler par tranche d'observations d'une durée de 20 secondes (qui représentent une époque classique pour le scorage, ou annotation, d'une nuit de sommeil en Europe) correspondant à 5120 échantillons pour une fréquence d'échantillonnage de 256 Hz.

La figure 2.29 montre, pour chaque source et chaque algorithme, la variation du SINRM en fonction du nombre d'échantillons. Les méthodes exploitant en parallèle les statistiques d'ordre deux et d'ordre quatre, telle que COM1, COM2, JADE, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{DO}}$ et FastICA$_{\mathsf{SO}}$, présentent les meilleurs résultats. De plus la qualité de séparation de ces méthodes s'améliore en augmentant le nombre d'échantillons. Néanmoins, on remarque que COM1 est légèrement moins performante pour la séparation des sources EEGS et EOGLS quand le nombre d'échantillons est faible. Les comportements de SOBI et TFBSS sont pratiquement identiques. En effet, les deux algorithmes mènent à des résultats équivalents que ceux obtenus par les sept méthodes citées pour les sources EEGS et ECGS, mais leurs performances restent légèrement en retrait pour le cas des sources EOGRS et EOGLS. Les résultats obtenus par FOBIUM sont en moyenne moins intéressants. En ce qui concerne les méthodes ICAR, BIRTH et FOBIUM, elles ne parviennent pas à extraire la source EEGS. Ceci n'est pas surprenant dans la mesure où cette dernière est fortement gaussienne et que les trois méthodes en question ne tolèrent aucune source gaussienne. Par contr,

ICAR et FOBIUM parviennent à extraire les trois autre sources pour un nombre d'échantillons élevé. Les résultats de BIRTH restent moyennement satisfaisant au regard des quatre figures.

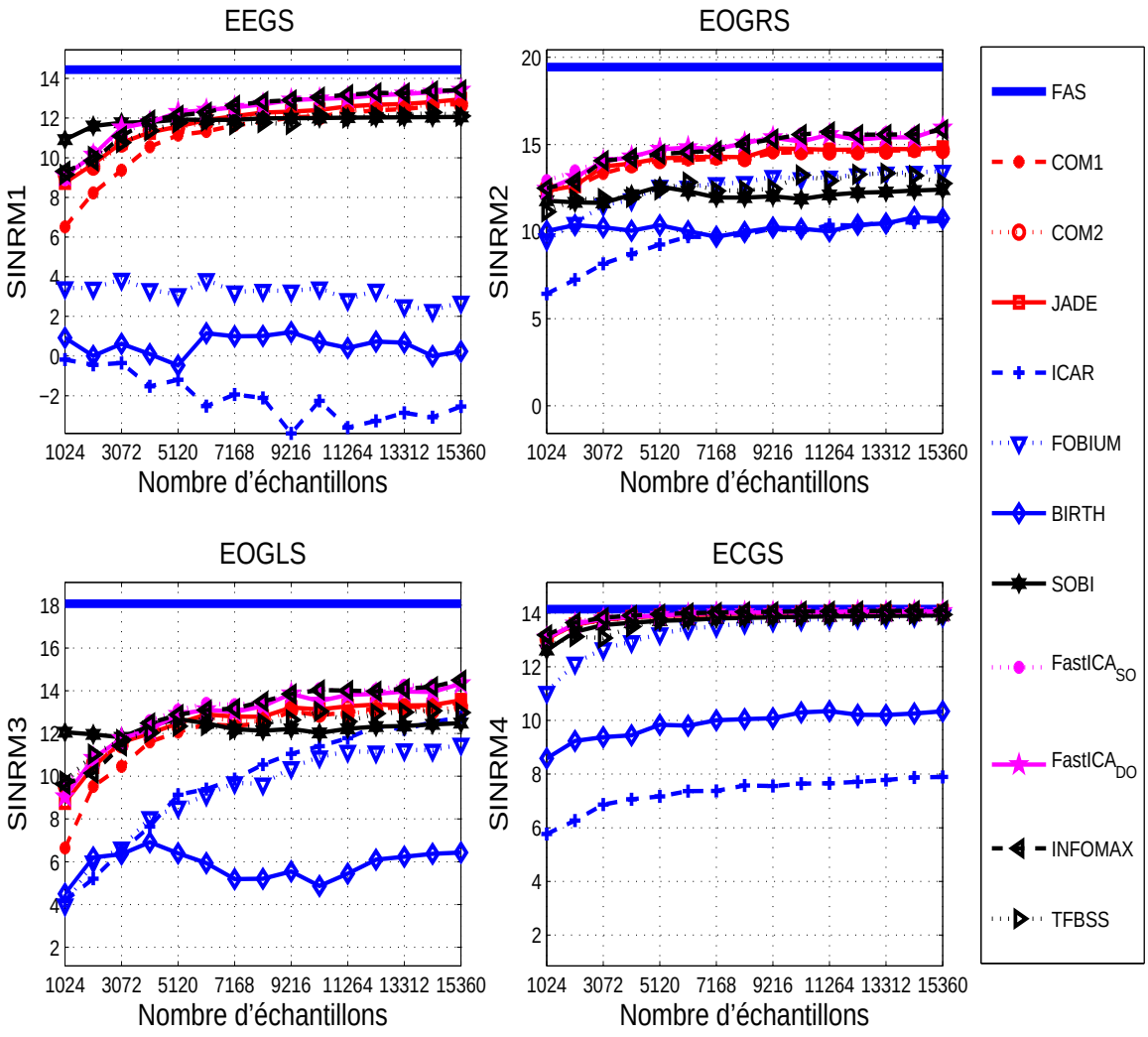


FIG. 2.29 – Evolution (en dB) du SINRM des quatre sources en fonction du nombre d'échantillons, avec un RSB de 15 dB.

2.3.4.2 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB source dépendant

En pratique, le RSB peut changer d'une source à l'autre. Nous nous proposons donc de simuler ce cas de figure en faisant varier le nombre d'échantillons, de la même manière que pour l'étude précédente, avec un RSB variable d'une source à une autre. Après examen de notre base

de données, nous avons fixé le RSB à 5 dB pour la source EEGS, à 10 dB pour EOGRS, à 15 dB pour EOGLS et à 20 dB pour la source ECGS. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 2.30. Globalement, les performances obtenues sont équivalentes à celles observées dans la première étude à l'exception de l'algorithme SOBI où la dégradation des performances est plus prononcée dans le cas des sources EOGRS et EOGLS.

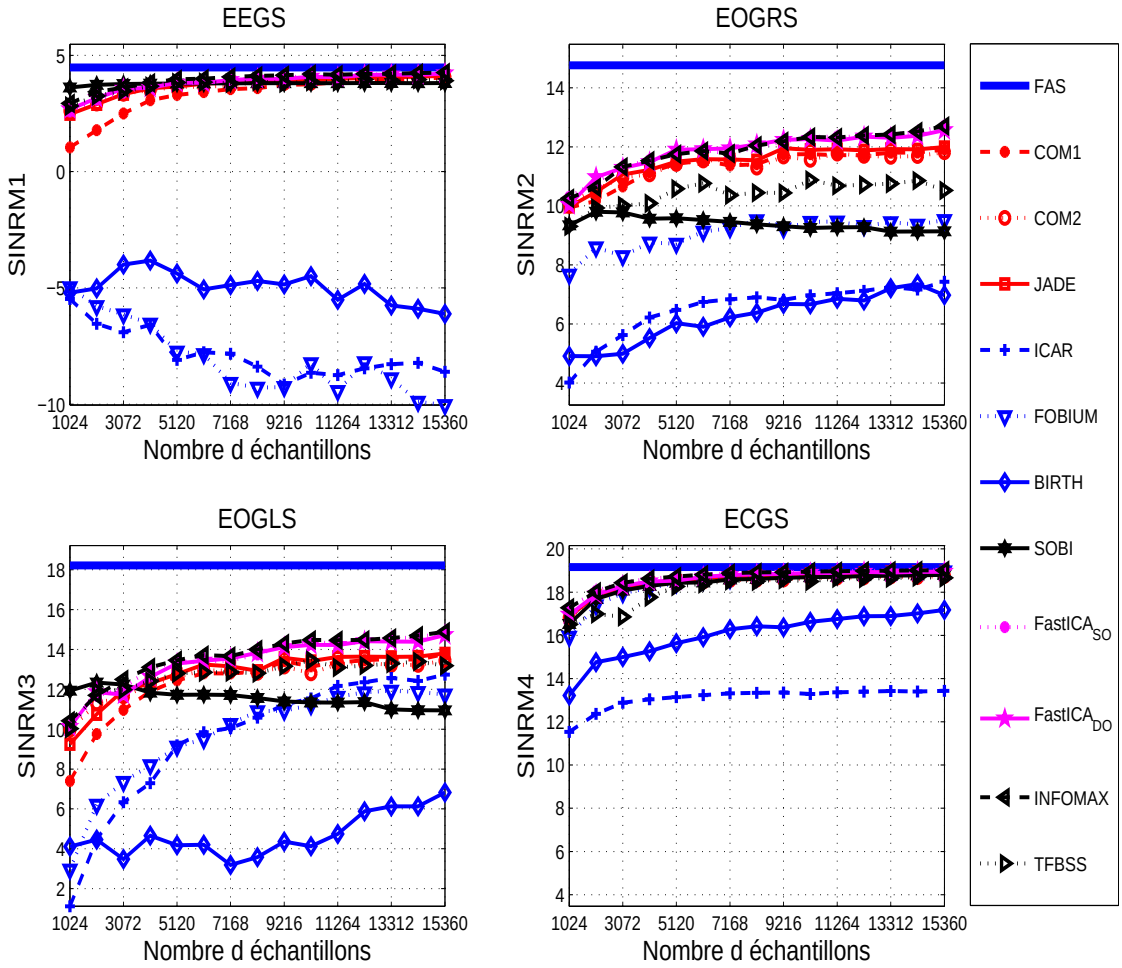


FIG. 2.30 – Evolution (en dB) du SINRM des quatre sources en fonction du nombre d'échantillons. Le RSB est source dépendant et vaut 5 dB, 10 dB, 15 dB et 20 dB pour les sources EEGS, EOGRS, EOGLS et ECGS respectivement.

2.3.4.3 Etude de l'influence du RSB

Dans cette section nous étudions les performances des onze algorithmes en fonction du RSB. Pour cela, nous revenons à un RSB indépendant des sources. Le nombre d'échantillons est fixé à 5120 et le RSB varie entre -20 dB et 60 dB avec un pas de 5dB. La figure 2.31 montre que les algorithmes COM1, COM2, JADE, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$ offrent des performances plus au moins similaires. En effet, pour un RSB allant de -20 dB à 5 dB la qualité des résultats à la sortie de ces six séparateurs est approximativement optimale. Cependant, pour des valeurs du RSB supérieures à 5 dB, les performances s'écartent de plus en plus de la valeur optimale (FAS). L'algorithme TFBSS se comporte de la même manière que les six algorithmes cités ci-dessus mais avec des performances légèrement en retrait pour les sources EOGRS et EEGS et pour des RSB supérieurs à 25 dB. Les algorithmes BIRTH, ICAR et FOBIUM offrent aussi des performances quasi-optimales pour des RSB variant de -20 dB à 0 dB mais leurs résultats se restent moins satisfaisant pour des RSB élevés, surtout dans le cas de la source EEGS, qui rappelons-le est de nature gaussienne. Enfin, l'algorithme SOBI présente des performances approximativement optimales pour des RSB inférieurs à -10 dB. Pour des RSB compris entre -10 dB et 20 dB, la qualité des résultats obtenus par SOBI est moins bonne. Cependant, pour des RSB supérieurs à 20 dB, les performances de SOBI sont nettement meilleures et sont même supérieures à celles de tous les autres algorithmes, surtout dans le cas des sources EEGS, EOGRS et EOGLS.

2.3.4.4 Etude de l'influence de la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$

Les deux questions suivante se posent : i) la variation de la matrice de mélange influe-t-elle sur les performances des algorithmes ? ii) quel est l'algorithme le plus robuste par rapport à cette variation ? La première question est légitime, puisqu'en pratique l'unicité de la matrice de mélange n'est pas facile à vérifier. Ainsi, le critère de performance a été évalué pour les onze algorithmes en fixant le nombre d'échantillons à 5120, le RSB à 15 dB et en faisant varier la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ par déplacement de la position du dipôle Dip1, représentant la source EEGS, sur un chemin hélicoïdal représenté sur la figure 2.32. La figure 2.33 montre que la variation de la position du dipôle Dip1 correspondant à la source EEGS, influe sur la valeur du FAS. En effet, nous remarquons que la valeur du SINRM$_1$ optimale est faible lorsque le dipôle Dip1 est loin des capteurs Cap1, Cap2, Cap3 et Cap4. De plus, quand Dip1 est équidistant des quatre capteurs, la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ présente des colinéarités très fortes entre le vecteur directeur de la source EEGS et celui représentant la source ECGS. Par exemple, la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ pour la dixième position est

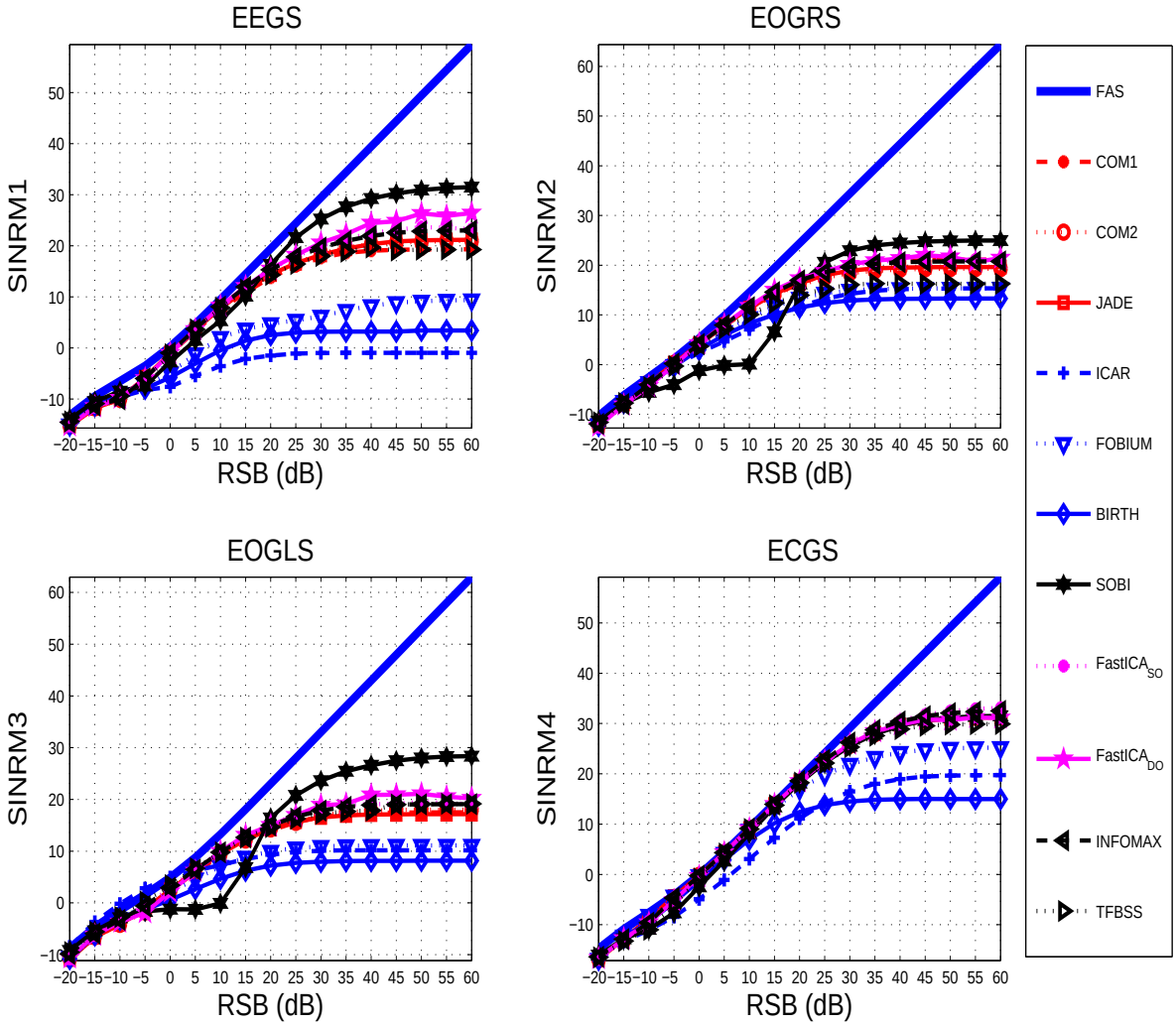


FIG. 2.31 – Variation du SINRM (en dB) en fonction du RSB pour un nombre d'échantillons fixé à 5120.

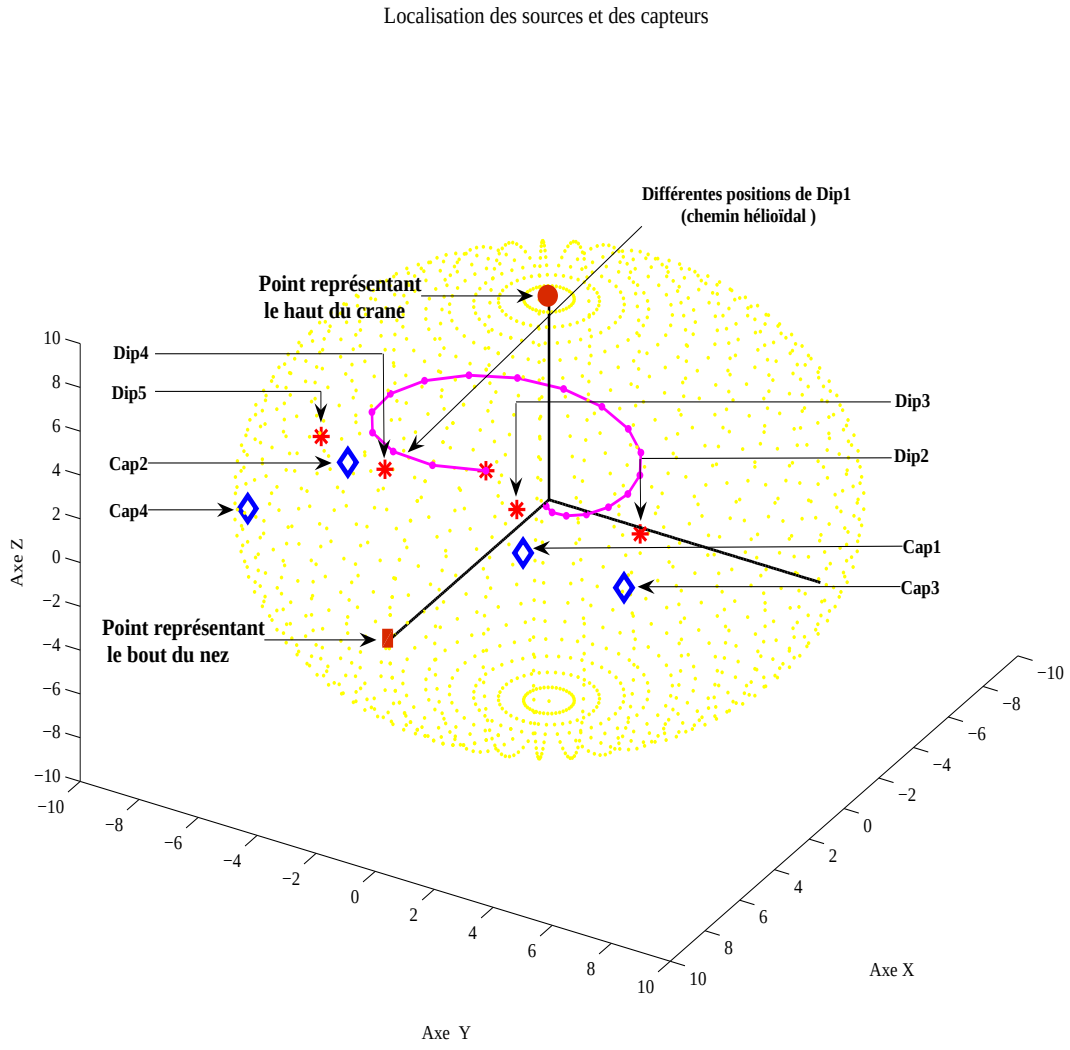


FIG. 2.32 – Représentation des différentes positions du dipôle Dip1 à l'intérieur de la sphère.

donnée par :

$$\boldsymbol{H} = \begin{pmatrix} 0.4098 & 2.0535 & 1.4671 & 1.0000 \\ 0.4054 & 1.9114 & 1.4997 & 1.0000 \\ 0.3759 & 1.5022 & 3.1823 & 1.0000 \\ 0.3851 & -0.7530 & 0.7776 & 1.0000 \end{pmatrix} \tag{2.30}$$

Nous remarquons que la première colonne est pratiquement colinéaire à la quatrième colonne. Concernant les résultats obtenus pour les onze algorithmes, les observations faites pour la première étude restent valables dans cette simulation. Effectivement, les performances des algorithmes COM1, COM2, JADE, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{DO}}$ et FastICA$_{\mathsf{SO}}$ sont quasi-optimales surtout pour les sources EEGS et ECGS. L'algorithme TFBSS présente des résultats équivalents aux sept algorithmes précédents, sauf pour la source EOGRS où ses performances sont légèrement inférieures. L'approche SOBI permet de bien extraire les sources EEGS et ECGS mais ses performances sont revues à la baisse dans le cas des sources EOGRS et EOGLS. Les résultats de FOBIUM restent globalement corrects sauf pour la source EEGS, vu qu'il ne tolère aucune source gaussienne. Enfin, les algorithmes ICAR et BIRTH, présentent des performances globalement satisfaisantes pour les sources EOGRS et ECGS. Concernant les sources EEGS et EOGLS, leurs performances sont revues à la baisse par rapport à celles obtenues par les autres algorithmes.

2.3.4.5 Synthèse des résultats

Les quatre études ont montré que les meilleures performances étaient obtenues par les algorithmes exploitant en parallèle les statistiques d'ordre deux et d'ordre quatre, c'est-à- dire COM1, COM2, JADE, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{DO}}$ et FastICA$_{\mathsf{SO}}$. Cependant, nous avons remarqué que COM1 présente des résultats légèrement en retrait dans le cas où le nombre d'échantillons est faible. Ceci s'explique par le fait que la probabilité pour que le signe du kurtosis soit différent, d'une source à une autre, pour un nombre d'échantillons faible est plus élevée que celle obtenue pour un nombre d'échantillons élevé. Or cette méthode exige que toutes les sources aient un kurtosis de même signe (tableau 2.2). Les histogrammes des kurtosis des quatre sources EEGS, EOGRS, EOGLS et ECGS, estimés pour les 200 tirages et présentés sur la figure 2.34 en fonction du nombre d'échantillons, montrent que la probabilité pour que les sources aient des kurtosis de signes différents est inversement proportionnelle au nombre d'échantillons. La source EEGS est quasi-gaussienne et la source ECGS est toujours sur-gaussienne. Quant aux sources liées aux mouvements oculaires, leur distribution évolue et en moyenne leur caractère sur-gaussien est de plus en plus prononcé avec l'accroissement du nombre d'échantillons. Par ailleurs, leurs kurtosis présentent une grande dispersion (tableau 2.3). Ces remarques permettent de comprendre en partie les mauvais résultats obtenus par les algorithmes ICAR, FOBIUM, BIRTH concernant l'extraction

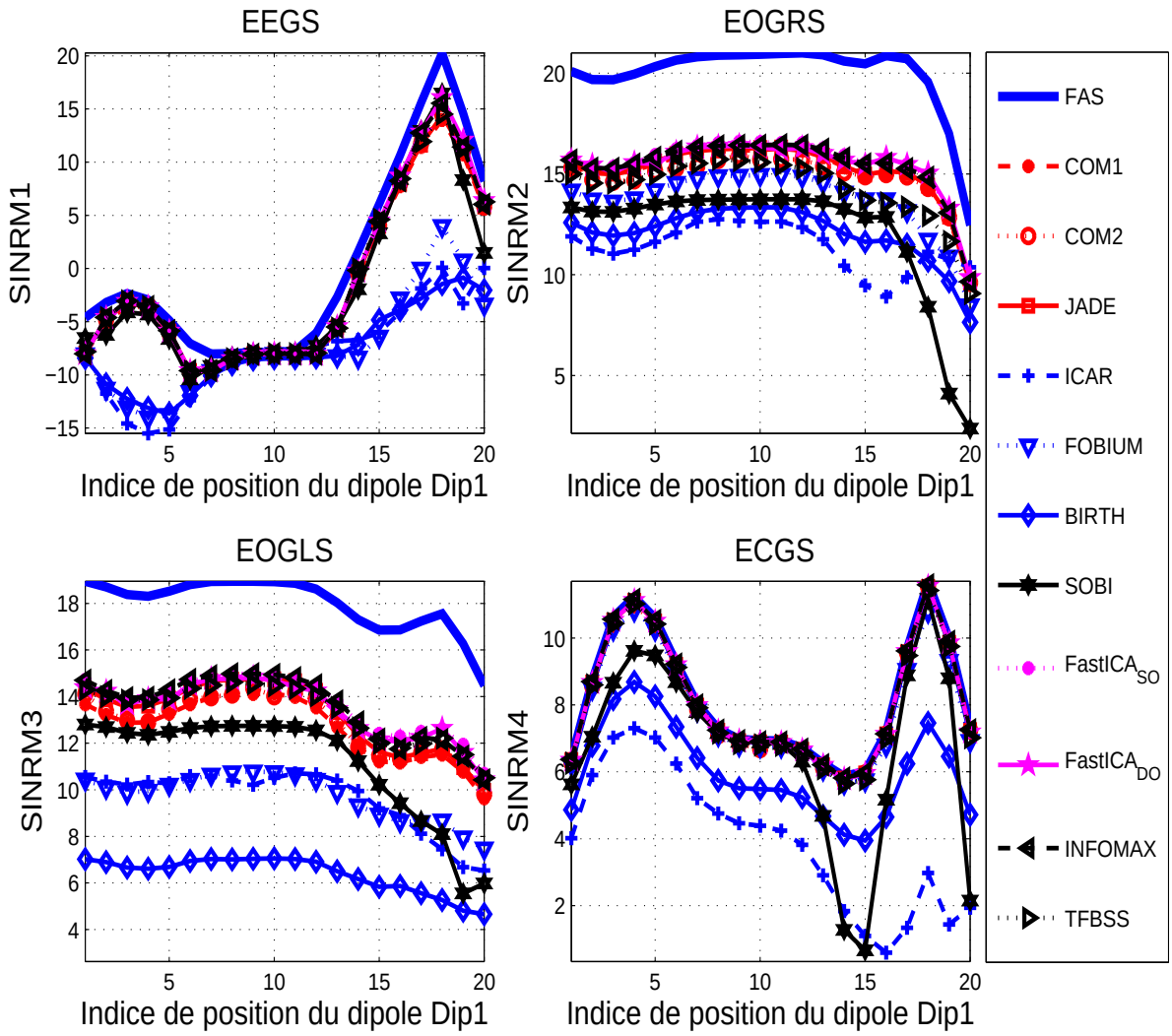


FIG. 2.33 – Variation du SINRM (en dB) en fonction de la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ pour un nombre d'échantillons fixé à 5120 et un RSB de 15 dB.

des sources EOGRS et EOGLS qui nécessitent que les kurtosis des sources soient de même signe. De plus, ces algorithmes ne peuvent séparer que des sources non-gaussiennes. Or d'après la figure 2.34, la source EEGS est pratiquement gaussienne ce qui explique l'incapacité de ces algorithmes à l'extraire. Une dernière remarque via à vis des méthodes ICAR et BIRTH, concerne la probable sensibilité des deux méthodes à un très mauvais conditionnement du mélange, ce qui pourrait ici expliquer les baisses de performances parfois constatées. Quant aux algorithmes SOBI et TFBSS, les performances obtenues lors de l'extraction des sources EEGS et ECGS sont satisfaisantes. Cependant, pour le cas des sources EOGRS et EOGLS, leurs performances sont revues à la baisse.

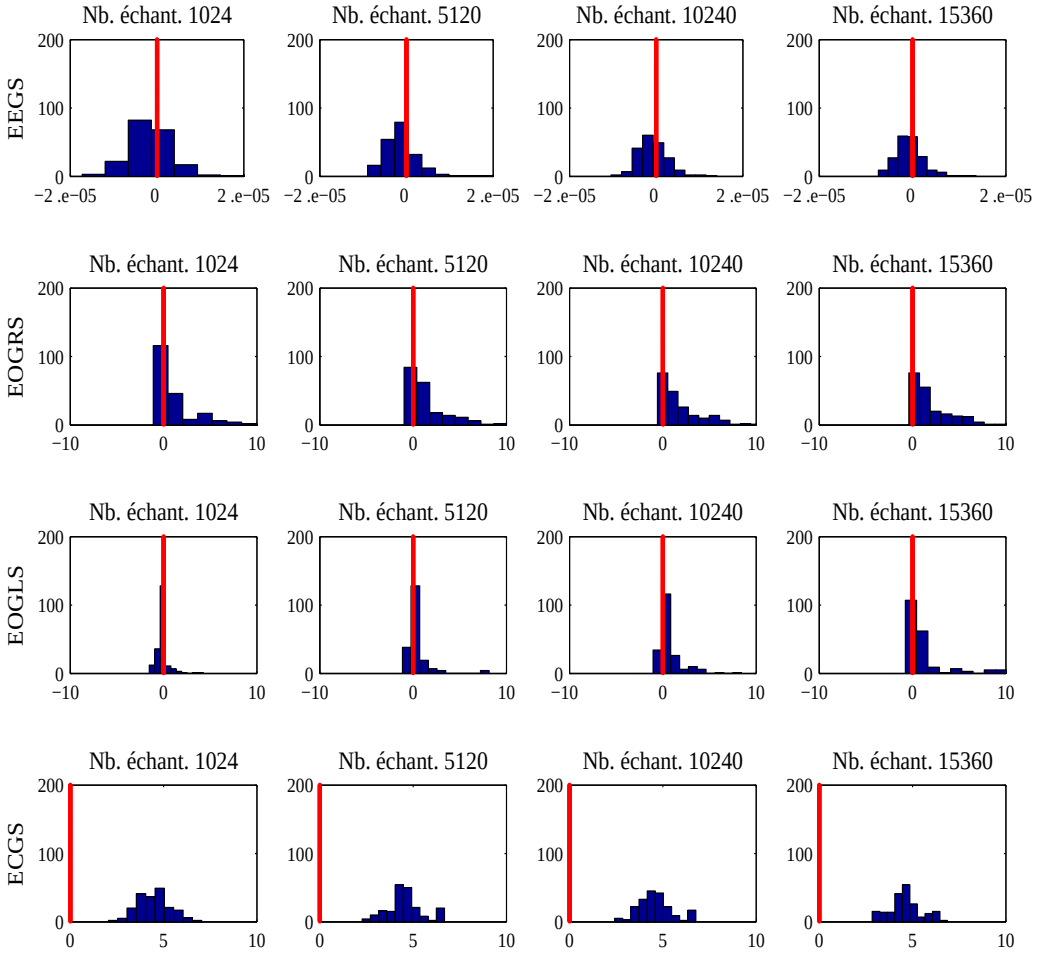


FIG. 2.34 – Histogrammes des kurtosis des quatre sources EEGS, EOGRS, EORLS et ECGS en fonction du nombre d'échantillons.

TAB 2. 3 – Moyenne et écart type de l'estimée du kurtosis des sources en fonction du nombre d'échantillons

Sources \ Nb. d'échantillons		1024	3072	5120	7168	9216	11264	13312	15360
EEGS	Moyenne du kurtosis estimé	-0.191 .e-0.5	-0.107 e-0.5	-0.099 e-0.5	-0.088 e-0.5	-0.082 e-0.5	-0.066 e-0.5	-0.065 e-0.5	-0.058 e-0.5
	Ecart type du kurtosis estimé	0.50 .e-0.5	0.30 e-0.5	0.23 e-0.5	0.191 e-0.5	0.20 e-0.5	0.18 .e-0.5	0.16 e-0.5	0.15 e-0.5
EOGRS	Moyenne du kurtosis estimé	1.2582	1.8322	2.0952	2.2307	2.4228	2.5392	2.8398	2.8690
	Ecart type du kurtosis estimé	2.2356	2.1744	2.3159	2.4010	2.4885	2.5557	3.0864	2.9627
EOGRS	Moyenne du kurtosis estimé	-0.0788	0.5922	1.0689	1.5206	1.8150	2.0476	2.1373	2.2555
	Ecart type du kurtosis estimé	0.6597	1.2832	1.7561	2.3534	2.6554	3.0061	3.0621	3.2069
ECGS	Moyenne du kurtosis estimé	4.4709	4.5979	4.6557	4.6778	4.6929	4.7162	4.7359	4.6919
	Ecart type du kurtosis estimé	0.8999	0.9155	0.8641	0.7838	0.6851	0.6452	0.6131	0.5719

2.3.4.6 Apport du blanchiment robuste

Les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment, c'est-à- dire COM1, COM2, JADE, SOBI, TFBSS, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$, ont été testés en utilisant la procédure de blanchiment robuste (se reporter à la section 1.4.5.2). Par abus de langage, les algorithmes mis en oeuvre sur des données ainsi blanchies sont nommés COM1$_{\mathsf{R}}$, COM2$_{\mathsf{R}}$, JADE$_{\mathsf{R}}$, SOBI$_{\mathsf{R}}$, TFBSS$_{\mathsf{R}}$, INFOMAX$_{\mathsf{R}}$, FastICA$_{\mathsf{RD0}}$ et FastICA$_{\mathsf{RS0}}$ (R pour robuste). Les figures 2.35, 2.36, 2.37 et 2.38 présentent respectivement les résultats obtenus, pour chaque algorithme en utilisant séparément les deux procédures de blanchiment, pour les scénarios des quatre études précédentes. Les courbes obtenues montrent que le blanchiment robuste conduit à des performances quasi-similaires pour tous les algorithmes et tous les scénarios, sauf dans le cas de l'algorithme SOBI où les performances sont nettement améliorées pour les quatre sources et les quatre scénarios. Dans le même sens, la figure 2.39 montre que l'algorithme SOBI$_{\mathsf{R}}$ offre des performances globalement supérieures à celles obtenues par l'algorithme COM2 considéré comme l'un des algorithmes les plus performant dans le cadre de nos simulations.

2.3.4.7 Etude de convergence

Nous étudions dans cette partie la convergence *pratique* des quatre algorithmes itératifs utilisés (INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$). Ces algorithmes s'appuient sur un critère d'arrêt composite (distance maximale tolérée entre estimées successives et nombre maximum d'itérations possibles). Nous proposons donc d'évaluer la probabilité pour que l'événement "test d'arrêt satisfait avant d'atteindre le nombre maximum d'itérations". La figure 2.40 représente, pour chacune des études menées, les probabilités estimées pour les quatre algorithmes en utilisant les deux procédures de blanchiment. Le nombre d'itérations possibles pour les algorithmes INFOMAX, INFOMAX$_{\mathsf{R}}$, FastICA$_{\mathsf{D0}}$, FastICA$_{\mathsf{RD0}}$, FastICA$_{\mathsf{S0}}$ et FastICA$_{\mathsf{RS0}}$ est de 5000 et la distance maximale autorisée est fixée à 10^{-6}. Notons que pour les algorithmes exploitant la procédure de déflation (FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{RD0}}$), la convergence est acquise si et seulement si les quatre composantes sont extraites. Nous remarquons que pour la première et la deuxième étude (figures 2.40 (a) et (b)) les algorithmes FastICA$_{\mathsf{RD0}}$, FastICA$_{\mathsf{RS0}}$, INFOMAX et INFOMAX$_{\mathsf{R}}$ présentent un taux de convergence de 100%. Quant aux algorithmes FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$, leur taux de convergence augmente en fonction du nombre d'échantillons. La figure 2.40 (c) montre que les algorithmes FastICA$_{\mathsf{D0}}$ FastICA$_{\mathsf{S0}}$ et FastICA$_{\mathsf{RS0}}$ ont du mal à converger pour des RSB faibles compris entre -20 dB et 0 dB. Enfin, dans le cas où la matrice de mélange $\boldsymbol{H}$ présente des colinéarités fortes la méthode FastICA$_{\mathsf{RS0}}$ est incapable de séparer les sources (figure 2.40 (d)) et le taux de convergence des algorithmes FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$ est de 93% en moyenne.

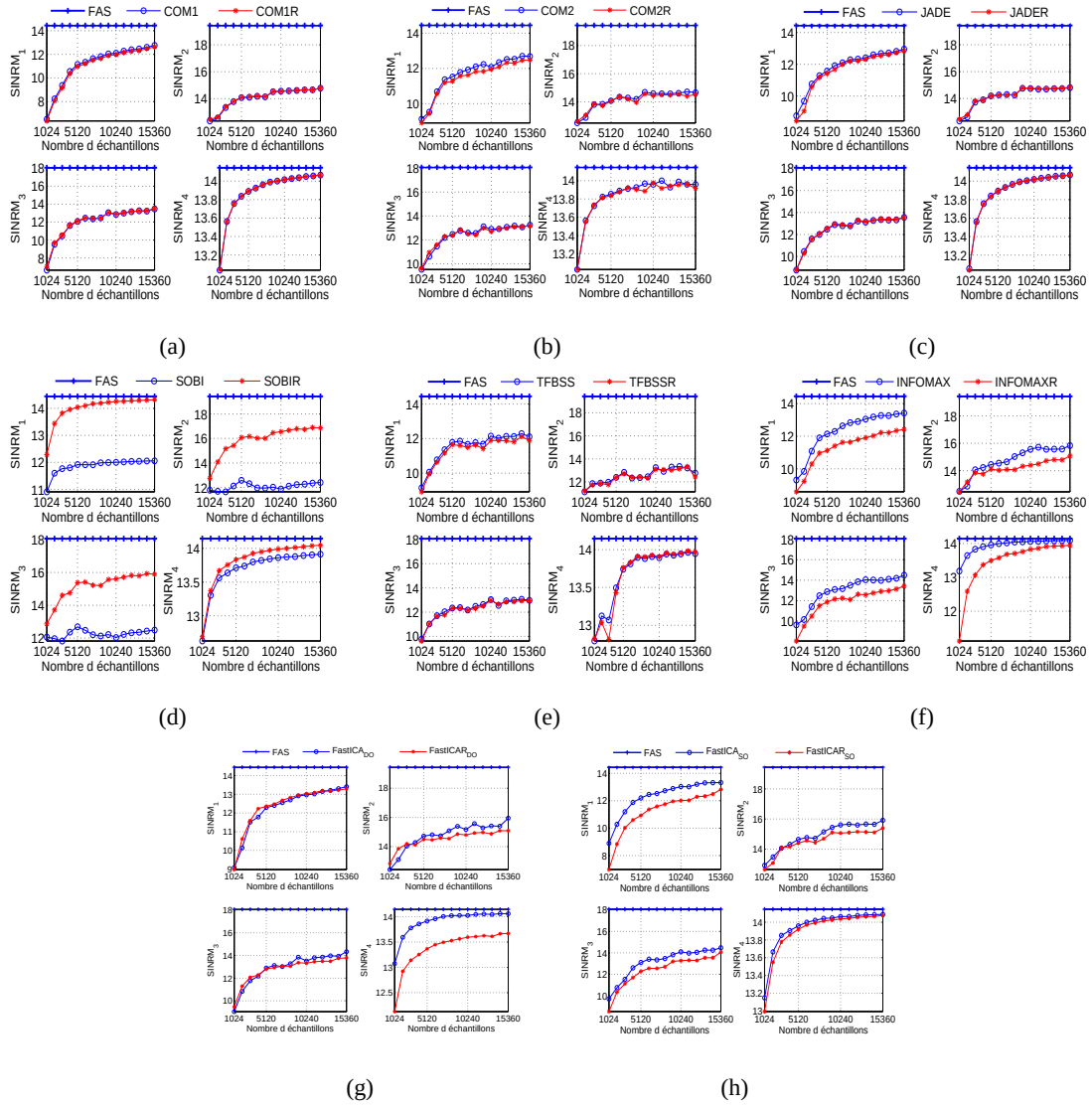


FIG. 2.35 – Variations du SINRM (en dB) en fonction du nombre d'échantillons, avec un RSB de 15 dB pour les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment en utilisant les deux procédures (simple et robuste).

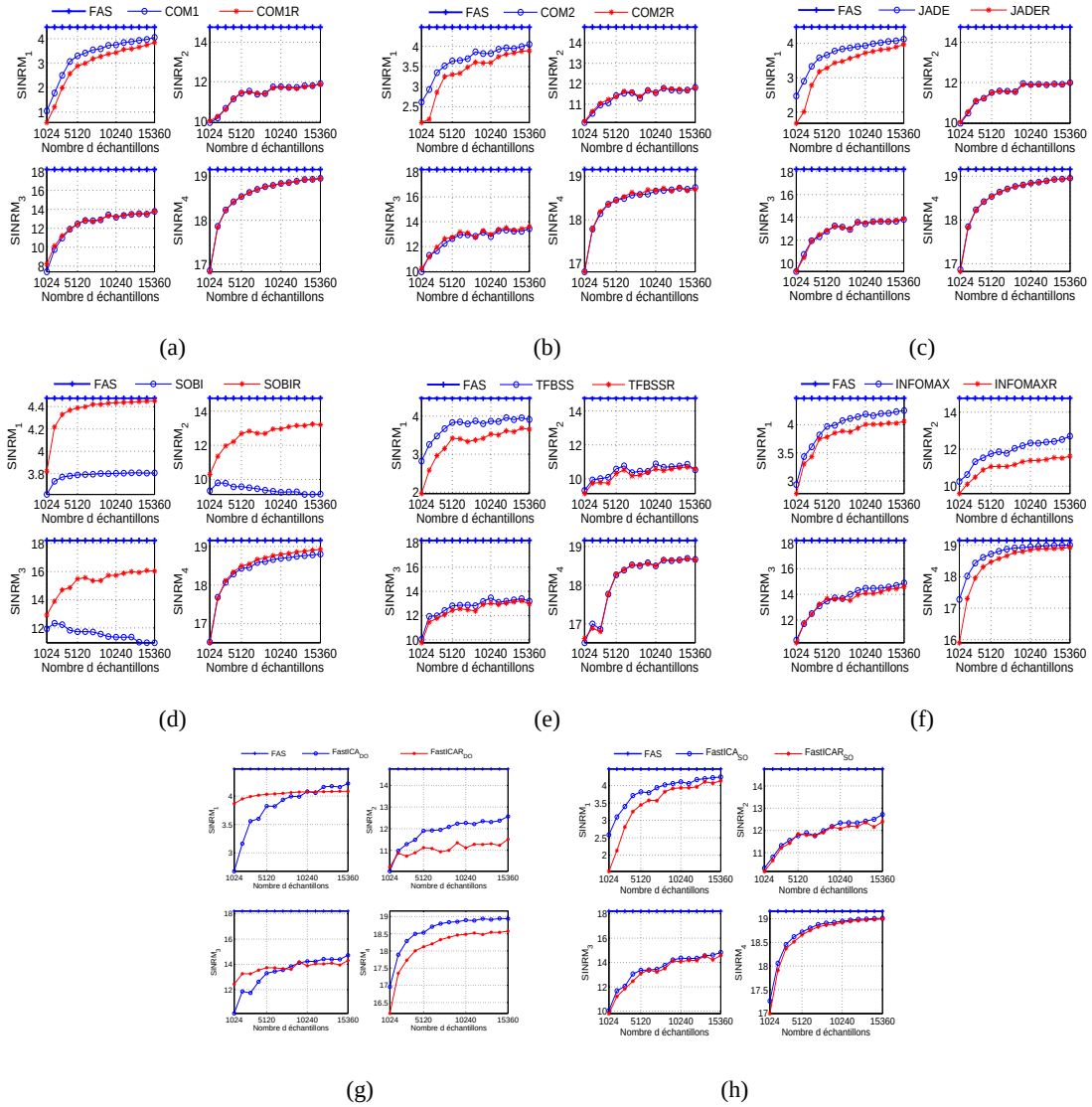


FIG. 2.36 – Variations du SINRM (en dB), en fonction du nombre d'échantillons pour un RSB source dépendant de 5 dB, 10 dB, 15 dB et 20 dB pour les sources EEGS, EOGRS, EOGLS et ECGS respectivement, calculé pour les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment en utilisant les deux procédures de blanchiment (simple et robuste).

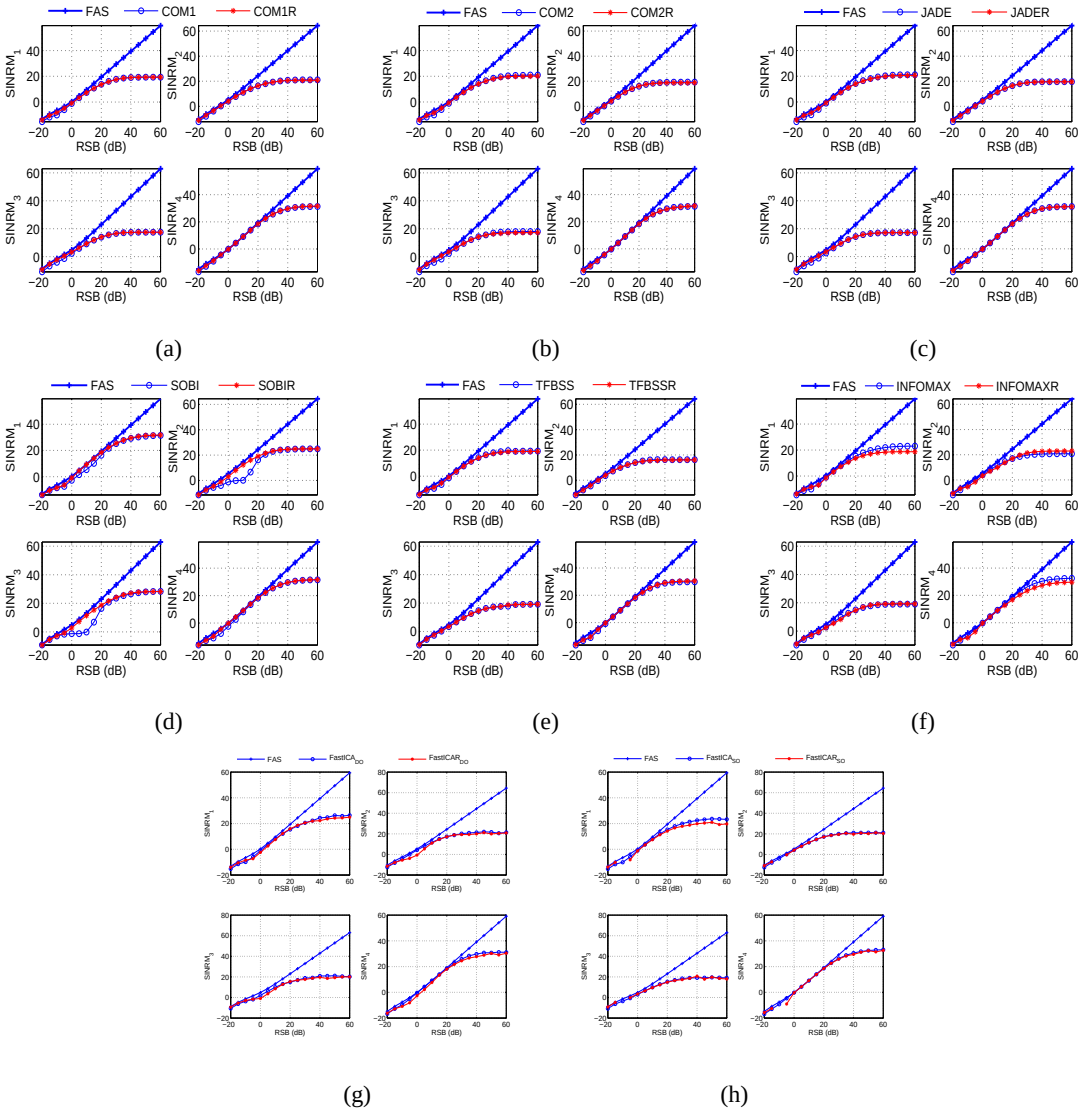


FIG. 2.37 – Variations du SINRM (en dB) en fonction du RSB pour un nombre d'échantillons fixé à 5120, pour les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment en utilisant les deux procédures de blanchiment (simple et robuste).

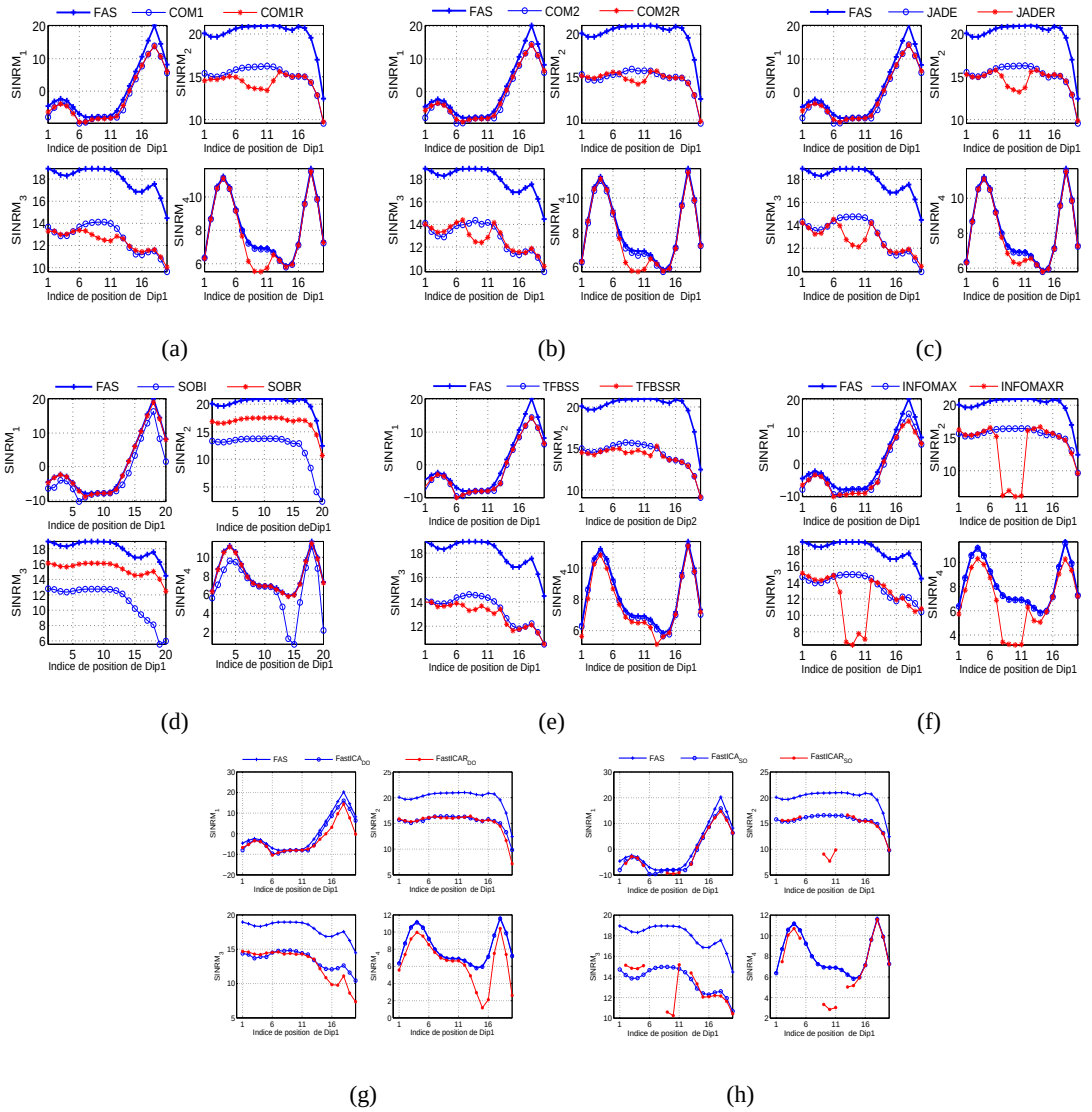


FIG. 2.38 – Variations du SINRM (en db) en fonction du mélange $\boldsymbol{H}$ pour un nombre d'échantillons fixé à 5120 et un RSB de 15 dB, pour les huit algorithmes nécessitant une étape de pré-blanchiment en utilisant les deux procédures de blanchiment (simple et robuste).

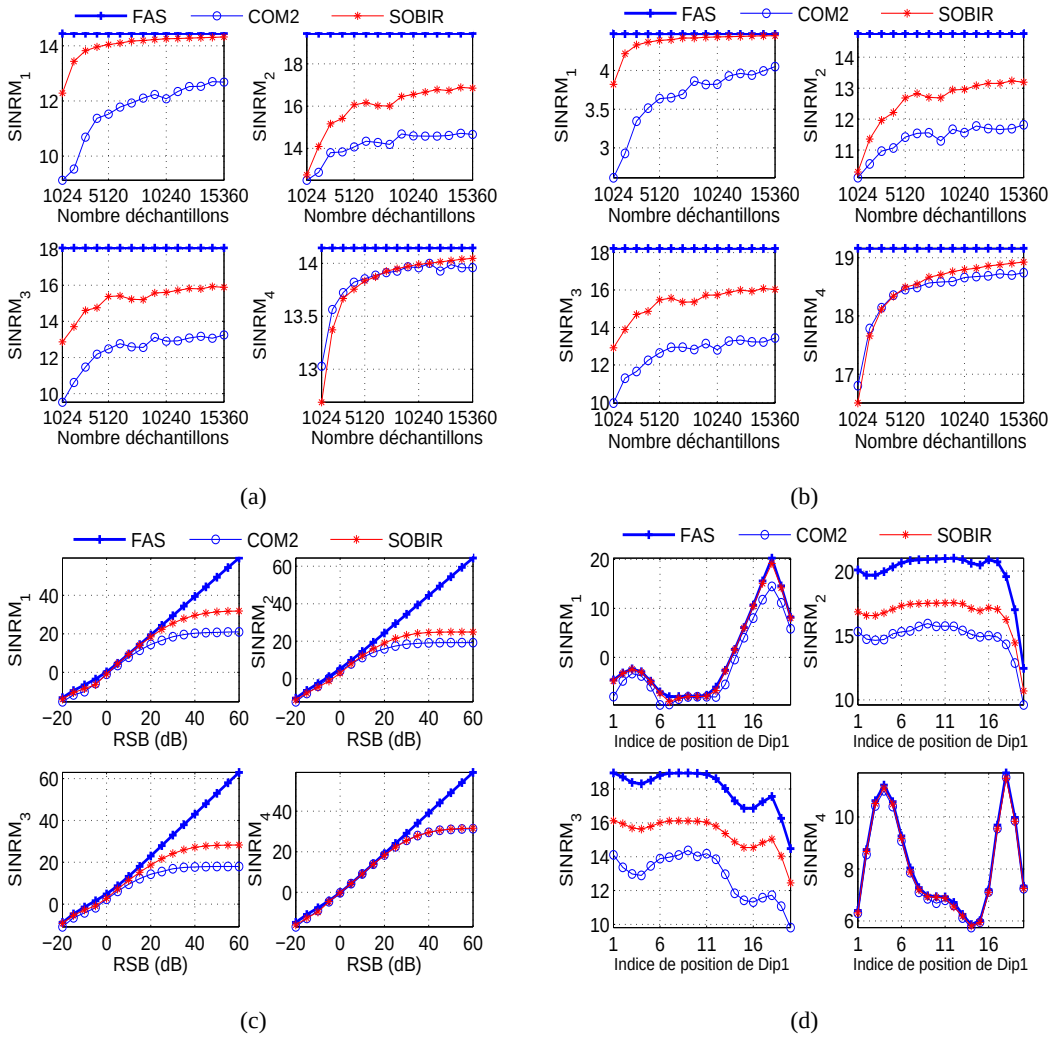


FIG. 2.39 – Comparaison des performances des algorithmes SOBIR et COM2 dans les quatre cas étudiés. (a) étude 1, (b) étude 2, (c) étude 3 et (d) étude 4.

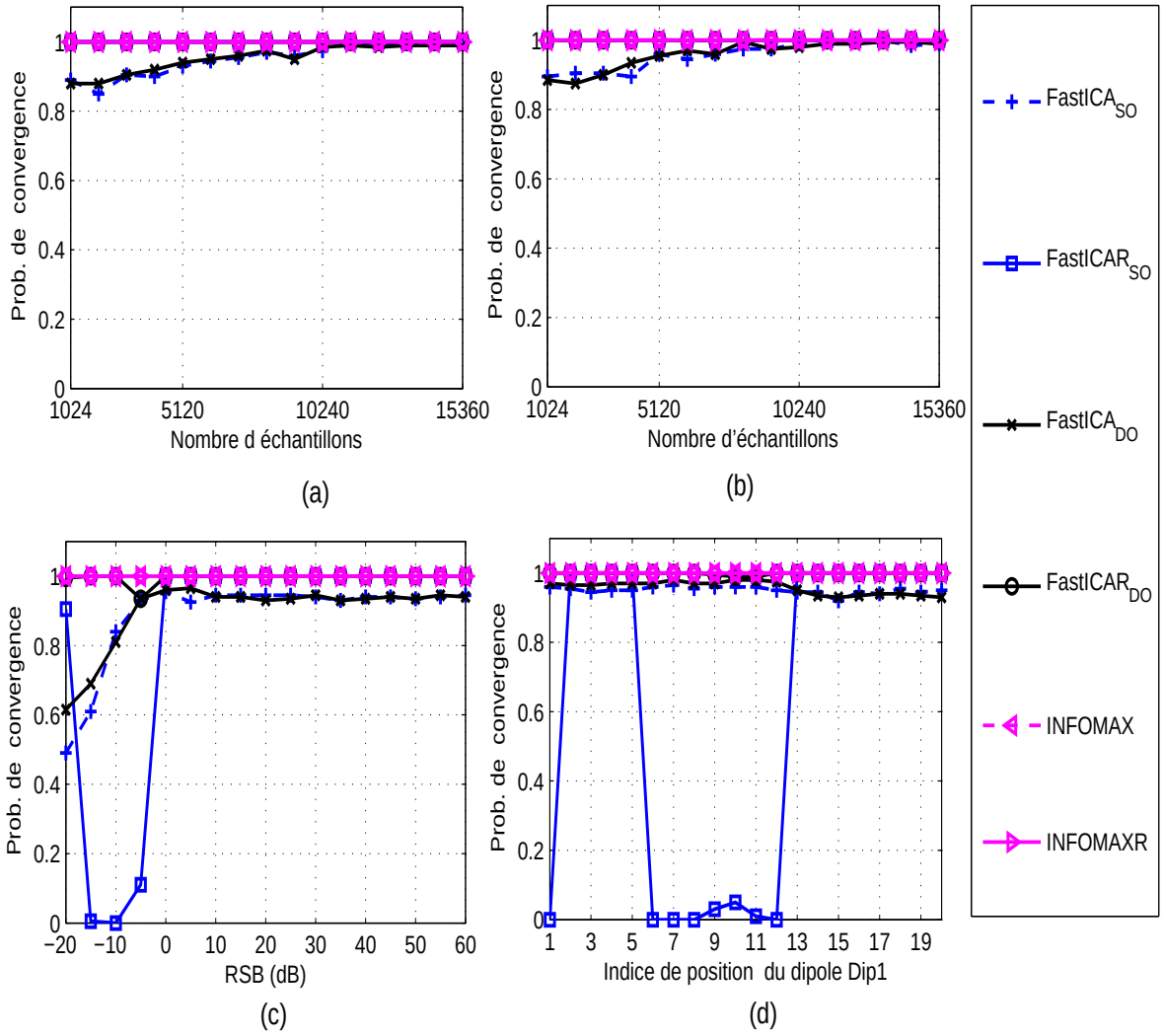


FIG. 2.40 – Probabilité de convergence de INFOMAX, INFOMAX$_R$, FastICA$_{DO}$ FastICA$_{RDO}$ et FastICA$_{SO}$, FastICA$_{RSO}$: (a) étude 1, (b) étude 1 2, (c) étude 3 et (d) étude 4

2.3.5 Conclusion

Les résultats obtenus dans le cadre de nos simulations montrent que les algorithmes COM1, COM2, JADE, INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$, exploitant simultanément les statistiques d'ordre deux et d'ordre quatre, offrent des performances satisfaisantes même dans les cas les plus défavorables, où simultanément le nombre d'échantillons et le RSB sont faibles. Nos simulations indiquent que la procédure du blanchiment robuste, dans la majorité des cas, détériore les performances obtenues par ces algorithmes. Cette remarque est d'autant plus vérifiée pour les algorithmes itératifs INFOMAX, FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$. Cependant, l'utilisation de cette procédure pour l'algorithme SOBI permet d'améliorer sa robustesse à la fois vis-à-vis du nombre d'échantillons et du RSB. Cet algorithme devient même le plus performant des algorithmes testés. Il est intéressant de noter que les algorithmes FastICA$_{\mathsf{D0}}$ et FastICA$_{\mathsf{S0}}$ présentent un risque de non convergence qui est inversement proportionnel au nombre d'échantillons, à la valeur du RSB et à la non colinéarité des vecteurs directeurs des sources à séparer. De plus, les algorithmes ICAR, FOBIUM, BIRTH supposent qu'aucune des sources à estimer ne soit gaussienne et que toutes les sources aient des kurtosis de même signe. De ce fait, ils s'avèrent très peu adaptés pour le problème à traiter ici. Concernant l'algorithme TFBSS, ses résultats sont acceptables.

2.4 Evaluation sur signaux réels

2.4.1 Description des enregistrements

Notre étude a porté sur une base de données de 14 patients (**P**1,**P**2, ..., **P**14) souffrant de troubles du sommeil. L'acquisition des nuits de sommeil a été réalisée en parallèle par une polysomnographie classique et par le nouveau système (figure 2.20) avec une fréquence d'échantillonnage de 256 Hz. Les données ont été collectées, anonymisées et nous ont été envoyées par blocs d'une heure. Ces données ont été traitées par la procédure décrite précédemment (figure 2.24) obtenant ainsi 14 nouveaux jeux de données correspondant aux 14 patients (**P**1,**P**2, ..., **P**14). La figure 2.41 présente les activités physiologiques $\widehat{EMG}$, $\widehat{EOG}1$, $\widehat{EOG}2$, $\widehat{EEG}$ et $\widehat{ECG}$ estimées à partir des signaux F7m, F8m, FP1m et FPm2 de la figure 2.21 (b). En comparant les activités estimées avec les signaux de référence de la figure 2.21 (a), il apparaît clairement que le bruit dû à l'électrocardiogramme est extrait sur la voie $\widehat{ECG}$. En outre, la bonne corrélation entre la source estimée $\widehat{EOG}2$ et la voie référence E1E2 nous permet de conclure qu'elle représente les mouvements oculaires lents. Les mouvements oculaires rapides sont extraits sur la voie $\widehat{EOG}1$ et sont même plus mis en évidence que ceux du système classique. Enfin, la composante $\widehat{EEG}$ est très proche de la voie C4O2, elle correspond donc à l'activité électroencéphalographique du patient.



FIG. 2.41 – Résultats obtenus après application de nos quatre étapes sur les signaux représentés en figure 2.21 (b). L'$\widehat{EMG}$ est obtenu par filtrage passe-haut. L' $\widehat{EEG}$, l'$\widehat{EOG}1$, l'$\widehat{EOG}2$ et l'$\widehat{ECG}$ sont obtenus par une ACI suivi de l'étape de mise en correspondance.

2.4.2 Evaluation des performances de notre procédure

Afin d'évaluer la qualité des résultats obtenus par notre procédure, un spécialiste du sommeil[9] a scoré séparément les 14 jeux de données obtenus avec la polysomnographie classique et les 14 nuits reconstruites après traitement des acquisitions du nouveau système. Cette double analyse fournit, pour chaque patient, deux hypnogrammes (figure 2.42) : i) l'hypnogramme des tracés d'origine enregistrés suivant le système classique et ii) l'hypnogramme des tracés reconstruits $\widehat{EMG}$, $\widehat{EOG}1$, $\widehat{EOG}2$ et $\widehat{EEG}$ obtenu à partir du nouveau système.

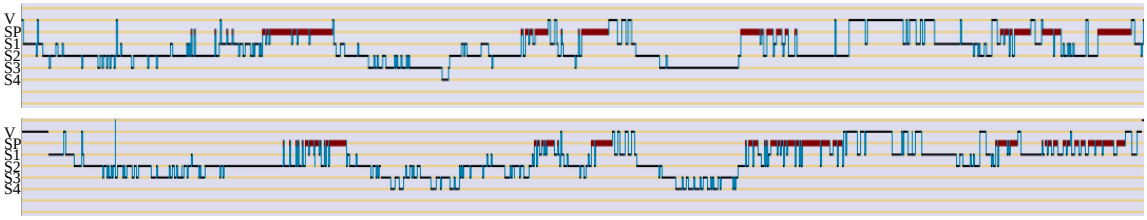


FIG. 2.42 – Hypnogrammes du patient **P1**. En haut : obtenu avec le système classique , en bas : obtenu après traitement des enregistrement du nouveau système. V : veille, SP : sommeil paradoxal, S1-S2-S3-S4 : stades 1, 2, 3 et 4.

L'hypnogramme des tracés d'origine a été considéré comme hypnogramme de référence et chaque époque de sommeil du tracé reconstruit a été comparée à la même page de 30 secondes dans le tracé d'origine. Quand la ré-interprétation de la même page de 30 secondes concluait au même stade que celui qui avait été codé dans le tracé d'origine, nous avons estimé qu'il y avait

[9] Dr Monge-Strauss de la "Fondation Rothschild" de Paris.

coïncidence.

L'évaluation a été à la fois, quantitative par analyse statistique des hypnogrammes, en d'autres termes par mise en correspondance des hypnogrammes des tracés d'origine et des tracés reconstruits et également qualitative, en partant des commentaires transmis par le médecin interprétateur portant en particulier sur la microstructure du sommeil.

2.4.2.1 Evaluation qualitative

Qualité des tracés : Le codage des 14 tracés reconstruits par notre procédure a conduit à certaines réflexions sur la qualité de nos activités physiologiques reconstruites $\widehat{EEG}$, $\widehat{EOG}1$,$\widehat{EOG}2$ et $\widehat{EMG}$. Ainsi quelques commentaires généraux, montrant les avantages et les inconvénients de notre système, ont été formulés par le spécialiste du sommeil. Parmi ces avantages, il a été constaté que : i) les fuseaux du sommeil (spindles) est les complexes K sont particulièrement bien représentés et le sommeil lent est parfaitement reconnaissable, ii) les mouvements oculaires lents sont très bien différenciés et ils sont toujours extraits sur la voie $\widehat{EOG}2$ facilitant ainsi le codage du stade 1, iii) les clignements de paupières sont isolés sur la voie $\widehat{EOG}1$ et contribuent à la différenciation de la veille et du stade 1A, et iiii) l'activité musculaire reconstruite sur la voie $\widehat{EMG}$ est très sensible permettant ainsi l'identification des réactions d'éveil. Quand aux inconvénients de notre système, on en dénombre trois majeurs. Le premier concerne le tonus musculaire récupéré sur la voie $\widehat{EMG}$ qui présente une amplitude faible qui doit pratiquement toujours être amplifiée avant le scorage de la nuit de sommeil. Le second concerne l'activité EEG dont les grapho-éléments n'apparaissent pas nécessairement sur la voie $\widehat{EEG}$ qui leur est théoriquement dédiée. Enfin, les mouvements oculaires rapides apparaissent aussi sur la voie $\widehat{EOG}2$ qui est initialement prévue pour les mouvements oculaires lents.

Discussion : L'analyse visuelle des résultats par le spécialiste du sommeil montre que même avec une réduction du nombre de capteurs, la procédure de séparation de signaux proposée dans cette étude s'accompagne d'une bonne reconnaissance des grapho-éléments (parfois meilleure que dans le tracé d'origine). A titre d'exemple, on a pu constater une amélioration du rapport signal à bruit (figure 2.41) grâce à l'élimination de l'ECG rendant ainsi plus "évidente" que celle des tracés d'origine. Quant à la faible amplitude du tonus musculaire récupéré, ceci est dû à l'éloignement des capteurs F7m et F8m de la source musculaire générée souvent au niveau du menton. Concernant, l'apparition des mouvements oculaires rapides sur la voie $\widehat{EOG}2$, ceci est probablement dû au fait que l'hypothèse d'indépendance physiologique entre les mouvements oculaires rapides et les mouvements oculaires lents n'est pas forcement respectée. Enfin, s'agissant des grapho-

éléments de l'activité EEG qui se retrouve aussi sur les voies $\widehat{EOG}1$ et $\widehat{EOG}2$, cela ne pose pas un réel problème en pratique car le plus souvent l'amplitude des mouvements oculaires est beaucoup plus importante que celle de l'activité EEG, excepté pour les ondes delta rencontrées pendant le stade 3 et le stade 4 représentant le sommeil lent profond où on ne retrouve pas (ou très peu) de mouvements oculaires, évitant ainsi la superposition des deux activités sur une même voie.

2.4.2.2 Evaluation quantitative

Afin d'effectuer une évaluation quantitative de notre système, les résultats de la comparaison époque par époque effectuée entre les deux codages sont rangés, pour chaque patient, dans des tableaux croisés (appelés *matrices de confusion* et présentés en Annexe B), où les lignes représentent les différents stades obtenus par le système classique et les colonnes correspondent aux stades du nouveau codage. Le tableau 2.2 représente les résultats obtenus pour l'ensemble des patients (**P**1,**P**2, . . ., **P**14).

TAB. 2.2 – Matrice de confusion obtenue pour l'ensemble des patients. Lignes : codage origine, colonnes : nouveau codage.

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	2458	856	68	19	0	60	3461
Stade 1	118	1417	692	88	3	167	2485
Stade 2	77	290	3266	897	74	200	4804
Stade 3	14	16	404	714	297	1	1446
Stade 4	0	0	5	235	343	0	358
S. Paradoxal	32	391	406	12	2	1281	2124
Total	2699	2970	4841	1965	719	1709	**14903**

A partir de ce tableau nous avons calculé deux critères de performance. Le premier calcule deux probabilités différentes pour chaque stade, et le deuxième calcule le taux de concordance entre les deux hypnogrammes obtenus.

Critère 1 : Ce critère calcule deux probabilités différentes : i) la probabilité de bonne détection, ou *sensibilité* $Sen(i)$, qui représente la probabilité de bonne classification. Dans notre cas, il s'agit de bien détecter un stade, ii) la probabilité de fausse alarme $pfa(i)$, c'est-à-dire la probabilité de détecter un stade comme étant un autre stade. On rappelle que :

$$Sen(i) = \frac{VP(i)}{VP(i) + FN(i)}$$

$$Pfa(i) = 1 - Sp(i) = 1 - \frac{VN(i)}{VN(i) + FP(i)} = \frac{FP(i)}{FP(i) + VN(i)}$$

où $Sp(i)$ est la *spécificité* et les grandeurs $VP(i)$, $VN(i)$, $FP(i)$ et $FN(i)$ sont définies comme indiqué dans le tableau 2.3.

TAB. 2.3 – Définitions des différentes grandeurs $VP(i)$, $VN(i)$, $FP(i)$ et $FN(i)$.

	Présence d'événement de classe i	**Absence d'événement de classe** i
Détection positive	Vrai Positif $VP(i)$	Faux Positif $FP(i)$
Détection négative	Faux Négatif $FN(i)$	Vrai Négatif $VN(i)$

Pour plus de clarté, les calculs de Sen et de Sp sont détaillés dans ce qui suit : sur un total de 14903 époques, 3461 époques ont été codées en veille dans l'hypnogramme de référence. Sur ces 3461 époques, 2458 sont recodées en veille par le nouveau système et 1003 (856+68+19+60) ont été recodées comme étant d'autres stades. D'un autre coté, 2699 époques ont été codées en stade veille par le nouveau système dont 2458 coincident avec le stade veille originale et 241 (118+77+14+32) coincident avec d'autres stades originaux. A partir de ces valeurs, on obtient 2458 VP, 241 FP, 1003 FN et enfin 11201(14903-3461-241) VN. La spécificité et la sensibilité totales du stade veille sont alors égales à :

$$Sen(v) = \frac{VP(v)}{VP(v) + FN(v)} = \frac{2458}{2458 + 1003} = 0.71$$
$$Pfa(v) = 1 - Sp(v) = \frac{FP(v)}{FP(v) + VN(v)} = \frac{241}{241 + 11201} = 0.02$$

Les résultats obtenus pour chaque stade, en englobant tous les patients, sont présentés dans le tableau 2.4. On peut trouver tous les résultats détaillés patient par patient dans l'Annexe C.

Critère 2 : La correspondance entre les deux hypnogrammes a été calculée pour chaque patient à partir de leurs matrices de confusion (Annexe B). Elle est obtenue, pour chaque patient, par division de la somme des diagonales de la matrice de confusion sur le nombre total des époques de la même matrice. Les résultats ainsi obtenus sont illustrés par la figure 2.43 et peuvent être

TAB. 2.4 – Résultats obtenus par le critère 1 calculé sur la base entière

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.71	0.57	0.68	0.49	0.59	0.60
Sp	0.98	0.87	0.84	0.91	0.97	0.97
Pfa	0.02	0.0.13	0.16	0.09	0.03	0.03

sensiblement améliorés en confondant les stade 3 et 4. En effet, ces deux stades représentant le sommeil lent profond sont très proches et le fait de les distinguer n'apporte pas d'information supplémentaire dans le cadre de notre travail. Nous nous sommes donc intéressés aux performances que l'on obtiendrait en confondant ces deux stades. La nouvelle matrice de confusion ainsi obtenue est donnée pour tous les patients par le tableau 2.5.

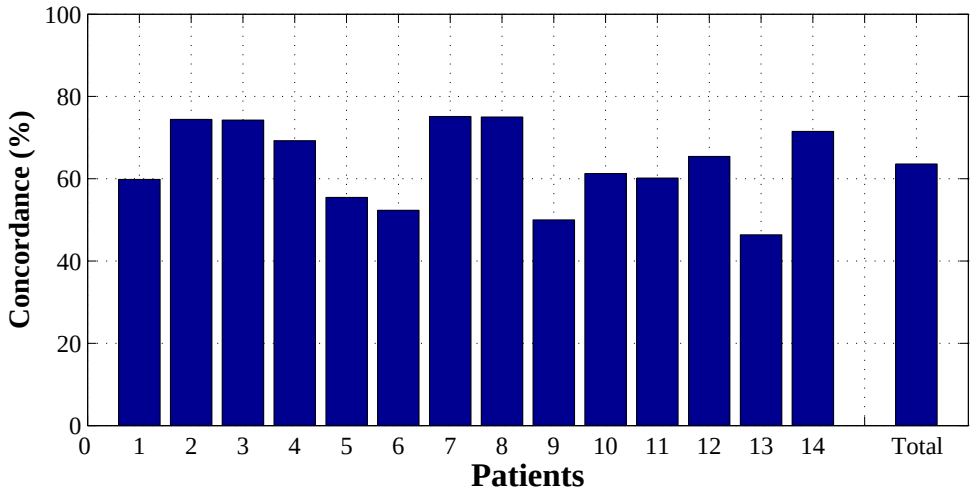


FIG. 2.43 – Concordances obtenues pour les 14 patients et pour la base entière (Total)

TAB. 2.5 – Matrice de confusion obtenue pour tous les patients en confondant le stades 3 et le stade 4.

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3+4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	2458	856	68	19	60	3461
Stade 1	118	1417	692	91	167	2485
Stade 2	77	290	3266	971	200	4804
Stade 3+4	14	16	409	1589	1	2029
S. Paradoxal	32	391	406	14	1281	2124
Total	2699	2970	4841	2684	1709	**14903**

Les résultats obtenus par le critère 1 et le critère 2 sont présentés dans le tableau 2.6 et la figure 2.44 respectivement et montrent une amélioration sensible des performances de notre système.

Discussion : Les résultats obtenus par le critère 1, en confondant le stade 3 et le stade 4,

TAB. 2.6 – Résultats obtenus par le critère 1 calculé sur la base entière en confondant le stade 3 et le stade 4

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3+4	S. Paradoxal
Se	0.71	0.57	0.68	0.78	0.60
Sp	0.98	0.87	0.84	0.91	0.97
Pfa	0.02	0.0.13	0.16	0.09	0.03

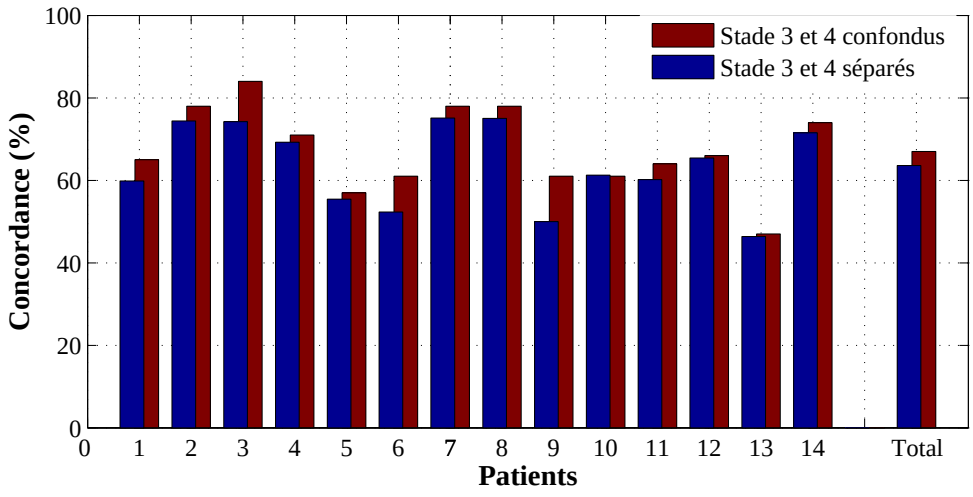


FIG. 2.44 – Concordances obtenues pour les 14 patients et pour la base entière (Total) en confondant le stade 3 et le stade 4.

montrent qu'un grand nombre de confusions existent entre les différents stades. La confusion la plus importante est produite entre le stade 2 et le stade 3+4. Ceci est peut être dû au pourcentage de l'activité delta existante sur la voie $\widehat{EEG}$ reconstruite. En effet, si ce pourcentage est inférieur à 20 % l'époque est codée en stade 2, sinon celle-ci est codée en stade 3+4. La quantification de ce pourcentage est donc fortement lié à la subjectivité du spécialiste du sommeil biaisant ainsi les résultats. De plus, comme précisé dans la section 2.4.2.1, les spindles et les complexes K sont particulièrement visibles avec le nouveau système. Ceci explique partiellement pourquoi plusieurs époques codées en stade 1, 3+4 où en sommeil paradoxal dans le système référence sont codées en stade 2 dans le nouveau système. Une autre confusion existe entre le stade veille et le stade 1 (856 époques codées en stade veille dans le système classique, sont recodées en stade 1 par le nouveau système). Ceci provient probablement du fait que l'EMG reconstruit présente une faible amplitude. En effet, l'activité musculaire est présente pour les deux stades (veille et stade 1) avec un tonus élevé pour la veille et un tonus faible pour le stade 1. Une autre confusion est observée entre le sommeil paradoxal et le stade 1 : sur 2124 époques codées en sommeil paradoxal dans le système référence, 391 sont codées en stade 1 dans le nouveau système. Cependant, il est important de noter que 40% de ces confusions sont directement liées au patient (**P**13) dont le rapport signal bruit des deux enregistrements (original et nouveau) est très faible. Les résultats obtenus par le critère 2 en confondant le stade 3 et le stade 4 montrent une concordance : i) supérieure à 70% pour les six patients (**P**2,**P**3,**P**4,**P**7,**P**8,**P**14), ii) comprise entre 60% et 70%, pour les patients (**P**1,**P**6,**P**9,**P**10,**P**11,**P**12), et iii) inférieurs à 60% pour les deux patients (**P**5,**P**13). Enfin, la concordance totale de la base est égale à 67,2% (figure2.44 et la plus mauvaise performance est obtenue pour **P**13 (47,0%). Il importe de préciser que la concordance moyenne de deux scorages faits par deux spécialistes différents sur une même nuit enregistrée par une polysomnographie classique et de l'ordre de 70% à 80%. Cette dernière remarque illustre que nos performances restent d'un point de vue pratique exploitables, d'autant plus que le système offre des contre-parties intéressantes (nombre d'électrodes réduit, facilité de placements de nos électrodes en évitant le cuir chevelu et le menton, diminution des coûts par rapport à une polysomnographie classique).

2.4.3 Conclusion

Les résultats obtenus montrent que le système proposé est capable d'enregistrer toutes les activités électrophysiologiques nécessaires pour l'établissement d'un profil d'une nuit de sommeil avec un minimum de contraintes technologiques. En effect, le nombre d'électrodes a été réduit à cinq électrodes (F7m, F8m, Fp1m, FP2m et une référence). De plus l'emplacement de ces dernières (frontales et temporales) a été choisi de manière à éviter le menton et le cuir chevelu offrant

ainsi une acquisition de donnée beaucoup plus confortable par rapport à la polysomnographie classique. En outre, la rapidité du traitement des données par nos algorithmes (environ 2 minutes pour le traitement d'une nuit de sommeil) ne pénalise en aucun cas les praticiens dans leurs travail.

Chapitre 3

Déconvolution aveugle des signaux biomédicaux

Ce chapitre se penche sur le problème exposé dans la section 1.2.2 qui consiste à extraire les deux composantes sympathique ($\sum$) et parasympathique ($P\sum$) du SNA, à partir seulement d'un ECG de surface monocanal, ou plus précisément à partir des différents paramètres qui en sont déduits. Le but final est la caractérisation des composantes $\sum$ et $P\sum$ des patients, afin de mieux prévenir certaines pathologies.

Cependant, le travail qui va suivre ne prétend pas donner une solution définitive, mais propose de résoudre des problèmes intermédiaires rencontrés. Le premier d'entre eux consiste à définir un modèle de mélange qui représente au mieux les boucles de régulation du SNA. Plus précisément, on cherche à modéliser les différentes influences du $\sum$ et du $P\sum$ sur les paramètres de l'ECG. Un modèle de mélange liant des paramètres de l'ECG aux tonus $\sum$ et $P\sum$ a été proposé. Néanmoins, l'extraction des signaux $\sum$ et $P\sum$, en exploitant seulement les paramètres ECG, n'est pas évidente. En effet, on est confronté à un problème de TAS qui engendre des difficultés algorithmiques. Afin de les résoudre, plusieurs étapes intermédiaires sont nécessaires. Toutefois, dans le cadre de notre thèse on se contentera uniquement de fournir des solutions à certaines d'entres elles.

3.1 l'ECG

L'ECG est la représentation graphique des forces électromotrices générées par l'activité cardiaque en fonction du temps. Les processus de dépolarisation et de repolarisation des structures myocardiques se traduisent dans l'ECG par une séquence de déflections, ou d'ondes superposées à une ligne de potentiel zéro, appelée ligne isoélectrique (figure 3.1). L'ordre et la morphologie

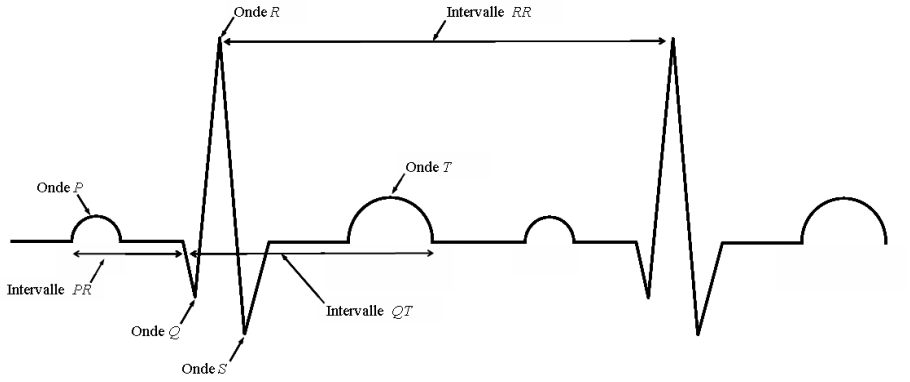


FIG. 3.1 – Ondes et intervalles dans l'ECG.

de ces ondes dépendent de deux aspects fondamentaux : i) la structure d'initiation de l'impulsion électrique et ii) la séquence de conduction au travers du myocarde.

L'impulsion est initiée dans le noeud sinusal. Le front de dépolarisation auriculaire résultant est représenté dans l'ECG par l'onde *P*. Cette onde se caractérise au niveau spectral par une composante basse fréquence de faible énergie. La repolarisation auriculaire est représentée par l'onde *Ta* et sa direction est opposée à celle de l'onde *P*. Généralement l'onde *Ta* n'est pas visible dans l'ECG car elle coïncide avec le complexe *QRS* d'amplitude plus importante. Ce dernier correspond à la dépolarisation ventriculaire, et représente la déflection de plus grande amplitude de l'ECG. Il est constitué de trois ondes consécutives, les ondes *Q*, *R* et *S*, qui sont associées respectivement aux vecteurs moyens d'activation septale, ventriculaire et basale. Le processus de repolarisation ventriculaire est reflété par l'onde *T*.

Outre les formes d'ondes, un battement cardiaque est aussi caractérisé par plusieurs segments et intervalles (figure 3.1) :

L'intervalle *RR* : il sépare les sommets de deux ondes *R* consécutives qui définissent la fréquence cardiaque instantanée.

L'intervalle *PR* : il est mesuré entre le début de l'onde *P* et le début du complexe *QRS*. Cet intervalle représente la dépolarisation des oreillettes et du Noeud Auriculo-Ventriculaire (NAV).

L'intervalle *QT* : il représente le temps entre le début du complexe *QRS* et la fin de l'onde *T*. C'est un indicateur de la longueur des phases de dépolarisation et de repolarisation ventriculaire.

3.2 Le système nerveux autonome

Le SNA est la partie du système nerveux responsable de la régulation des fonctions internes de l'organisme pour assurer l'homéostasie (un rythme de base) et permettre une adaptation de l'organisme à tout changement de ce rythme de base. Deux composantes interviennent dans la

régulation à court terme de l'homéostasie : le système nerveux $\sum$ et le système nerveux $P\sum$. Ces deux systèmes font contrepoids de manière à assurer le bon fonctionnement de l'organisme. Ainsi, le système nerveux $\sum$ mobilise l'organisme dans les situations extrêmes comme l'exercice physique, tandis que le système nerveux $P\sum$ nous permet de nous détendre pendant qu'il s'acquitte des tâches routinières de l'organisme.

3.2.1 Effets du SNA sur l'activité cardiaque

L'influence du SNA sur la régulation du coeur est multiple. On distingue en particulier quatre effets importants :

Le chronotropisme : c'est le retentissement sur la fréquence d'émission, par le noeud sinusal, des potentiels d'action et donc sur la fréquence cardiaque (variation de l'intervalle *RR*). On distingue les effets : i) chronotrope positif (augmentation de la fréquence cardiaque) du système nerveux $\sum$ et ii) chronotrope négatif (diminution de la fréquence cardiaque) du système nerveux $P\sum$.

Le dromotropisme : cet effet se traduit par une modification de la vitesse de conduction entre le noeud sinusal et le Noeud Auriculo-Ventriculaire (NAV), influençant ainsi la durée de l'intervalle *PR*. Le $P\sum$ diminue la vitesse de conduction, tandis que le $\sum$ augmente cette vitesse.

Le bathmotropisme : c'est le retentissement sur le niveau d'excitabilité d'une cellule. On distingue l'effet positif qui rend les cellules plus faciles à stimuler et l'effet négatif qui diminue l'excitabilité. Cet effet agit directement sur la variabilité de l'intervalle *QT*.

L'inotropisme : c'est la capacité intrinsèque des cellules myocardiques à développer une force de contraction donnée en réponse à un potentiel d'action. On distingue les effets : i) inotrope positif pour le système $\sum$ et ii) inotrope négatif pour le système $P\sum$.

Nous nous limiterons dans la suite aux effets chronotropes et dromotropes qui sont les principaux mécanismes d'activation du SNA observables à partir de l'ECG de surface.

3.3 Positionnement du problème

Les altérations du fonctionnement du SNA sont associées à plusieurs processus physiologiques et physiopathologiques qui contribuent à la morbidité. Dès 1971, certains disfonctionnements du SNA sont mis en rapport avec un grand nombre de maladies cardiovasculaires [88]. De ce fait, plusieurs méthodes ont été proposées afin d'obtenir des indicateurs représentatifs de la balance sympatovagale ; les plus utilisées sont basées sur l'analyse spectrale de la Variabilité de la Fréquence Cardiaque (VFC) [3, 166, 180]. Ces méthodes se fondent sur le fait que l'analyse spectrale de la VFC met en évidence trois bandes de fréquences particulières :

la bande VLF : comprise dans l'intervalle [0-0.04HZ] ;
la bande LF : comprise entre [0.04-0.15HZ],
la bande HF : comprise entre [0.15-0.50HZ].

Généralement, la bande VLF semble être sous la dépendance de mécanismes neuro-hormonaux. Elle a été décrite comme étant liée à des variations du flux sanguin accompagnant certains ajustements hémodynamiques de la circulation cutanée, commandés par le système de thermoregulation [203]. La HF met en évidence les variations de la fréquence cardiaque en réponse aux influences de la respiration sous le contrôle parasympathique . Elle est reconnue comme un marqueur de l'activité parasympathique [3, 150]. L'interprétation de la bande LF est plus compliquée. En effet, celle-ci est considérée comme étant un marqueur mixte sympathique et parasympathique [3], limitant ainsi les performances fournies par les méthodes spectrales pour séparer les composantes $\sum$ et $P\sum$. Des méthodes de type TAS exploitant l'information, contenue dans différents signaux cardiovasculaires, liées au SNA ont été récemment proposées pour isoler les contributions de chacun des tonus [215]. Leur principal défaut, et non des moindres, est de supposer qu'un mélange instantané suffit à modéliser le transfert entre les deux tonus et les différents paramètres déduits de l'ECG (*RR,PR,QT,...*). En effet, cette hypothèse est loin d'être fondée. Aussi avons nous décidé d'utiliser un mélange convolutif comme en témoigne la section suivante.

3.4 Modélisation du problème

A la différence des travaux qui visent l'analyse et la compréhension de l'ensemble des mécanismes d'action du SNA sur le système cardiorespiratoire [144, 223], notre approche exploite essentiellement des connaissances physiologiques globales sur le rôle du SNA dans le contrôle de l'activité cardiaque (section 3.2.1). La motivation principale est d'aboutir à un modèle relativement simple et précis, afin de rendre compte des effets majoritaires de l'influence du SNA sur le fonctionnement cardiaque. Un schéma bloc décrivant les différentes influences est proposé au travers de la figure 3.2. Ce dernier nous conforte dans l'idée qu'un modèle convolutif TITO (Two Input-Two Output), représenté par la figure 3.3, offrira un meilleur compromis simplicité/réalisme afin de déduire le transfert entre les tonus $\sum$ et $P\sum$ et le paramètres, *RR* et *PR*, du signal ECG. En outre, H_{11}, H_{21}, H_{12} et H_{22} sont supposés être des filtres LIT à phase, *a priori*, non-minimale et de longueur infinie. Le modèle convolutif est choisi ici pour deux raisons : d'une part, notre étude vise seulement à extraire les caractéristiques dominantes liées aux variations des tonus $\sum$ et $P\sum$, justifiant l'hypothèse de linéarité. D'autre part, les temps de réponse des voies sympathiques et parasympathiques sont très différents, ce qui nous conduit à considerer un mélange convolutif. Nous nous retrouvons alors face à un problème de déconvolution aveugle en contexte TITO. Un

aspect majeur de ce problème concerne l'indépendance des sources à restaurer. Des études ont montré que les tonus $\sum$ et $P\sum$ ne sont pas physiologiquement indépendants [130]. Cependant, les travaux de R. Vetter et al. [213, 214] conduisent à supposer que deux composantes indépendantes, respectivement sensibles aux signaux $\sum$ et $P\sum$, peuvent être déduites des paramètres de l'ECG observé.

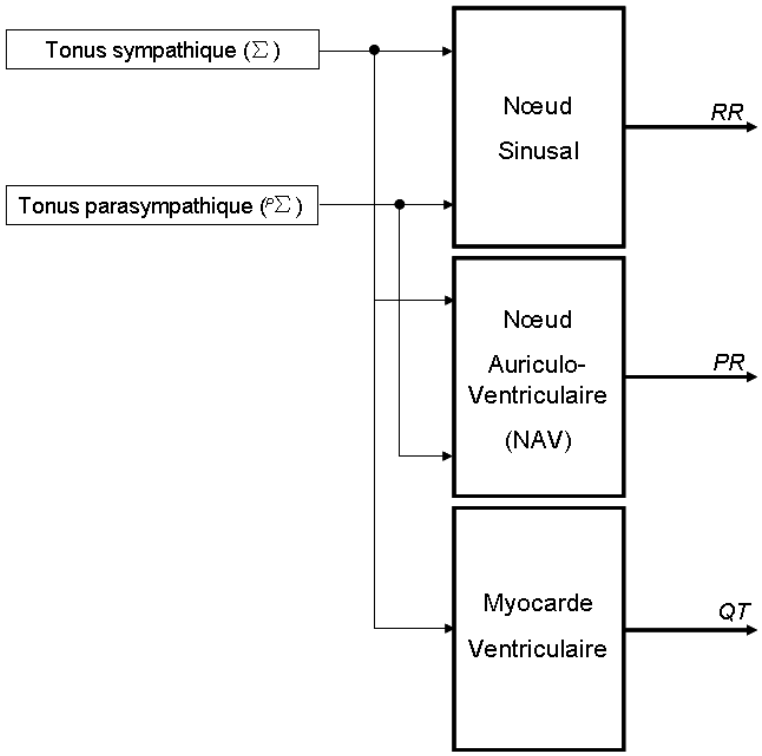


FIG. 3.2 – Schéma bloc représentant l'influence du SNA sur les différents paramètres de l'ECG.

Pour résoudre notre problème, nous avons choisi d'utiliser les approches fréquentielles de déconvolution qui ne nécessitent pas de connaissance préalable concernant la longueur des filtres du système. En effet, dans notre cas, aucune information *a priori* sur la longueur des filtres n'est disponible. Cependant, comme cela a été expliqué dans la section 1.5.2, les méthodes fréquentielles présentent certains inconvénients majeurs. En effet, il a été montré dans [48, 51, 170] que celles-ci présentent une ambiguïté de phase qui se traduit par le fait que le système global $\boldsymbol{G}[m] \star \boldsymbol{H}[m]$ ($\boldsymbol{G}$ et $\boldsymbol{H}$ sont respectivement définies par les équations (1.3) et (1.7)) admet la réponse en fréquence suivante :

$$\forall\, k \in \mathbb{Z},\ \check{\boldsymbol{G}}[k]\check{\boldsymbol{H}}[k] = \boldsymbol{\Pi} e^{\mathrm{i}\boldsymbol{\phi}[k]} \tag{3.1}$$

où $\boldsymbol{\phi}[k] = \mathrm{diag}([\phi_1[k], \ldots, \phi_P[k]])$ est une matrice diagonale réelle et $\boldsymbol{\Pi}$ une matrice de permutation. L'équation (3.1) signifie que les sources sont reconstruites à un filtre *passe-tout* près, qui

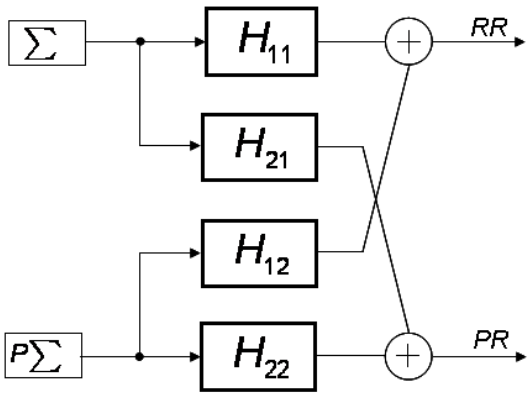


FIG. 3.3 – Modélisation du transfert entre les deux tonus, $\sum$ et $P\sum$, et deux composantes de l'ECG par un modèle convolutif TITO

plus est, dans le désordre. Si l'impossibilité de restaurer les sources dans le bon ordre n'est pas une entrave majeurs, l'ambiguïté de phase apparaissant à l'équation (3.1) est quant-à-elle beaucoup plus contraignante. Une solution consiste à estimer pour chaque source p, la phase $\phi_p[.]$ et ce afin de lever cette ambiguïté. Nous allons donc, dans la suite du manuscrit, proposer de nouvelles méthodes d'estimation de phase dont les performances surpassent celles des méthodes actuelles.

3.5 Nouvelles approches d'estimation de phase d'un système SISO

3.5.1 Introduction

Nous nous intéressons dans cette partie au problème de reconstruction de phase de systèmes SISO à phase non-minimale. Dans le cas où l'on ajoute aux hypothèses **(H1)**, **(H3)**, **(H4)**, **(H5)**, **(H6)** et **(H7)** décrites dans la section 1.3.2, une hypothèse supplémentaire **(H8)** selon laquelle l'entrée du système est une séquence i.i.d. non gaussienne, l'estimation de la phase d'un système LIT à phase non-minimale est possible en exploitant uniquement le polyspectre d'ordre q ($q \geq 3$) de la sortie (observation). Contrairement au spectre de puissance, le polyspectre préserve l'information sur la phase du système [159, 160], ce qui lui confère un grand avantage. Plusieurs méthodes traitant du problème de reconstruction de phase de systèmes SISO ont été proposées dans la littérature [159, 160]. Elles peuvent être classées en deux catégories : celles qui exploitent toute l'information fréquentielle contenue dans le spectre d'ordre q ($q \geq 3$) [17, 33, 149, 171] et celles utilisant seulement une partie de cette information, à savoir, une ou deux tranches UniDimensionnelle (1D) du polyspectre de la sortie [85, 138, 172, 181]. Ces dernières supposent l'existence d'un

critère de mesure qui permet de sélectionner la "meilleure" tranche 1D du polyspectre, c'est-à-dire, la tranche 1D du polyspectre dans laquelle on est censé récupérer un maximum d'information fréquentielle utile. Un tel critère a été proposé par H. Pozidis et A. P. Petropulu dans [181] et a aussi été exploité dans [172]. Cette procédure de sélection a été introduite afin d'éviter les tranches où le polyspectre estimé risque de présenter une grande variance et aussi celles où l'amplitude du polyspectre est proche de zéro (cas des systèmes à bande limitée). Une autre manière de décrire et de différencier les algorithmes cités précédemment, consiste à les classer selon leur nature recursive ou non. Ainsi, les algorithmes [17, 33, 138, 172] sont récursifs, ils reposent sur une relation de récurrence qui leur permet de calculer au fur et à mesure les différentes valeurs de la phase, en supposant que la première valeur est nulle. Quant aux méthodes [85, 149, 171, 181] elles sont non récursives. Plus exactement elles estiment les différentes composantes de la phase en bloc. En outre, tous ces algorithmes se distinguent les uns des autres de par leur besoin ou non d'utiliser explicitement une méthode de *déroulement de phase* [67]. On rappelle brièvement que le déroulement de phase (nommé phase unwrapping en anglais) consiste à retrouver les multiples de 2π qui assurent la continuité de la fonction estimée par la valeur principale de la phase [108]. En effet, les méthodes proposées dans [33, 85, 149, 171] nécessitent toutes une étape supplémentaire de déroulement de phase, contrairement à celles présentées dans [17, 138, 172, 181].

Pour illustrer les différentes classes de méthodes citées ci-dessus, nous avons décrit, en détail (voir annexe D) trois algorithmes. Nous avons commencé par présenter deux algorithmes qui exploitent toute l'information fréquentielle du bispectre (annexe D1 et D2). Le premier est l'algorithme de Matsuoka/Ulrych [149] qui estime toutes les valeurs de la phase en bloc et qui nécessite une étape supplémentaire de déroulement de phase. Le deuxième, nommée Petro/Pozi [172], est de nature récursive et ne nécessite pas de procéder à un déroulement de la phase estimée. Enfin, un autre algorithme d'estimation blocs (Pozi/Petro [181] ne nécessitant pas de déroulement de phase et n'exploitant qu'une partie du polyspectre a été détaillé dans l'annexes D3. Notons, que le choix de présenter ces quatre algorithmes a été motivé par plusieurs raisons. En effet, l'algorithme Matsuoka/Ulrych à été choisi car il est considéré comme étant l'un des premiers algorithmes d'estimation bloc présenté dans la littérature. De plus cet algorithme a servi de base à plusieurs autres algorithmes, notamment l'algorithme de Pozi/Petro. Les algorithmes Petro/Pozi et Pozi/Petro ont été présentés en raison de leurs supériorité face aux autres algorithmes ; efficacité montrée en partie par le biais de simulations par H. Pozidis et A. P. Petropulu dans [181].

Toutes les méthodes citées précédemment présentent des limitations. En effet, H. Pozidis et A. P. Petropulu [181] ont montré que les méthodes exploitant toutes les tranches du polyspectre [17, 33, 149, 171] sont peu robustes dans le cas où le système est à bande limitée. Par ailleurs, l'algorithme proposé par K. S. LII et M. Rosenblatt [138] traite seulement des systèmes

à valeurs réelles. Les algorithmes Petro/Pozi [172], et Pozi/Petro [181] estiment la phase seulement à une phase linéaire près. De plus, la méthode Petro/Pozi [172] est incapable de traiter des systèmes présentant en entrée une séquence de distribution symétrique. Notons aussi que pour les algorithmes récursifs [17, 33, 138, 172], une erreur d'estimation des premières valeurs de la phase va se répercuter et amplifier l'erreur d'estimation des valeurs suivantes. Enfin, les algorithmes Petro/Pozi et Petro/Pozi [172, 181] montrent, au travers des résultats obtenus lors de simulations numériques [181], une certaine sensibilité, à un mauvais choix de la tranche 1D du polyspectre.

Afin de palier à toutes ces limitations, nous proposons une nouvelle famille de méthodes baptisées PEP (Phase Estimation using Polyspectra), simples à implémenter et capables de traiter des systèmes SISO à phase non-minimale (réels ou complexes), à bande limité ou non, d'entrée symétriquement distribuée ou non. Nos méthodes ne sont pas récursives et n'estiment pas les valeurs de la phase en bloc, ce qui les distingue naturellement des méthodes citées ci-dessus. En effet, contrairement aux méthodes existantes, elles permettent d'estimer chaque valeur de la phase indépendamment des autres valeurs estimées. Plus précisément, nous proposons deux sous-familles de méthodes, les q-PEP ($q \geq 3$) et les (q_1, q_2)-PEP ($q_2 > q_1 \geq 3$). Les q-PEP exploitent une tranche 2D du spectre d'ordre q. Ainsi à l'ordre 3, la 3-PEP approche exploite toute l'information du bispectre. En revanche, si $q > 3$, les q-PEP méthodes n'exploitent que la "meilleure" tranche 2D du polyspectre utilisé. Concernant les méthodes (q_1, q_2)-PEP ($q_2 > q_1 \geq 3$), celles ci exploitent simultanément une tranche 1D du spectre d'ordre q_1 ($q_1 \geq 3$) et une tranche 2D du spectre d'ordre q_2 ($q_2 > q_1 \geq 3$). D'une certaine manière, elles tirent le meilleur des spectres d'ordre q_1 et q_2 en exploitant conjointement des tranches spectrales contenant le maximum d'information utile, ce qui n'avait encore jamais été proposé dans la littérature. Cette exploitation simultanée de deux spectres d'ordre supérieur distincts permet entre autres de rendre les méthodes d'estimation de phase plus robustes à un mauvais choix des tranches spectrales, ce qui leur confère un grand intérêt lors du traitement de systèmes à bandes limitées. Ce résultat sera montré au travers des simulations numériques. Par ailleurs, nos méthodes estiment la phase à une constante près et n'introduisent donc aucun retard pur lors de la reconstruction complète de système SISO, contrairement à tous les algorithmes existants. Notons enfin, que les méthodes PEP proposées nécessitent l'emploi d'une étape supplémentaire de déroulement de phase.

3.5.2 Les méthodes q-PEP

Cette approche exploite une tranche Bidimensionnelle (2D) du polyspectre de l'observation d'ordre q. Une tranche 2D du polyspectre $\Gamma_{r,x}^{q-r}$ de l'observation est définie comme une matrice obtenue en fixant $q-3$ fréquences et en faisant varier les deux autres dans l'intervalle $[0, 2\pi[$. Pour

une présentation plus didactique et sans perte de généralités, l'algorithme est décrit pour $q = 4$. Une extension aux ordres plus élevés est facilement réalisable.

Pour $q = 4$ et $r = 2$ l'équation (1.21) du polyspectre devient :

$$\Gamma^2_{2\,x}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) \;=\; C^2_{2\,s}\; \check{H}(-\omega_1 - \omega_2 - \omega_3)\check{H}(\omega_1)\,\check{H}(-\omega_2)^*\check{H}(-\omega_3)^* \tag{3.2}$$

où $C^2_{2\,s} \stackrel{\text{def}}{=} C^{q-r}_{r,\,s}[0,0,0]$ représente le cumulant d'ordre 4 de la source associé aux retards nuls. En considérant les fréquences discrètes $2\pi k_j/N$ où $k_j \in \{0,\ldots,N-1\}$ et $j \in \{1,\ldots,q-1\}$, l'équation (3.2) peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$\psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] \;=\; \psi^2_{2\,s}+\phi_H[-k_1-k_2-k_3]+\phi_H[k_1]-\phi_H[-k_2]-\phi_H[-k_3] \tag{3.3}$$

où $\psi^2_{2\,x}$ et $\psi^2_{2\,s}$ représentent respectivement la phase du trispectre de l'observation et celle associée au cumulant $C^2_{2\,s}$ de la source. Notons que $C^2_{2\,s}$ est réel et par suite $\psi^2_{2\,s}$ est un multiple de π.

En fixant k_3 à un entier $\alpha \in \{0,1,\ldots,N-1\}$ l'équation (D.3) devient :

$$\psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] \;=\; \psi^2_{2\,s}+\phi_H[-k_1-k_2-\alpha]+\phi_H[k_1]-\phi_H[-k_2]-\phi_H[-\alpha] \tag{3.4}$$

Comme $\check{H}$ est 2π-périodique , ϕ_H est donc N-périodique, et par conséquent en sommant l'équation (3.4) sur tous les bins de fréquences k_2 $(0 \leq k_2 < N-1)$, on obtient pour chaque bin k_1 $(0 \leq k_1 < N-1)$ l'expression suivante :

$$\sum_{k_2=0}^{N-1} \psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] = N\Big(\phi_H[k_1] + \psi^2_{2\,s} - \phi_H[-\alpha]\Big) \tag{3.5}$$

On remarque alors que ϕ_H peut être estimée à partir de la phase du trispectre de l'observation. Cependant, cette solution n'est pas satisfaisante. En effet, en pratique $\psi^2_{2\,x}$ est généralement estimée par sa valeur principale $\tilde{\psi}^2_{2\,x}$, donnée, pour tous k_1, k_2, k_3 $(0 \leq k_1, k_2, k_3 < N-1)$, par :

$$\tilde{\psi}^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] = \arctan\Big(\Im\Big(\Gamma^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3]\Big)\,/\Re\Big(\Gamma^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3]\Big)\Big) \tag{3.6}$$

où $\Re$ et $\Im$ représentent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire et $\arctan$ est l'opérateur arc-tangent qui force $\tilde{\psi}^2_{2\,x}$ à prendre des valeurs entre $\pm\pi$. Cette valeur principale s'exprime en fonction de $\psi^2_{2\,x}$ comme suit :

$$\forall (k_1,k_2,k_3) \in \{0,1,\ldots,N-1\}^3,\; \tilde{\psi}^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] = \psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] + 2\pi I[k_1,k_2,k_3] \tag{3.7}$$

où I est une fonction à valeurs entières qui oblige $\tilde{\psi}^2_{2\,x}$ à avoir des valeurs dans $[-\pi,\pi[$. Donc en fixant la valeur de k_3 à α dans (3.7), en sommant sur chaque bin k_2 $(0 \leq k_2 < N-1)$ et en utilisant l'équation (3.5) on obtient pour chaque k_1 $(0 \leq k_1 < N-1)$:

$$\sum_{k_2=0}^{N-1} \tilde{\psi}^2_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] = N(\phi_H[k_1] + \psi^2_{2\,s} - \phi_H[-\alpha]) + 2\pi J[k_1,\alpha] \tag{3.8}$$

où la fonction J à valeurs entières est donnée pour chaque k_1 $(0 \leq k_1 < N-1)$ par $J[.,\alpha] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k_2=0}^{N-1} I[.,k_2,\alpha]$.

La fonction discrète ϕ_H peut alors être déduite de l'équation (3.8). Néanmoins, une étape supplémentaire dite de déroulement de phase est nécessaire.

Le déroulement de phase peut être ici réalisé de trois manières différentes menant ainsi à trois approches différentes de reconstruction de phase. La première consiste à appliquer un algorithme de déroulement de phase TriDimensionnel (3D) [74] sur la valeur principale de la phase du tris-pectre, $\tilde{\psi}^2_{2\,x}$, donnant ainsi une estimée, $\tilde{\psi}^{2u}_{2\,x}$, de $\psi^2_{2\,x}$ à une constante additive près, tel que pour chaque k_1, k_2, k_3 $(0 \leq k_1, k_2, k_3 < N-1)$, on a :

$$\tilde{\psi}^{2u}_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] = \psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,k_3] + 2\pi I_u \tag{3.9}$$

où I_u est un nombre entier inconnu. Une estimée, $\tilde{\phi}_H$, de ϕ_H à une constante $a[\alpha] = \psi^2_{2\,s} - \phi[-\alpha] + 2\pi I_u$ près, peut alors être calculée en i) fixant la fréquence k_3 à α, ii) sommant sur l'ensemble des bins k_2 et enfin iii) en divisant par N.

Une seconde solution peut être obtenue en appliquant un algorithme de déroulement de phase BiDimensionnel (2D) [108] à la fonction $\tilde{\psi}^2_{2\,x}[.,.,\alpha]$. On obtient alors une estimée, $\tilde{\psi}^{2u}_{2\,x}[.,.,\alpha]$ de $\psi^2_{2\,x}[.,.,\alpha]$ à une constante près, tel que, pour chaque paire de bin (k_1,k_2) $(0 \leq k_1, k_2 < N-1)$:

$$\tilde{\psi}^{2u}_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] = \psi^2_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] + 2\pi I'_u[\alpha] \tag{3.10}$$

où $I'_u[\alpha]$ est un entier inconnu. Une estimée, $\tilde{\phi}_H$, de ϕ_H est alors obtenue, à partir de l'équation (3.10), pour tout k_1 $(0 \leq k_1 < N-1)$, de la manière suivante :

$$\tilde{\phi}_H[k_1] \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \sum_{k_2=0}^{N-1} \tilde{\psi}^{2u}_{2\,x}[k_1,k_2,\alpha] = \phi_H[k_1] + a'[\alpha] \tag{3.11}$$

avec $a'[\alpha] = \psi^2_{2\,s} - \phi[-\alpha] + 2\pi I'_u[\alpha]$.

La troisième approche consiste à effectuer un déroulement de phase UniDimensionnel (1D) sur le terme de gauche de l'équation (3.8) puis à diviser le résultat obtenu par N. On obtient alors une nouvelle estimée, $\tilde{\phi}_H$, de ϕ_H à une constante additive près $a''[\alpha] = \psi^2_{2\,s} - \phi[-\alpha] + 2\pi J_u[\alpha]/N$ où $J_u[\alpha]$ est un nombre entier inconnu. Les trois approches ainsi obtenues sont respectivement notées 4-PEP$_{3D}$, 4-PEP$_{2D}$ et 4-PEP$_{1D}$. Dans le cas où le filtre H est à valeurs complexes, la valeur α doit être choisie différente de zéro. En effet, si α est égal à zéro l'équation (3.5) montre que $\phi_H[0]$ ne peut pas être estimée. Si le système est réel, $\phi_H[0]$ est nul par définition et α peut prendre n'importe quelle valeur. Dans ce cas, $\tilde{\phi}_H[0]$ peut être utilisé afin de déterminer les constantes $a[0]$, $a'[0]$ et $a''[0]$, qui sont nécessairement des multiples de π.

Quelques tests préliminaires ont montré que l'approche 1D ne conduit pas à des performances aussi intéressantes que l'approche 2D. L'approche 3D n'a pas été implémentée, compte tenu de son coût élevé en termes de calcul.

3.5.3 Les méthodes (q_1, q_2)-PEP

L'originalité de cet algorithme réside dans l'exploitation simultanée d'une tranche 1D du polyspectre d'ordre q_1 et d'une tranche 2D du polyspectre d'ordre q_2. L'algorithme est présenté en utilisant les polyspectres d'ordre quatre ($q_1 = 4$) et d'ordre six ($q_2 = 6$) appelés respectivement trispectre et quintuspectre. L'extension de l'algorithme aux ordres (q_1, q_2), tel que $(q_1, q_2) = (4, 5)$ ou $q_2 > q_1 \geq 5$ peut être réalisée à partir de la description du cas particulier $(q_1, q_2) = (4, 6)$.

A partir de l'équation (1.21) et pour $(q_2, r_2) = (6, 3)$, on peut écrire pour tout quintuplé $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5)$ $(0 \leq k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 < N - 1)$:

$$\begin{aligned} \psi^3_{3,x}[k_1, k_5, k_3, k_4, k_2] &= \phi_H[-k_1 - k_5 - k_3 - k_4 - k_2] \\ +\phi_H[k_1] + \phi_H[k_5] - \phi_H[-k_3] - \phi_H[-k_4] - \phi_H[-k_2] &+ \psi^3_{3,s} \end{aligned} \tag{3.12}$$

où $\psi^3_{3,x}$ représente la phase du quintuspectre de la sortie, et $\psi^3_{3,s}$ est la phase du cumulant d'ordre six $C^3_{3,s}$ de l'entrée. Etant donné que $C^3_{3,s}$ est réel, $\psi^3_{3,s}$ est un multiple de π.

En calculant la différence entre les équations (3.12) et (D.3), on obtient pour tout quintuplet $(k_1, k_2, k_3, k_4, k_5)$ $(0 \leq k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 < N - 1)$:

$$\begin{aligned} \psi^3_{3,x}[k_1, k_5, k_3, k_4, k_2] - \psi^2_{2,x}[k_1, k_2, k_3] &= \psi^3_{3,s} - \psi^2_{2,s} \\ +\phi_H[-k_1 - k_5 - k_3 - k_4 - k_2] - \phi_H[-k_1 - k_2 - k_3] &+ \phi_H[k_5] - \phi_H[-k_4] \end{aligned} \tag{3.13}$$

Par la suite, k_2, k_3 et k_4 sont fixés à des valeurs particulières α, β et γ ($0 \leq \alpha, \beta, \gamma < N - 1$)[1]. En sommant (3.13) sur l'ensemble des bins k_1 ($0 \leq k_1 < N - 1$), on obtient pour toutes les valeurs de k_5 $(0 \leq k_5 < N - 1)$:

$$\sum_{k_1=0}^{N-1} \psi^3_{3,x}[k_1, k_5, \beta, \gamma, \alpha] - \psi^2_{2,x}[k_1, \alpha, \beta] = N\Big(\phi_H[k_5] - \phi_H[-\gamma] + \psi^3_{3,s} - \psi^2_{2,s}\Big) \tag{3.14}$$

La phase ϕ_H peut alors être déduite de cette dernière équation. Cependant, comme nous l'avons montré dans la section précédente, la phase du polyspectre de la sortie est estimée par sa valeur principale. Ce problème peut être résolu de différentes manières, qui dépendent explicitement du moment/niveau auquel nous décidons d'appliquer la procédure de déroulement de phase. Dans ce qui suit, nous nous limiterons à deux approches. La première consiste à appliquer un algorithme de déroulement de phase 2D aux fonctions $\tilde{\psi}^3_{3,x}[., ., \beta, \gamma, \alpha]$ et $\tilde{\psi}^2_{2,x}[., ., \beta]$. On

[1] Ces valeurs sont fixées en exploitant les critères de choix des tranches 1D et 2D exposés dans la section 3.5.4

obtient alors deux phases déroulées que l'on notera $\tilde{\psi}^{3\,u}_{3\,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha]$ et $\tilde{\psi}^{2\,u}_{2\,x}[.,.,\beta]$. Une fonction $\tilde{\psi}^{2\,u}_{2\,x}[.,\alpha,\beta]$ est alors construite à partir de $\tilde{\psi}^{2\,u}_{2\,x}[.,.,\beta]$ en fixant la deuxième variable, k_2, à α. Une soustraction des fonctions déroulées $\tilde{\psi}^{3\,u}_{3\,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha]$ et $\tilde{\psi}^{2\,u}_{2\,x}[.,\alpha,\beta]$ est alors faite, suivie d'une sommation sur l'ensemble des bins k_1 ($0 \leq k_1 < N-1$). Enfin, en divisant le résultat obtenu par N, une estimée de ϕ_H est obtenue à une constante additive près. La seconde approche peut se résumer de la façon suivante : i) cumuler la fonction $\tilde{\psi}^{3}_{3\,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha] - \tilde{\psi}^{2}_{2\,x}[.,\alpha,\beta]$ sur l'ensemble des bins k_1, ($0 \leq k_1 < N-1$), ii) effectuer un déroulement 1D du résultat obtenu, iii) diviser le résultat final par N. Les deux approches obtenues sont respectivement notées $(4,6)$-PEP$_{2\mathrm{D}}$ et $(4,6)$-PEP$_{1\mathrm{D}}$.

De plus, comme nous l'avons expliqué dans la section précédente, des précautions sur le choix de γ doivent être prises. En effet, si le système est à valeurs *a priori* complexes, γ doit impérativement être choisi différent de zéro afin de pouvoir estimer $\phi_H[0]$. En outre, l'approche 2D s'avère être la plus performante sur la base de tests préliminaires.

3.5.4 Quelques éléments pour la mise en oeuvre pratique des algorithmes proposés

Critères de choix des meilleures tranches 1D et 2D

Une des particularités des méthodes PEP réside dans l'exploitation d'une tranche 2D du polyspectre. De ce fait, un choix préalable de la meilleure tranche 2D s'impose. En s'appuyant sur le critère proposé par H. Pozidis et al. dans [181], pour la sélection de la meilleure tranche 1D du polyspectre, nous proposons dans cette section un nouveau critère qui nous permet de choisir la meilleure tranche 2D du polyspectre.

Le critère proposé par H. Pozidis et al. à l'ordre q ($q \geq 3$) est donné par :

$$FC_{1\mathrm{D}}[\alpha_1,\ldots,\alpha_{q-2}] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} |\Gamma^{q-r}_{r,x}[k,\alpha_1,\ldots,\alpha_{q-2}]| \tag{3.15}$$

La maximisation de ce critère permet de sélectionner la tranche 1D fournissant le contenu fréquentiel le plus riche. Nous proposons une généralisation du critère (3.15), de la manière suivante :

$$FC_{2\mathrm{D}}[\alpha_1,\ldots,\alpha_{q-3}] = \frac{1}{N^2}\sum_{k_1=0}^{N-1}\sum_{k_2=0}^{N-1} |\Gamma^{q-r}_{r,x}[k_1,k_2,\alpha_1,\ldots,\alpha_{q-3}]| \tag{3.16}$$

où q est strictement supérieur à trois. La tranche 2D appropriée est obtenue en choisissant l'ensemble $(\alpha_1,\ldots,\alpha_{q-3})$ maximisant l'équation (3.16).

Mise en oeuvre des l'algorithmes

On dispose d'un vecteur d'observation de longueur M correspondant à une réalisation du processus aléatoire $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$. Les différentes étapes de l'algorithme 4-PEP$_{2\mathrm{D}}$ sont données ci-dessous.

Etape1 Utiliser de la méthode indirecte, décrite dans l'Annexe A, afin de calculer une estimée $\hat{\Gamma}^2_{2,x}$ de $\Gamma^2_{2,x}$ à partir des M échantillons du vecteur d'observation.

Etape2 Sélectionner la "meilleure" tranche 2D, $\Gamma^2_{2,x}[.,.,\alpha]$, du trispectre estimé $\hat{\Gamma}^2_{2,x}$, indexée par α, en maximisant le critère $FC_{2\mathrm{D}}$ présenté ci-dessus.

Etape3 Calculer la valeur principale de la phase de $\hat{\Gamma}^2_{2,x}[.,.,\alpha]$, notée $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}[.,.,\alpha]$.

Etape4 Appliquer l'algorithme de déroulement de phase 2D [108, pp 151–177] à $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}[.,.,\alpha]$ pour obtenir une estimée, $\hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,.,\alpha]$, de la phase du trispectre de l'observation.

Etape5 Calculer une estimée $\hat{\tilde{\phi}}_H$, de ϕ_H en sommant, pour chaque k_1 ($0 \leq k_1 < N-1$), $\hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,.,\alpha]$ sur l'ensemble des bins k_2 ($0 \leq k_2 < N-1$) et en divisant le résultat obtenu par N.

L'algorithme $(4,6)$-PEP$_{2\mathrm{D}}$ comporte les étapes suivantes :

Etape1 Calculer les estimées, $\hat{\Gamma}^2_{2,x}$, et $\hat{\Gamma}^3_{3,x}$ du trispectre et du quintuspectre de l'observation en utilisant la méthode indirecte détaillée dans l'Annexe A.

Etape2 Calculer les valeurs principales des phases de $\hat{\Gamma}^2_{2,x}$ et $\hat{\Gamma}^3_{3,x}$, notées respectivement $\hat{\tilde{\psi}}^3_{3,x}$ et $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}$.

Etape3 Fixer certaines variables de $\hat{\tilde{\psi}}^3_{3,x}$ et $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}$ à α, β et γ, pour obtenir les fonctions à deux variables $\hat{\tilde{\psi}}^3_{3,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha]$ et $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}[.,.,\beta]$. Les constantes α, β et γ sont choisies par la maximisation du critère $FC_{1\mathrm{D}} + FC_{2\mathrm{D}}$ où $FC_{1\mathrm{D}}$ et $FC_{2\mathrm{D}}$ sont calculés en remplaçant $\Gamma^{q-r}_{r,x}$ par $\Gamma^2_{2,x}$ et $\Gamma^3_{3,x}$ respectivement.

Etape4 Appliquer un algorithme de déroulement de phase 2D à $\hat{\tilde{\psi}}^3_{3,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha]$ et $\hat{\tilde{\psi}}^2_{2,x}[.,.,\beta]$ afin d'obtenir des estimées, $\hat{\tilde{\psi}}^{3u}_{3,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha]$ et $\hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,.,\beta]$, de la phase du quintuspectre et du trispectre respectivement. Ensuite la seconde variable, de $\hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,.,\beta]$ est fixée à α pour obtenir la fonction à une variable $\hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,\alpha,\beta]$.

Etape5 Calculer de l'estimée, $\hat{\tilde{\phi}}_H$, de ϕ_H en cumulant la fonction $\hat{\tilde{\psi}}^{3u}_{3,x}[.,.,\beta,\gamma,\alpha] - \hat{\tilde{\psi}}^{2u}_{2,x}[.,\alpha,\beta]$ sur l'ensemble des bins $k_1 \in \{0,1,\ldots,N-1\}$ et en divisant le résultat par N.

3.5.5 Simulations

Nous présentons dans cette partie une série de résultats obtenus sur des systèmes synthétiques. Dans un premier temps, nous proposons une étude comparative des performances obtenues par les algorithmes PEP et par deux algorithmes proposés dans la littérature, et considérés être parmi les

plus efficaces en présence de systèmes à bande limitée[2]. Le premier est l'algorithme Petro/Pozi [172] présenté dans l'annexe D2. Le deuxième est l'algorithme q-Pozi/Petro [181], présenté dans l'annexe D3, où $q=3$ quand on exploite le bispectre et $q=4$ dans le cas ou on exploite le trispectre. Nous discutons dans un second temps la robustesse des méthodes PEP, Petro/Pozi et Pozi/Petro par rapport à un mauvais choix des tranches du polyspectre exploitées dans l'estimation de la phase.

Notons que la méthode Pozi/Petro [181] permet l'identification complète du système, c'est-à-dire, pour l'identification à la fois du module et de la phase de la réponse en fréquence du filtre. Néanmoins nous nous contenterons d'évaluer dans ce travail la capacité de cette méthode à estimer la phase en remplaçant l'estimée du module par sa vraie valeur.

L'accent est mis dans la suite sur la présentation des résultats fournis par les méthodes $\text{PEP}_{2\text{D}}$ (méthodes utilisant une procédure de déroulement de phase bidimensionnelle). Le déroulement de phase 2D retenu s'appuie sur l'approche de FLYNN [108, pp. 151–177], connu pour sa robustesse par rapport aux bruits et aux discontinuités susceptibles de survenir dans la phase du polyspectre.

Quatre études différentes ont été proposées pour l'évaluation comparative des performances. Dans chaque étude, quatre processus LIT non-gaussiens ont été générés à l'entrée des systèmes à phase non-minimale et à bande limitée suivants :

$$\left\| \begin{array}{l} H_1[m] = 0.77^{|\frac{m}{2}|}\cos(0.49\pi m)+0.8(0.65)^{|\frac{m}{2}|}\sin(0.38\pi m+\frac{\pi}{5}), m \in \{-9,\ldots,6\} \\ \check{H}_2(z)=1+2.2149z^{-1}+1.0828z^{-2}-1.1731z^{-3}-0.8069z^{-4} \\ \check{H}_3(z)=1+0.9295z^{-1}+0.2453z^{-2}-0.7510z^{-3}+0.3717z^{-4} \\ \check{H}_4(z)=1-1.0191z^{-1}-1.5532z^{-2}+1.5117z^{-3}-0.7217z^{-4} \end{array} \right. \tag{3.17}$$

H_1, $\check{H}_2$, $\check{H}_3$ et $\check{H}_4$, représentent respectivement la réponse impulsionnelle d'un filtre passe-bande, la fonction de transfert d'un filtre passe-bas, la fonction de transfert d'un filtre rejecteur et la fonction de transfert d'un filtre passe-haut. La sortie de chacun des systèmes est bruitée par ajout d'un processus gaussien blanc centré. Les sequences bruitées ainsi obtenues sont alors découpées en segments de longueur égale à 250 échantillons. Puis la méthode indirecte, détaillée dans l' Annexe A, est utilisée afin d'estimer les différents polyspectres, sur 64 bins fréquentiels. L'evaluation des performances est basée sur le critère de l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (EQMN) défini par :

$$EQMN = \frac{\sum_{j=1}^{J}[\sum_{\ell=0}^{L-1}(\widehat{H}^{(j)}[\ell]-H[\ell])^2]}{J\sum_{\ell=0}^{L-1}(H[\ell])^2} \tag{3.18}$$

où $\widehat{H}^{(j)}$ est l'estimée de la réponse impulsionnellle du système obtenue pour la j-ième réalisation,

[2]H. Pozidis et A. P. Petropulu ont montré par le biais de simulations [181], la supériorité en termes de biais et de variance, des méthodes q-Pozi/Petro par rapport aux approches proposées dans [17] et [185] dans le cas des systèmes à bandes limitées.

H est la vraie réponse du système, J est le nombre de réalisations de Monte Carlo et L est la longueur surestimée du filtre. Il convient de noter que les réponses impulsionnelles estimées $\widehat{H}^{(j)}$ sont obtenues dans le domaine temporel à partir du module exact de la réponse en fréquence du filtre combiné à la phase estimée $\widehat{\phi}_{H^{(j)}}$.

3.5.5.1 Etude de l'influence du nombre d'échantillons pour un RSB donné

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à l'influence du nombre d'échantillons de l'observation sur les performances des méthodes 3-PEP$_{2D}$, (3,4)-PEP$_{2D}$, Petro/Pozi, 3-Pozi/Petro, 4-PEP$_{2D}$ et 4-Pozi/Petro. Pour cela, le RSB est fixé à 15 dB[3] et la longueur de l'observation varie entre 256 à 8192 avec un pas de 256. Deux cas de figure sont étudiés :

1. Dans un premier temps nous considérons une source de distribution non-symétrique. Plus précisément, l'entrée de nos systèmes est une séquence de variables aléatoires i.i.d., centrées, de loi exponentielle.
2. Dans un second temps nous considérons comme entrée du système, la modulation numérique BPSK (Binary Phase Shift Keying) filtrée NRZ, en bande de base.

Le bispectre d'un processus i.i.d. étant non nul, la première étude nous permet de comparer les performances des algorithmes 3-PEP$_{2D}$, (3,4)-PEP$_{2D}$, Petro/Pozi et 3-Pozi/Petro. La BPSK étant symétriquement distribuée, le trispectre ($q = 4$) des observations est utilisé dans la seconde étude pour comparer les performances des méthodes 4-PEP$_{2D}$ et 4-Pozi/Petro.

Les résultats obtenus sont reportés sur les figures 3.4 et 3.5, respectivement. Dans les deux cas, la variation de l'EQMN, en fonction du nombre d'échantillons, obtenue pour les quatre réponses impulsionnelles H_1, H_2, H_3 et H_4 montre clairement que les méthodes PEP fournissent les meilleures performances que les deux autres algorithmes, excepté dans la figure 3.4(d) où les performances de l'algorithme (3,4)-PEP$_{2D}$ obtenues pour H_4 sont équivalentes à celle fournies par les méthodes Petro/Pozi et 3-Pozi/Petro.

[3] Ici le RSB est donné par le ratio entre la variance de la source et la variance du bruit gaussien additif, converti en décibels.

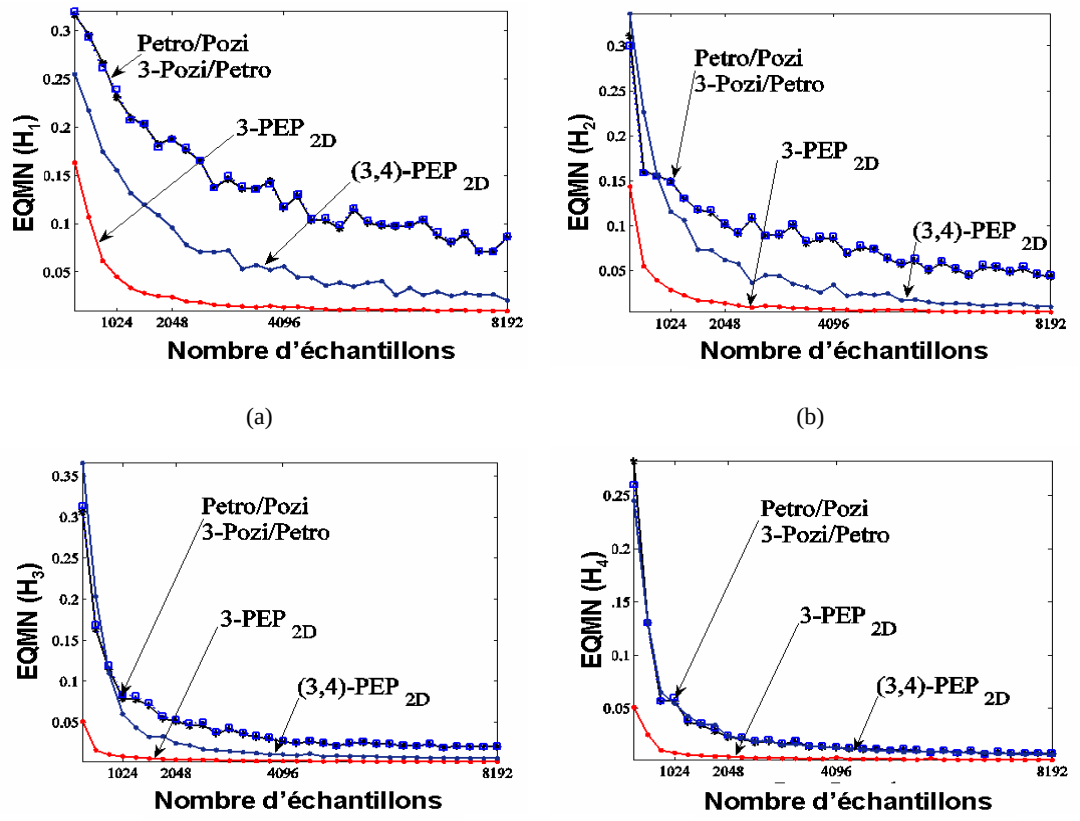


FIG. 3.4 – Variations de l'EQMN en fonction du nombre d'échantillons pour une distribution exponentielle avec un RSB fixé à 15 dB. Les tranches du polyspectre retenues le sont suivant les critères $FC_{1\mathrm{D}}$ et $FC_{2\mathrm{D}}$.

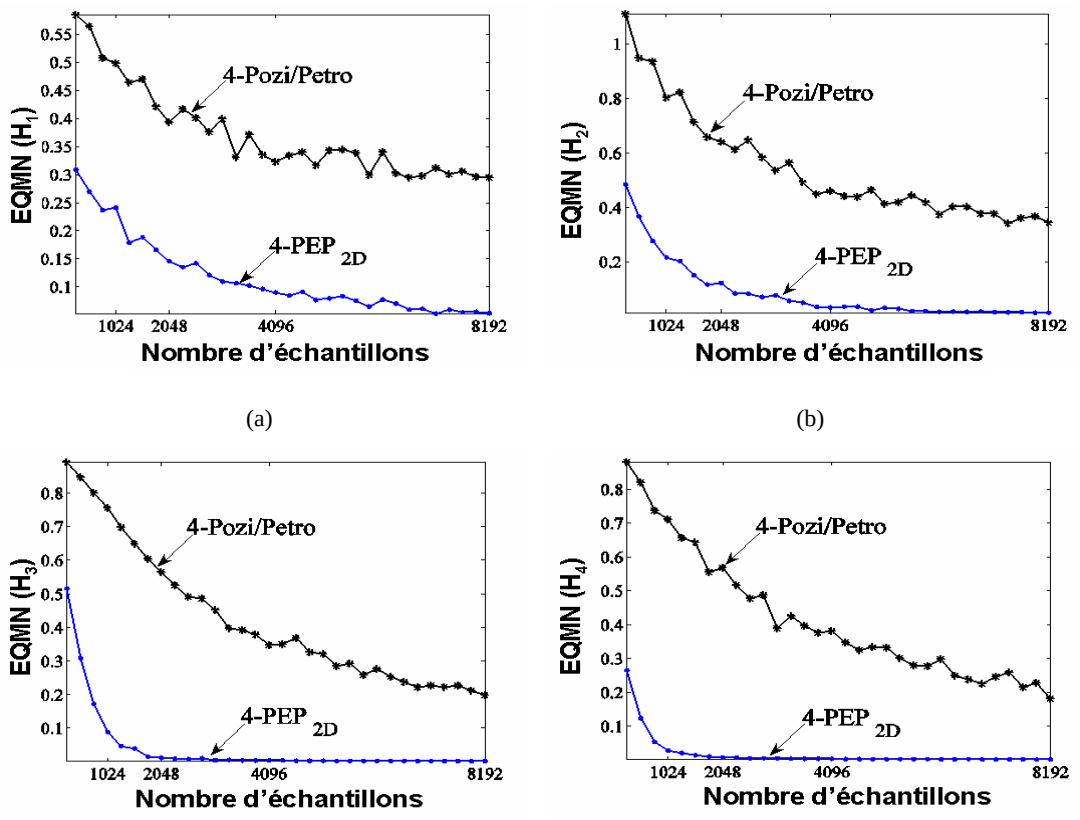


FIG. 3.5 – Variations de l'EQMN en fonction du nombre d'échantillons pour une distribution symétrique (BPSK) avec un RSB fixé à 15 dB. Les tranches du polyspectre retenues le sont suivant les critères $FC_{1\mathrm{D}}$ et $FC_{2\mathrm{D}}$.

3.5.5.2 Etude de l'influence du RSB

Nous étudions dans ce paragraphe les performances de nos méthodes en fonction du RSB. Les six méthodes (3-PEP$_{2D}$, (3,4)-PEP$_{2D}$, Petro/Pozi et 3-Pozi/Petro, 4-PEP$_{2D}$ et 4-Pozi/Petro) sont comparées pour le même type d'entrées que précédemment, mais cette fois la longueur des observations est fixée à 2048 échantillons et le RSB varie de -30 dB et 50 dB avec un pas de 2 dB. Les résultats sont reportés sur les figures 3.6 et 3.7. La figure 3.6 montre que les méthodes PEP$_{2D}$ présentent de meilleures performances surtout pour de faibles valeurs du RSB. Nous remarquons aussi que le gain de performance apporté par l'approche 4-PEP$_{2D}$, par rapport à la méthode 4-Pozi/Petro, est considérable (figure 3.7) pour les quatre filtres utilisés et pour n'importe quelle valeur du RSB.

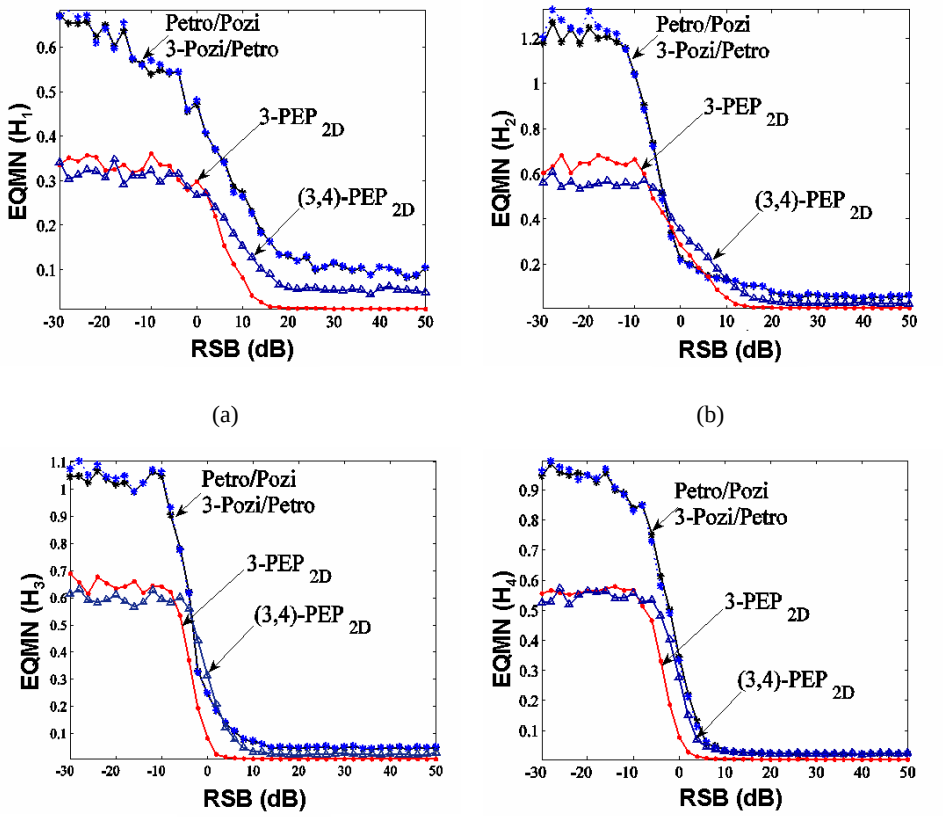


FIG. 3.6 – Variations de l'EQMN en function du RSB pour une distribution exponentielle. L'observation comporte 2048 échantillons. Les tranches du polyspectre retenues le sont suivant les critères FC_{1D} et FC_{2D}.

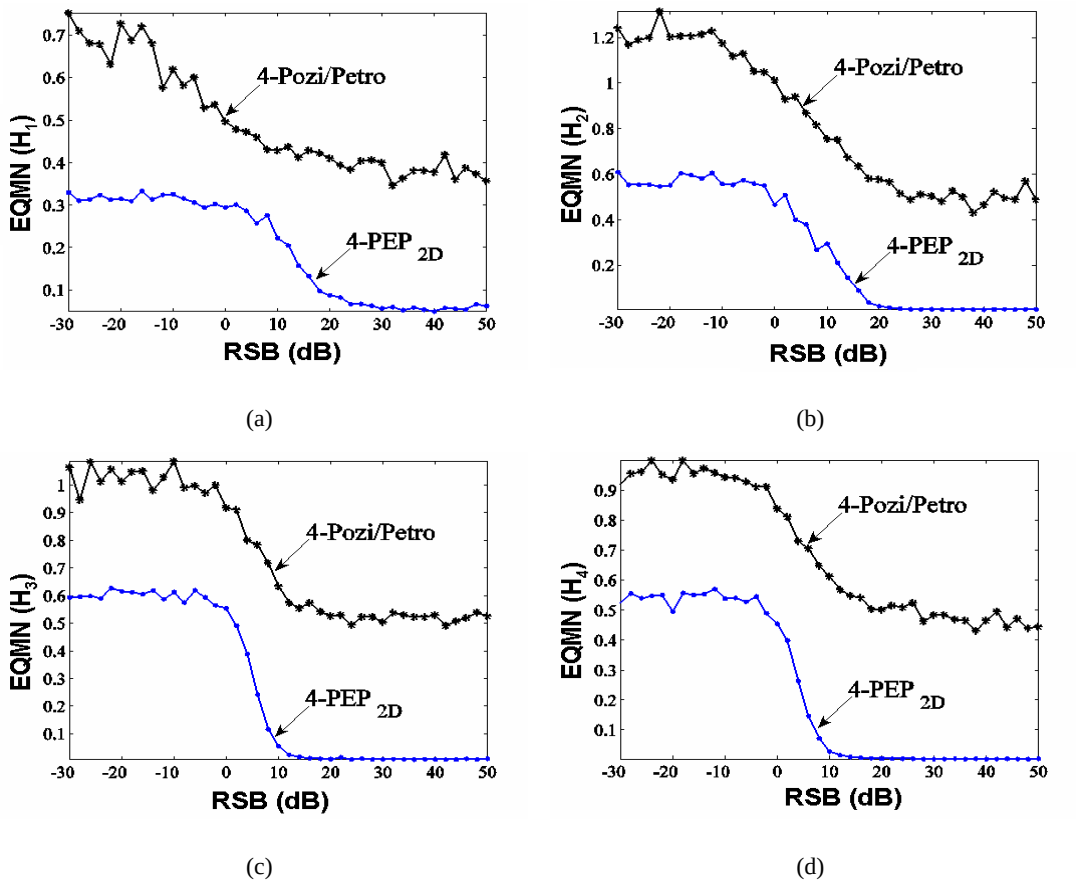


FIG. 3.7 – Variations de l'EQMN en function du RSB pour une distribution symétrique (BPSK). L'observation comporte 2048 échantillons. Les tranches du polyspectre retenues le sont suivant les critères $FC_{1\mathrm{D}}$ et $FC_{2\mathrm{D}}$.

3.5.5.3 Etude de l'influence du choix des tranches 1D et 2D du polyspectre

Ici, la longueur des observations et le RSB sont respectivement 2048 et 15 dB et l'entrée de chaque système est un processus aléatoire exponentiellement distribué. Les résultats obtenus sont reportés sur la figure 3.8. Nous avons délibérément superposé, dans chacun des cas, le module de la réponse (MR) en fréquence du filtre considéré pour faciliter la "lecture" de la répartition de l'énergie en fonction du bin de fréquence. La méthode $(3,4)$-PEP$_{2D}$ est globalement la moins sensible au choix des tranches, et pour une tranche donnée, elle conduit au plus faible $EQMN$. Elle offre donc une plus grande flexibilité pour le choix de la meilleure tranche pour les polyspectres.

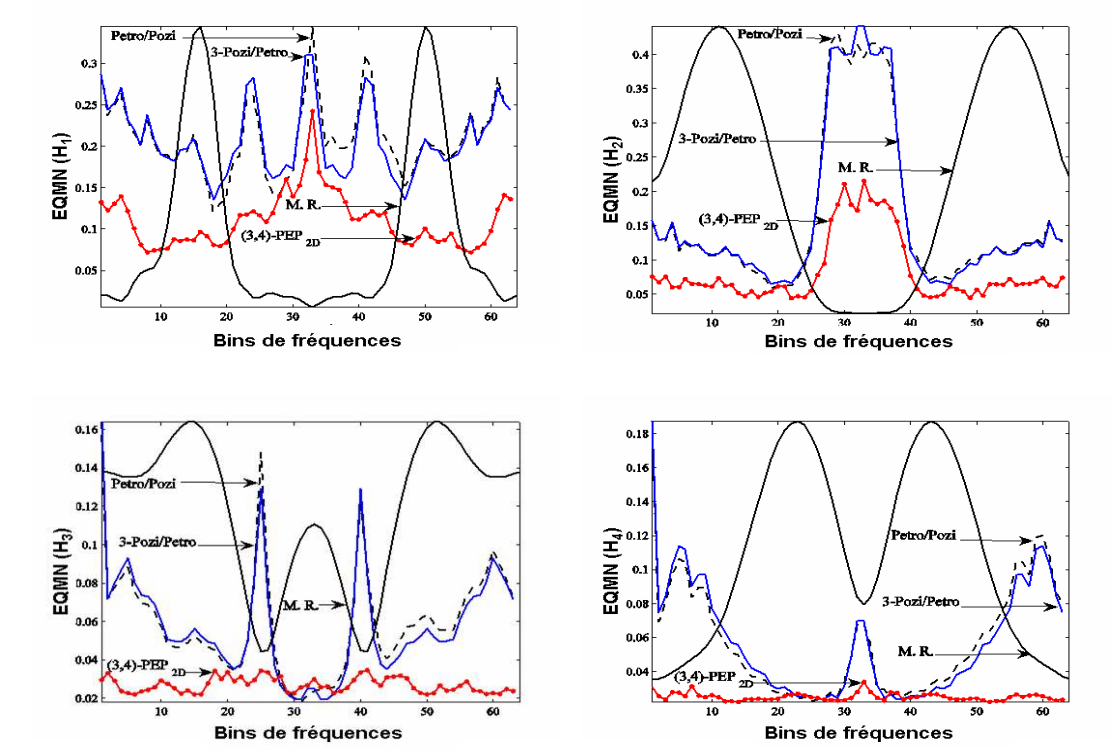


FIG. 3.8 – Variations de l'EQMN en fonction du choix de la tranche du polyspectre pour une distribution exponentielle, avec un nombre d'échantillons fixé à 2048 et un RSB de 15 dB.

3.5.5.4 Etude des performances de la méthode $(4,6)$-PEP$_{2D}$

Dans ce paragraphe, nous proposons de comparer les performances de l'algorithme $(4,6)$-PEP$_{2D}$, par rapport à celles des méthodes 4-Pozi/Petro et 4-PEP$_{2D}$. La différence par rapport aux études précédentes est l'utilisation des statistiques d'ordre six dans l'approche $(4,6)$-PEP$_{2D}$. Deux tests sont menés sur la base d'une entrée BPSK, d'une observation de 2048 échantillons et d'un RSB de 15 dB. Le premier test compare les valeurs de l'EQMN pour les trois approches considé-

rées. Le second test évalue les EQMN pour chacune des méthodes comparées, en fonction du bin des tranches polyspectrales retenues.

Les résultats, à l'issu du premier test (tableau 3.1), montrent que pour les quatre filtres les méthodes proposées sont meilleures que l'approche 4-Pozi/Petro et que la prise en compte de l'ordre 6 pourrait dans certains cas améliorer les performances.

Le second test révèle que les méthodes $\text{PEP}_{2\text{D}}$ sont la aussi plus intéressantes et que le recours à deux polyspectres permet d'accentuer la robustesse face au choix des tranches.

	H_1	H_2	H_3	H_4
4-Pozi/Petro	0.3906	0.5852	0.5218	0.4857
4-$\text{PEP}_{2\text{D}}$	0.1542	0.1097	0.0173	0.0079
$(4,6)$-$\text{PEP}_{2\text{D}}$	0.1512	0.0649	0.1152	0.0999

TAB. 3.1 – Les valeurs de l'EQMN obtenues par 4-Pozi/Petro, 4-$\text{PEP}_{2\text{D}}$ et $(4,6)$-$\text{PEP}_{2\text{D}}$ pour les différents filtres, avec une entrée BPSK de longueur 2048 et un RSB de 15 dB. Les tranches du polyspectre retenues le sont suivant les critères $FC_{1\text{D}}$ et $FC_{2\text{D}}$.

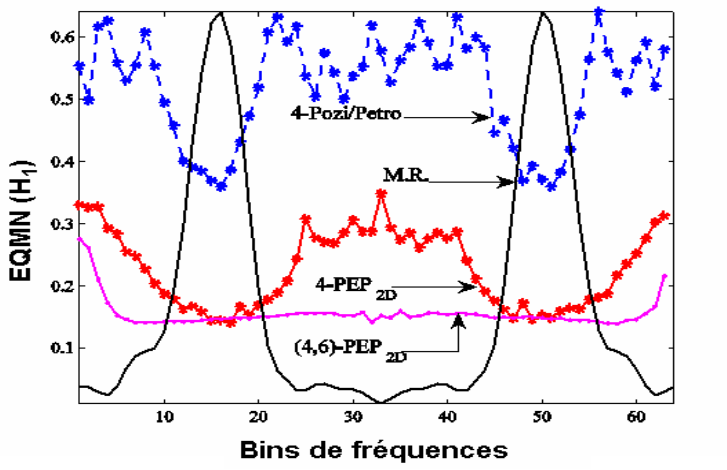


FIG. 3.9 – Variations de l'EQMN obtenu pour le filtre passe-bande H_1 filter, en fonction du numéro de la tranche fréquentielles, avec un nombre d'échantillons de 2048 et un RSB de 15 dB pour une entrée de distribution symétrique (BPSK).

3.5.6 Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle famille d'algorithmes dédiés à la reconstruction de la phase de systèmes SISO à phase non minimale. Ces algorithmes exploitent uniquement une tranche 1D et/ou 2D de polyspectres de la sortie du système étudié. Ils se répartissent en deux classes : les approches q-PEP, qui exploitent une tranche 2D du polyspectre d'ordre q et les approches (q_1, q_2)-PEP basées sur l'exploitation conjointe d'une tranche 2D du spectre d'ordre q_2 et d'une tranche 1D du polyspectre d'ordre q_1. Ils permettent de reconstruire une estimée de la phase à une constante additive près contrairement à la majorité des méthodes existantes qui estiment la phase du système à une phase linéaire près. En exploitant les ordres 3, 4 et 6, des simulations ont été conduites, pour comparer les performances de ces nouvelles approches par rapport à celles de méthodes éprouvées de la littérature. Les résultats obtenus soulignent le gain significatif que ces nouvelles approches apportent, en termes d'EQMN, en présence notamment de systèmes à bande limitée que les sources soient distribuées symétriquement ou non. Un autre point qui nous semble important, est la relative robustesse de ces approches face à un mauvais choix des tranches polyspectrales. En particulier, le recours à deux tranches polyspectrales d'ordre différent réduit l'impact du choix des tranches sur les performances. De fait, les approches proposées présentent une plus grande souplesse quant aux choix des tranches de polyspectres. Cette flexibilité semble être encore plus marquée pour les méthodes (q_1, q_2)-PEP. Cependant, ces résultats devront être confirmés sur des simulations à plus grande échelle englobant d'autres types de filtre à phase non minimale et un éventail plus large de distribution pour les sources.

Chapitre 4

Conclusion Perspectives

Parmi les principaux enjeux de la recherche dans le domaine des technologies de la santé, l'aide au diagnostic et le monitoring, par des moyens d'observation non invasifs, peu encombrants et simples d'utilisation, suscitent un intérêt croissant. Les signaux électrophysiologiques sont des vecteurs d'information importants qui doivent être pleinement explorés dans ce sens. Si du point de vue de la résolution temporelle ces signaux permettent d'accéder réellement à la dynamique de structures physiologiques, leur contenu est souvent une " somme " de contributions émanant directement ou indirectement de différents organes, systèmes ou sous-systèmes. En fonction des objectifs visés et des hypothèses sous-jacentes, des questions fondamentales de recueil et de représentation des observations peuvent se poser. Par exemple, sur la localisation des capteurs, la nature et les propriétés statistiques des données, le type de mélange, la dépendance du modèle de représentation vis-à-vis du temps,... Dans ce contexte, il est primordial de disposer d'outils capables d'identifier les contributions des différentes sources à l'origine des signaux, de fournir des estimations de celles jugées utiles ou encore celles non directement observées, à partir des mélanges enregistrés par le biais des capteurs de surface.

Les travaux conduits dans cette thèse s'inscrivent dans cette problématique et comportent deux finalités distinctes. La première vise l'élaboration d'un système ambulatoire multi varié permettant d'explorer, sur une longue durée et à domicile, les fonctions neurologiques pour le diagnostic de différents troubles du sommeil. La seconde cherche à caractériser l'action du système nerveux autonome sur l'activité cardiaque en estimant les dynamiques des tonus sympathique et parasympathique à partir d'une observation indirecte de leurs influences.

Le chapitre 2 apporte une solution pratique à la première finalité. Après une étude bibliographique sur les différents grapho-éléments caractérisant chaque stade d'une nuit normale de sommeil, une recherche de nouvelles configurations pour la disposition des capteurs permettant

le recueil des événements d'intérêt sur un ensemble réduit d'électrodes a été menée. Nous avons proposé un nouveau système d'acquisition composé de seulement quatre capteurs et d'une référence ; ce qui fait un total de cinq électrodes. Ce nouvel emplacement des électrodes (frontales et temporales) offre l'avantage d'éviter le menton et le cuir chevelu et permet ainsi une pose plus simple et des conditions d'acquisition des données beaucoup plus confortable pour le patient par rapport à la polysomnographie classique. Le nouveau système n'enregistre pas directement les signaux d'intérêt EEG, EOG et EMG sur des électrodes différentes, il recueille plutôt quatre observations résultant de leur mélange. Une phase d'estimation de ces signaux est alors nécessaire. Nous nous sommes alors ramenés à une formulation du problème sous la forme SAS en adoptant une modélisation linéaire instantané pour le mélange. Une étude comparative de nombreuses méthodes, dédiées à la SAS pour ce type de mélange, a été entreprise en exploitant des observations (semi) synthétiques, construites en s'appuyant en partie sur des signaux réels, fidèles aux enregistrements disponibles dans notre base de données. Les études de performances ont montré que les algorithmes exploitant simultanément les statistiques d'ordre deux et d'ordre quatre sont les mieux adaptés dans le cadre de notre étude. L'utilisation, dans ce cadre bien circonscrit, de la procédure de blanchiment robuste améliore notablement les performances de l'algorithme SOBI mais détériore par contre le comportement des autres algorithmes. Il s'avère aussi que les algorithmes qui ne permettent pas d'extraire une source gaussienne offrent des résultats moyens dans le contexte décrit précédemment. Enfin, même si les algorithmes INFOMAX, FastICA$_{SO}$ et FastICA$_{DO}$ fournissent généralement de bons résultats, un risque de non convergence existe surtout dans les cas les plus défavorables, c'est-à-dire, les cas pour lesquels le RSB est très faible ou que le nombre d'échantillons est réduit ou encore en présence d'une forte colinéarité des vecteurs directeurs des sources. Ces études montrent finalement qu'une classe d'algorithmes de SAS peut être considérée pour répondre au problème initialement posé dans ce contexte de monitoring du sommeil à domicile.

Les tests menés sur des données réelles représentant quatorze nuits de sommeil acquises simultanément par notre système d'électrode et par un polysomnographe, sont finalement menés. La comparaison de nos résultats par rapport à ceux obtenus par le système classique montre que notre dispositif, englobant l'acquisition et le traitement des données, est capable de reconstruire toutes les activités nécessaires pour l'établissement d'un profile d'une nuit de sommeil avec un minimum de contraintes technologiques. Idéalement, une telle comparaison devrait intégrer beaucoup plus de nuits de sommeil, mettre en concurrence plusieurs des algorithmes SAS évalués favorablement précédemment et faire appel à plusieurs experts. Malheureusement, une compagne d'évaluation de ce niveau d'exigence est difficile à mettre en oeuvre dans le temps imparti à une thèse.

Le troisième chapitre aborde la seconde finalité. Celle-ci est beaucoup plus délicate que celle considérée dans le second chapitre. En effet, la finesse et les ramifications des boucles de régulation de la fréquence cardiaque par le SNA accroissent la complexité de sa modélisation par des systèmes physiques. Le but recherché dans ce travail n'est pas la caractérisation détaillée de l'influence du SNA sur le système cardiovasculaire. Il vise plutôt l'élaboration d'un modèle et d'une approche qui puissent conduire à l'extraction des signatures dominantes des dynamiques du tonus sympathique et du tonus parasympathique en s'appuyant uniquement sur des connaissances physiologiques qualitatives des mécanismes autonomiques de l'activité cardiaque. Après un rappel succinct de quelques notions sur les caractéristiques du signal ECG et les différentes voies de régulations par le SNA nous considérons un schéma bloc décrivant les différentes influences que peut exercer le SNA sur des paramètres extraits de l'ECG. Ce schéma montre que chacun des paramètres RR et PR dépend des stimulations sympathique et parasympathique. Autrement dit, chacun des paramètres est un mélange, d'un type non spécifié, du sympathique et du parasympathique. Le modèle choisi dans notre cas a été le mélange linéaire convolutif. L'intérêt de ce modèle est qu'il exploite seulement des paramètres déduits d'une seule dérivation ECG et ne fait pas par ailleurs appel à des observations hémodynamiques. Le traitement de ce genre de mélange soulève cependant un certain nombre de difficultés qui ont été énumérées dans la section 1.5.2. Nous avons considéré dans cette thèse un de ces problèmes, dit problème d'estimation de phase, que nous avons abordé pour le cas SISO. Nous avons alors proposé une nouvelle famille d'algorithmes, baptisée PEP (Phase Estimation using Polyspectra), pour la reconstruction, à une constante additive près, de la phase de systèmes SISO à phase non minimale. Ces algorithmes se répartissent en deux classes, ceux exploitant une tranche bidimensionnelle du spectre d'ordre q $(q \geq 3)$ et ceux exploitant conjointement une tranche unidimensionnelle du spectre d'ordre q_1 $(q_1 \geq 3)$ et une tranche bidimensionnelle du spectre d'ordre q_2 ($q_2 > q_1$). Dans les deux cas les propriétés algébriques du polyspectre sont exploitées. Par ailleurs, contrairement aux approches traditionnelles nous ne cherchons pas à contourner l'étape de déroulement de phase. Les résultats obtenus dans les différents études envisagées ont montré que les performances obtenues par cette nouvelle classe de méthodes sont supérieures à celles fournies par les approches actuellement disponibles dans la littérature. Par ailleurs, nous avons montré que les méthodes (q_1, q_2)-PEP$_{2D}$ offrent une plus grande souplesse pour le choix des tranches fréquentielles exploitées pour la reconstruction de la phase.

Plusieurs pistes sont envisagées pour la poursuite des travaux entamés dans cette thèse. D'un point de vue technologique, la réalisation pratique du bandeau supportant les quatre électrodes reste à faire. Les principaux problèmes à résoudre concernent la difficulté de positionnement de manière précise du bandeau par le patient et la qualité des enregistrements de longue durée acquis par électrodes sèches (n'utilisant pas un produit spécial pour les maintenir en contact avec la peau).

Sur le versant méthodologique, nous nous attendions à ce que toutes les méthodes explorées dans le chapitre deux et nécessitant une étape de blanchiment, fournissent des résultats meilleurs, ou tout au moins qu'elles se comportent de manière identique, en utilisant une procédure de blanchiment robuste. Or les simulations ont montré un comportement dans ce sens singulier de l'algorithme SOBI. Une étude approfondie de ce point est à considérer pour en comprendre les raisons. Pour ce qui est de l'estimation de la phase, nous explorons la possibilité de la restituer sans recourir à une procédure de déroulement de phase tout en conservant des performances similaires à celle des méthodes PEP. Des réflexions dans cette perspective sont actuellement menées au sein de l'équipe et les bases théorique et algorithmique d'une telle méthode sont jetées. Une perspective importante est l'extension de nos travaux aux modèles TITO présentant des entrées i.i.d. stationnaires dans un premier temps puis à des entrées non stationnaires colorées. Le but est de proposer un algorithme de déconvolution aveugle dans le domaine fréquentiel sur la base d'un modèle MIMO linéaire avec des entrées non stationnaires et non blanches, modèle valable, sous certaines hypothèses, dans plusieurs problèmes rencontrés dans le traitement de signaux ou de marqueurs physiologiques.

Annexe A

Estimation du polyspectre

Plusieurs techniques d'estimation des polyspectres, ont été présentées dans la littérature [110, 131, 160, 200]. Deux grandes familles peuvent être distinguées : i) la famille des approches dites paramétriques, basée sur des modèles autorégressifs (AR), des modèles à moyenne ajustée (MA), des modèles autorégressifs à moyenne ajustée (ARMA) ou encore des modèles de Volterra ; ii) la famille des approches non paramétriques (type Fourier), subdivisée en deux catégories, à savoir, les méthodes conventionnelles directes et les méthodes conventionnelles indirectes.

Nous nous contenterons dans cette annexe de résumer les différentes étapes de la méthode conventionnelle indirecte [160, pp.123–135] utilisée dans l'estimation du polyspectre d'ordre q ($q \geq 3$) associé à un processus stochastique stationnaire et ergodique. Soit $\{\tilde{x}(m)\}_{m=1,\ldots,M}$ une réalisation du processus stochastique considéré.

Etape1 Découper l'ensemble $\{\tilde{x}[m]\}_{m=1,\ldots,M}$ en *I* segments $\{\tilde{x}^{(i)}[m]\}_{m=1,\ldots,M_i}$ $(1 \leq i \leq I)$ où $M = \sum_{i=1}^{I} M_i$ et $\tilde{x}^{(i)}[m]$ est le m-ième échantillon du i-ième segment.

Etape2 Pour chaque valeur l appartenant à $\{1, 2, \ldots, q\}$, estimer le moment d'ordre l de la manière suivante :

$$\hat{M}^{l-r}_{r,\tilde{x}^{(i)}}[\tau_1, \ldots, \tau_{l-1}] = \frac{1}{M_i} \sum_{m=S_1}^{S_2} \tilde{x}^{(i)}[m]\tilde{x}^{(i)}[m+\tau_1]\ldots \tilde{x}^{(i)}[m+\tau_{r-1}]\tilde{x}^{(i)}[m+\tau_r]^*\ldots\tilde{x}^{(i)}[m+\tau_{l-1}]^*$$

où $S_1 = \max\{1, -\tau_1, \ldots, -\tau_{q-1}\}$ et $S_2 = \min\{M_i, M_i - \tau_1, \ldots, M_i - \tau_{q-1}\}$.

$$\hat{M}^{l-r}_{r,\tilde{x}}[\tau_1, \ldots, \tau_{l-1}] = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} \hat{M}^{l-r}_{r,\tilde{x}^{(i)}}[\tau_1, \ldots, \tau_{l-1}]$$

Etape3 Estimer le cumulant, $\hat{C}^{q-r}_{r,\tilde{x}}$, d'ordre q à partir des q moments d'ordre l $(1 \leq l \leq q)$ estimés précédemment en utilisant la formule de Leonov-Shiryaev présentée dans la section 1.4.3.5.

Etape4 Estimer le spectre d'ordre q, en utilisant une fonction d'apodisation W, de la manière suivante :

$$\hat{\Gamma}_{r,\tilde{x}}^{q-r}[\omega_1,\ldots,\omega_{q-1}]=\sum_{\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}=-T}^{T}\hat{C}_{r,\tilde{x}}^{q-r}[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}]W[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}]e^{-\mathrm{i}[\omega_1\tau_1+\ldots+\omega_{q-1}\tau_{q-1}]}$$

où $T<M-1$.

Comme pour l'analyse spectrale, un des éléments importants dans l'estimation des polyspectres est la fonction d'apodisation W, qui doit vérifier les propriétés suivantes [110, 131, 160, 194] :

- W doit être à support fini ;
- nous prenons de préférence $W[0,\ldots,0]=1$ pour les problèmes de calibration ;
- W doit avoir les mêmes symétries que les cumulants ;
- $\check{W}=TF[W]$ est à valeurs positives ;
- la fonction d'apodisation doit aussi être d'énergie finie.

Une famille de fonctions possibles, proposée dans [161], est définie par :

$$W[\tau_1,\ldots,\tau_{q-1}]=d[\tau_1]d[\tau_2]\ldots d[\tau_{q-1}]d[\tau_1+\ldots+\tau_{q-1}] \tag{A.1}$$

où d est une fonction unidimensionnelle, tel que :

- $\forall\tau\in\mathbb{N},\ d[\tau]=d[-\tau]$,
- $d[\tau]=0$ pour $\tau>L_q$,
- $d(0)=1$,
- $\check{D}=TF[d]$, est à valeurs positives.

On trouve dans la littérature plusieurs fonctions satisfaisant les propriétés ci-dessus [110, 131, 160, 194]. Nous présentons deux fonctions ayant de bonnes performances en termes de minimisation du maximum du biais et de la variance (voir [161] et [160, 126–132] pour plus de détails) :

Fonction d'apodisation optimale (Sasaki)

$$d_o[\tau]=\begin{cases}\frac{1}{\pi}|\sin\frac{\pi\tau}{T}|+(1-\frac{|\tau|}{T}(\cos\frac{\pi\tau}{T}))\text{ si }|\tau|\leq T\\ 0\qquad\qquad\qquad\text{ailleurs}\end{cases} \tag{A.2}$$

Fonction d'apodisation de Parzen

$$d_p[\tau]=\begin{cases}1-6(\frac{|\tau|}{T})^2+6(\frac{|\tau|}{T})^3 & \text{si }|\tau|\leq\frac{T}{2}\\ 2(1-\frac{|\tau|}{T})^3 & \text{si }\frac{T}{2}\leq|\tau|\leq T\\ 0 & \text{ailleurs}\end{cases} \tag{A.3}$$

Plusieurs études ont montré que l'estimée du polyspectre, $\hat{\Gamma}_{r,\widetilde{x}}^{q-r}(\omega_1,\ldots,\omega_{q-1})$, obtenue par la méthode indirecte est asymptotiquement non-biaisée et consistent [32, 139, 158, 189]. En pratique le

nombre d'échantillons M étant fini, pour de minimiser le biais et la variance de l'estimée, certaines conditions doivent être respectées. En effet, la variance peut être réduite : i) en augmentant le nombre de segments I (dans le cas où le nombre d'échantillons M est petit, I est augmenté en superposant partiellement les segments [161]), ii) en réduisant la longueur de la fonction d'apodisation des cumulants T et iii) en augmentant le nombre d'échantillons M. Cependant, la réduction du support de la fonction d'apodisation diminue la résolution fréquentielle et peut augmenter le biais. De plus, un grand nombre de segments I risque de générer des non-stationnarités dans le processus étudié et augmente le temps de calcul.

Annexe B

Matrices de confusion obtenues pour chaque patient

Dans cette annexe nous présentons les différentes matrices de confusions obtenues pour chaque patient (**P1**,. . .,**P14**) où les lignes représentent le codage d'origine et les colonnes représentent le nouveau codage. Ces matrices ont notamment servi pour le calcul du critère 2 présenté dans la section 2.4.2.2. En effet, le pourcentage de concordance pour chaque patient se calcule directement à partir de sa matrice de confusion en divisant la somme des diagonales de celle-ci par le nombre total des époques. Par exemple pour le patient 1 le pourcentage de concordance est donné par :

$$Concordance\% = \frac{105 + 93 + 221 + 85 + 5 + 129}{1066} 100\% = \frac{638}{990} 100\% \simeq 60\% \qquad \text{(B.1)}$$

TAB. B.1 – ***Patient 1***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	105	80	2	0	0	0	138
Stade 1	3	93	62	1	0	16	175
Stade 2	0	23	221	72	0	67	383
Stade 3	0	0	10	85	50	0	145
Stade 4	0	0	0	1	5	0	6
S. Paradoxal	0	35	54	1	0	129	219
Total	108	182	349	160	55	212	**1066**

TAB. B.2 – ***Patient 2***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	276	13	0	0	0	1	290
Stade 1	17	60	8	0	0	1	86
Stade 2	0	37	234	6	0	23	300
Stade 3	0	0	98	35	2	0	135
Stade 4	0	0	0	31	41	0	72
S. Paradoxal	0	11	22	0	0	139	172
Total	293	121	362	72	43	164	**1055**

TAB. B.3 – ***Patient 3***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	287	47	0	0	0	0	334
Stade 1	6	145	50	1	0	7	209
Stade 2	0	15	92	6	0	0	113
Stade 3	0	0	13	51	6	0	70
Stade 4	0	0	0	83	36	0	119
S. Paradoxal	0	2	11	0	0	101	114
Total	293	209	166	141	42	108	**981**

TAB. B.4 – ***Patient 4***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	224	60	0	0	0	1	285
Stade 1	12	95	4	0	0	5	116
Stade 2	0	75	229	14	0	10	328
Stade 3	0	7	43	29	8	0	87
Stade 4	0	0	0	12	17	0	29
S. Paradoxal	0	32	49	0	0	154	235
Total	236	269	325	55	25	170	**1079**

TAB. B.5 – ***Patient 5***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	97	54	35	2	0	20	198
Stade 1	14	108	165	4	0	50	341
Stade 2	0	12	343	57	0	31	443
Stade 3	0	0	5	43	8	0	56
Stade 4	0	0	0	6	20	0	26
S. Paradoxal	0	0	51	0	0	16	67
Total	111	174	599	112	28	117	**1131**

TAB. B.6 – ***Patient 6***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	102	48	4	9	0	1	164
Stade 1	2	92	46	58	3	9	210
Stade 2	1	6	171	63	24	41	306
Stade 3	0	0	21	91	34	0	146
Stade 4	0	0	1	45	26	0	72
S. Paradoxal	0	7	33	2	2	23	67
Total	105	153	276	268	89	74	**965**

TAB. B.7 – ***Patient 7***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	183	80	0	0	0	3	266
Stade 1	21	122	6	0	0	10	159
Stade 2	1	7	300	50	2	3	363
Stade 3	0	0	52	81	29	0	162
Stade 4	0	0	0	5	25	0	30
S. Paradoxal	0	2	15	0	0	153	170
Total	205	211	373	136	56	169	**1150**

TAB. B.8 – ***Patient 8***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	253	122	0	1	0	13	389
Stade 1	7	168	6	0	0	21	202
Stade 2	0	16	195	7	0	3	221
Stade 3	0	0	44	31	4	0	79
Stade 4	0	0	4	27	59	0	90
S. Paradoxal	0	0	3	0	0	131	134
Total	260	306	252	66	63	168	**1115**

TAB. B.9 – ***Patient 9***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	57	35	9	0	0	0	101
Stade 1	0	23	48	1	0	21	93
Stade 2	0	1	196	180	23	5	405
Stade 3	0	0	26	103	111	0	240
Stade 4	0	0	0	1	72	0	73
S. Paradoxal	0	17	29	3	0	61	110
Total	57	76	308	288	206	87	**1022**

TAB. B.10 – ***Patient 10***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	176	19	3	1	0	0	201
Stade 1	9	112	144	19	0	2	286
Stade 2	0	8	254	178	0	0	440
Stade 3	0	0	5	14	0	0	19
Stade 4	–	–	–	–	–	–	–
S. Paradoxal	0	10	20	0	0	103	133
Total	187	149	426	212	0	105	**1079**

TAB. B.11 – ***Patient 11***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	292	137	0	0	0	3	432
Stade 1	0	23	48	1	0	21	93
Stade 2	13	112	25	0	0	4	154
Stade 3	0	0	128	61	3	0	192
Stade 4	–	–	–	–	–	–	–
S. Paradoxal	0	74	57	5	0	36	172
Total	305	346	258	67	3	64	**1043**

TAB. B.12 – ***Patient 12***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	361	149	11	6	0	0	527
Stade 1	7	172	41	4	0	0	224
Stade 2	0	49	159	43	0	8	259
Stade 3	0	4	32	35	0	1	72
Stade 4	–	–	–	–	–	–	–
S. Paradoxal	0	18	10	1	0	0	29
Total	368	392	253	889	0	1	**1111**

TAB. B.13 – ***Patient 13***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	9	22	4	0	0	17	52
Stade 1	3	38	4	0	0	2	47
Stade 2	75	36	383	148	22	9	673
Stade 3	14	5	9	9	7	0	44
Stade 4	–	–	–	–	–	–	–
S. Paradoxal	32	156	21	0	0	68	277
Total	133	257	421	157	29	96	**1093**

TAB. B.14 – ***Patient 14***

Stades	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal	**Total**
Veille	34	39	0	0	0	1	74
Stade 1	4	77	83	0	0	19	183
Stade 2	0	5	361	12	0	0	378
Stade 3	0	0	35	27	2	0	64
Stade 4	0	0	0	24	42	0	66
S. Paradoxal	0	27	31	0	0	167	225
Total	38	148	510	63	44	187	**990**

Annexe C

Calcul de la sensibilité et de la spécificité pour chaque patient

Les résultats obtenus pour chaque patient (**P1**,. . .,**P14**) dans le critère 1 défini dans la section 2.4.2.2 sont présentés par les tableaux (C.1,...,C.14). Pour chaque stade de sommeil, la sensibilité, la spécificité et la probabilité de fausse alarme sont calculées.

TAB. C.1 – ***Patient 1***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.76	0.53	0.58	0.59	0.83	0.59
Sp	0.99	0.90	0.81	0.91	0.95	0.90
Pfa	0.01	0.10	0.19	0.09	0.05	0.10

TAB. C.2 – ***Patient 2***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.95	0.70	0.78	0.26	0.57	0.81
Sp	0.97	0.93	0.83	0.95	0.99	0.97
Pfa	0.03	0.07	0.17	0.05	0.01	0.03

TAB. C.3 – ***Patient 3***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.86	0.69	0.81	0.73	0.30	0.88
Sp	0.99	0.91	0.91	0.90	0.99	0.99
Pfa	0.01	0.09	0.09	0.10	0.01	0.01

TAB. C.4 – ***Patient 4***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.78	0.82	0.70	0.33	0.59	0.65
Sp	0.98	0.88	0.87	0.97	0.99	0.98
Pfa	0.02	0.12	0.13	0.03	0.01	0.02

TAB. C.5 – ***Patient 5***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.49	0.32	0.77	0.77	0.77	0.24
Sp	0.98	0.91	0.62	0.93	0.99	0.90
Pfa	0.02	0.09	0.38	0.07	0.01	0.10

TAB. C.6 – ***Patient 6***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.62	0.44	0.56	0.62	0.36	0.36
Sp	0.99	0.91	0.84	0.78	0.92	0.92
Pfa	0.01	0.09	0.16	0.22	0.08	0.08

TAB. C.7 – ***Patient 7***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.69	0.77	0.83	0.50	0.83	0.90
Sp	0.97	0.92	0.90	0.94	0.97	0.98
Pfa	0.03	0.08	0.10	0.06	0.03	0.02

TAB. C.8 – ***Patient 8***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.65	0.83	0.88	0.39	0.65	0.98
Sp	0.99	0.84	0.93	0.96	0.99	0.96
Pfa	0.01	0.16	0.03	0.04	0.01	0.04

TAB. C.9 – ***Patient 9***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.56	0.25	0.48	0.43	0.99	0.55
Sp	1	0.94	0.81	0.76	0.85	0.97
Pfa	0.00	0.6	0.19	0.24	0.15	0.03

TAB. C.10 – ***Patient 10***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.89	0.39	0.58	0.74	–	0.77
Sp	0.98	0.89	0.73	0.80	1	0.99
Pfa	0.02	0.11	0.27	0.20	0.00	0.01

TAB. C.11 – ***Patient 11***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.67	0.73	0.67	0.63	–	0.21
Sp	0.97	0.77	0.89	0.93	0.96	0.99
Pfa	0.03	0.23	0.11	0.07	0.04	0.01

TAB. C.12 – ***Patient 12***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.68	0.77	0.61	0.49	–	0.0
Sp	0.88	0.75	0.88	0.48	1	0.99
Pfa	0.12	0.25	0.12	0.52	0.00	0.01

TAB. C.13 – ***Patient 13***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.17	0.81	0.57	0.20	–	0.24
Sp	0.88	0.79	0.90	0.85	0.97	0.96
Pfa	0.12	0.21	0.10	0.15	0.03	0.14

TAB. C.14 – ***Patient 14***

	Veille	Stade 1	Stade 2	Stade 3	stade 4	S. Paradoxal
Se	0.46	0.42	0.95	0.42	0.64	0.74
Sp	0.99	0.12	0.75	0.96	0.99	0.97
Pfa	0.01	0.88	0.25	0.04	0.01	0.03

Annexe D

Description de quatre algorithmes d'estimation de phase

D.1 L'algorithme de Matsuoka/Ulrych

Cet algorithme a été proposé pour le traitement de systèmes à valeurs réelles. Cette méthode exploite la totalité de l'information fréquentielle contenue dans le bispectre de l'observation [149]. Soit $\{x[m]\}_{m\in\mathbb{N}}$ un processus aléatoire à valeurs réelles, d'après l'équation (1.21) son bispectre $\Gamma_{3,x}$ s'écrit sous la forme suivante :

$$\forall\, k_1, k_2,\ 0 \leq k_1, k_2 < N,\ \Gamma_{3,x}[k_1, k_2] = C_{3,s}\ \check{H}[-k_1 - k_2]\check{H}[k_1]\,\check{H}[k_2] \tag{D.1}$$

où $C_{3,s} \stackrel{\text{def}}{=} C_{3,s}[0,0]$ représente le cumulant d'ordre trois marginal du processus d'entrée, associé à des retards nuls.$C_{3,s}$ est par ailleurs réel et constant dans le cas présent.

En outre, le système étant à valeurs réelles, on a également :

$$\Gamma_{3,x}[k_1, k_2] = C_{3,s}\ \check{H}[k_1 + k_2]^*\ \check{H}[k_1]\,\check{H}[k_2] \tag{D.2}$$

De plus, en raison des symétries [67, pp.46] et [160, pp.22-23] du bispectre $\Gamma_{3,x}$, il ne sert à rien de le calculer pour tout couple de $\{0, 1, \ldots, N-1\}^2$. Il suffit uniquement de considérer les couples $(k_1, k_2) \in \Omega$ où $\Omega = \{k_1 \in \{0, 1, \ldots, N/2\}$ et $k_2 = k_1 + 1, k_1 + 2, \ldots, N - k_1\}$.

A partir de l'équation (D.2) on obtient :

$$\psi_{3,x}[k_1, k_2] \quad = \quad -\phi_H[k_1 + k_2] + \phi_H\,[k_1] + \phi_H\,[k_2] \tag{D.3}$$

où $\psi_{3,x}$ représente la phase du bispectre de l'observation.

D'après l'équation précédente, $\psi_{3,x}[k_1, 0] = \psi_{3,x}[0, k_2] = \phi_H[0]$ est supposée connue et égale à zéro, puisque le système est à valeurs réelles. Par ailleurs, pour les différents couples de (k_1, k_2)

de Ω, on a :

$$\begin{aligned}
\psi_{3,x}[1,1] &= 2\phi_H[1] - \phi_H[2] \\
\psi_{3,x}[1,2] &= \phi_H[1] + \phi_H[2] - \phi_H[3] \\
&\vdots \\
\psi_{3,x}[1,N-2] &= \phi_H[1] + \phi_H[N-2] - \phi_H[N-1] \\
\psi_{3,x}[1,N-1] &= \phi_H[1] + \phi_H[N-1] - \phi_H[N] \\
\psi_{3,x}[2,2] &= 2\phi_H[2] - \phi_H[4] \\
\psi_{3,x}[2,3] &= \phi_H[2] + \phi_H[3] - \phi_H[5] \\
&\vdots \\
\psi_{3,x}[2,N-3] &= \phi_H[2] + \phi_H[N-3] - \phi_H[N-1] \\
\psi_{3,x}[2,N-2] &= \phi_H[2] + \phi_H[N-2] - \phi_H[N] \\
&\vdots \\
\psi_{3,x}[N/2,N/2] &= 2\phi_H[N/2] - \phi_H[N], \text{ si } N \text{est pair}
\end{aligned} \tag{D.4}$$

par périodicité de la phase, on a $\phi_H[N] = \phi_H[N] = 0$. Le système (D.4) peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\boldsymbol{\psi}_{3,x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\phi}_H \tag{D.5}$$

où $\boldsymbol{\phi}_H = [\phi_H[1], \ldots, \phi_H[N-1]]^\intercal$,
$\boldsymbol{\psi}_{3,x} = [\psi_{3,x}[1,1], \psi_{3,x}[1,2], \ldots, \psi_{3,x}[1,N-1], \psi_{3,x}[2,2], \ldots, \psi_{3,x}[2,N-2],$
$\ldots \psi_{3,x}[N/2,N/2]]^\intercal$

et

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix}
2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & -1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & -1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 1 \\
0 & 2 & 0 & -1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & -1 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & 0 & -1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \\
. & . & . & . & . & \ldots & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

La matrice $\boldsymbol{A}$ est de dimension $((N/2)^2 \times (N-1))$ pour N pair, et de dimension $((N-1)(N+1)/4) \times (N-1))$ pour N impair. Les auteurs ont aussi montré que la matrice $\boldsymbol{A}$ est de rang $N-1$ quelle que soit la parité de N. Donc $\boldsymbol{\Phi}_H$ peut être obtenue à partir de l'équation (D.5), de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\phi}_H = (\boldsymbol{A}^\intercal \boldsymbol{A})^{-1} \boldsymbol{A}^\intercal \boldsymbol{\psi}_{3,x} \tag{D.6}$$

Cependant cette solution n'est pas satisfaisante car en pratique la phase $\psi_{3,x}$ est estimée par sa valeur principale $\widetilde{\psi}_{3,x}$. Donc une étape supplémentaire de déroulement de phase est nécessaire. Il est important de noter que T. Matsuoka et T. J. Ulrich n'ont pas proposé de telle étape dans leur article de 1984. Il faut attendre quelques années plus tard pour que J. C. Marron et al. proposent une solution [148]. Ces derniers commencent par écrire la relation liant $\widetilde{\psi}_{3,x}$ à $\psi_{3,x}$:

$$\forall (k_1, k_2) \in \{0, 1, \ldots, N-1\}^2,\ \tilde{\psi}_{3,x}[k_1, k_2] = \psi_{3,x}[k_1, k_2] + 2\pi I[k_1, k_2] \tag{D.7}$$

où I est une fonction à valeurs entières qui oblige $\tilde{\psi}_{3,x}$ à prendre ces valeurs dans $[-\pi, \pi[$. L'équation matricielle (D.5) se réécrit alors de la manière suivante :

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\phi}_H = \widetilde{\boldsymbol{\psi}}_{3,x} - 2\pi \boldsymbol{I} \tag{D.8}$$

où $\boldsymbol{I} = [I[1,1], I[1,2], \ldots, I[1,N-1], I[2,2], \ldots, I[N/2, N/2]]^\intercal$. L'identification du vecteur $\boldsymbol{\phi}_H$, nécessite par conséquent le calcul du vecteur $\boldsymbol{I}$. Pour cela, J. C. Marron et al. introduisent la matrice $\boldsymbol{C}$ vérifiant :

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{0} \tag{D.9}$$

A partir des équations (D.8) et (D.9) on obtient :

$$\boldsymbol{C}\boldsymbol{I} = \frac{1}{2\pi} \boldsymbol{C} \widetilde{\boldsymbol{\psi}}_{3,x} \tag{D.10}$$

La matrice $\boldsymbol{C}$ est de dimension $((N-2)^2/4 \times (N/2)^2)$ pour N pair et de dimension $((N-2)^2/4 \times ((N-1)(N+1)/4))$ pour N impair. J. C. Marron et al. [148] montrent que la matrice $\boldsymbol{C}$ est de rang $(N-2)^2/4$.

Les équations (D.5) et (D.9) impliquent que les éléments de chaque ligne de la matrice $\boldsymbol{C}$ constituent les coefficients d'une combinaison linéaire de la phase du bispectre de sortie dont la somme est nulle ; se pose alors la question fondamentale suivante : quels coefficients faut-il choisir ?

Les auteurs ont alors montré le résultat suivant :

$$\forall (i, j, l) \in \{0, 1, \ldots N-1\}^3,\ \psi_{3,x}[i+j, l] + \psi_{3,x}[i, j] = \psi_{3,x}[i+l, j] + \psi_{3,x}[i, l] \tag{D.11}$$

En posant $i = 1$, $j = k_1 - 1$ et $l = k_2$, on obtient :

$$\psi_{3,x}[k_1,k_2]+\psi_{3,x}[1,k_1-1]-\psi_{3,x}[k_2+1,k_1-1]-\psi_{3,x}[1,k_2]=0 \qquad \text{(D.12)}$$

Ainsi il est possible de reconstruire la matrice $\boldsymbol{C}$ de l'équation précédente en ne conservant que quatre composantes non nulles par ligne. Pour plus de clarté on propose de calculer la matrice $\boldsymbol{C}$ pour $N=6$:

D'après l'équation (D.4), la matrice $\boldsymbol{A}$ est donnée par :

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Dans ce cas la matrice $\boldsymbol{C}$ est de dimension (4×9), et chaque ligne de $\boldsymbol{C}$ est donnée par un vecteur de coefficients déduits de la combinaison linéaire (D.12) en considérant successivement les couples (k_1,k_2) égaux à $(3,3)$, $(2,4)$, $(2,3)$ et $(2,2)$. La première ligne de $\boldsymbol{C}$ est donc obtenue en réécrivant l'équation (D.12) pour $(k_1,k_2)=(3,3)$:

$$\begin{aligned} &0.\psi_{3,x}[1,1]+\psi_{3,x}[1,2]-\psi_{3,x}[1,3]+0.\psi_{3,x}[1,4]+0.\psi_{3,x}[1,5] \\ &+0.\psi_{3,x}[2,2]+0.\psi_{3,x}[2,3]-\psi_{3,x}[2,4]+\psi_{3,x}[3,3]=0 \end{aligned} \qquad \text{(D.13)}$$

La première ligne de la matrice $\boldsymbol{C}$ est alors donnée par le vecteur $[0\ \ 1\ -1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 1]$. Les autres lignes sont obtenues de la même manière, donnant ainsi la matrice $\boldsymbol{C}$ suivante :

$$\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Une fois la matrice $\boldsymbol{C}$ construite, $\boldsymbol{I}$ peut être calculée à partir de (D.10). Cependant, le système d'équations de (D.10) est sous-déterminé. $\boldsymbol{I}$ peut alors être calculée en supposant ses $N-1$ premières composantes égales à zéros. Le système (D.10) devient alors surdéterminé et peut donc être inversé. Notons aussi qu'une autre alternative de déroulement de phase a été proposée en 1991 par M. Rangoussis et G. B Giannakis dans [185].

D.2 L'algorithme Petro/Pozi

Cet algorithme récursif a été proposé par A. Petropulus et H. Pozidis [172] pour le traitement de systèmes à valeurs complexes. Les auteurs exploitent deux tranches successives du bispectre de l'observation sans proposer d'extension aux ordres supérieurs à trois. De ce fait, l'algorithme ne peut pas traiter des systèmes dont l'entrée est une séquence de distribution symétrique.

En faisant la différence entre les phases de deux tranches consécutives du bispectre de l'observation, $\psi_{3,x}[.,\alpha]$ et $\psi_{3,x}[.,\alpha+1]$, on obtient :

$$\psi_{3,x}[k,\alpha]-\psi_{3,x}[k,\alpha+1]=\phi_H[-k-\alpha]-\phi_H[-k-\alpha-1]+\phi_H[\alpha]-\phi_H[\alpha+1] \quad \text{(D.14)}$$

En prenant $k'=-k-\alpha$, on obtient :

$$\phi_H[k']=\phi_H[k'-1]+\psi_{3,x}[-\alpha-k',\alpha]-\psi_{3,x}[-\alpha-k',\alpha+1]+\phi_H[\alpha+1]-\phi_H[\alpha],\ k'\neq\alpha+1 \quad \text{(D.15)}$$

Pour tout $k'\in\{0,\ldots,N-1\}$ l'équation précédente peut être réécrite de la manière suivante :

$$\phi_H[k']=\phi_H[0]+\sum_{k''=1}^{k'}\left(\psi_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha]-\psi_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha+1]\right)+k'(\phi_H[\alpha+1]-\phi_H[\alpha]) \quad \text{(D.16)}$$

La N-périodicité de ϕ_H et l'équation (D.14) permet d'écrire la quantité $\phi_H[\alpha+1]-\phi_H[\alpha]$ uniquement en fonction du bispectre de la sortie :

$$\phi_H[\alpha+1]-\phi_H[\alpha]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\psi_{3,x}[k,\alpha+1]-\psi_{3,x}[k,\alpha]\right) \quad \text{(D.17)}$$

Donc ϕ_H peut être estimée à partir des équations (D.16) et (D.17). L'avantage de cet algorithme, c'est qu'il n'exige pas d'étape explicite de déroulement de phase. En effet, en remplaçant $\psi_{3,x}$ par sa valeur principale $\widetilde{\psi}_{3,x}$ dans l'équation (D.16), une estimée $\widetilde{\phi}_H$ de ϕ_H est donnée par :

$$\begin{aligned}
\widetilde{\phi}_H[k'] &= \sum_{k''=1}^{k'}\left(\widetilde{\psi}_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha]-\widetilde{\psi}_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha+1]\right)+\frac{k'}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\widetilde{\psi}_{3,x}[k,\alpha+1]-\widetilde{\psi}_{3,x}[k,\alpha]\right)\\
&= \sum_{k''=1}^{k'}\left(\psi_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha]-\psi_{3,x}[-\alpha-k'',\alpha+1]\right)-\frac{k'}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\psi_{3,x}[k,\alpha+1]-\psi_{3,x}[k,\alpha]\right)\\
&\quad -2\pi\sum_{k''=1}^{k'}I[-\alpha-k'',\alpha]-\frac{2\pi k'}{N}\sum_{k''=0}^{N-1}\left(I[-\alpha-k'',\alpha+1]-I[-\alpha-k'',\alpha]\right)\\
&= \phi_H[k']+2\pi I_1[k']+\frac{2\pi}{N}I_2[\alpha]k' \qquad \text{(D.18)}
\end{aligned}$$

où I_1 et I_2 sont des fonctions à valeurs entières. Ainsi, d'après l'équation précédente, l'algorithme est capable de retrouver ϕ_H à un multiple de 2π près et à une phase linéaire près.

D.3 L'algorithme Pozi/Petro

H. Pozidis et A. P. petropulu ont proposé dans [181] un algorithme dédié à l'identification complète de systèmes SISO (identification à la fois du module et de la phase de la réponse en fréquence du filtre). Cet algorithme d'estimation en bloc a été détaillé en utilisant le bispectre de l'observation. Cependant, les auteurs ont montré qu'une extension à l'ordre $q > 3$ était possible, permettant ainsi le traitement d'un système prenant en entrée une séquence de distribution symétrique.

S'inspirant de l'algorithme de Matsuoka/Ulrych, les auteurs cherchent à établir une relation matricielle entre une certaine fonction logarithmique du bispectre de sortie et le logarithme de la réponse en fréquence du système. Pour cela, ils considèrent tout d'abord la différence entre le logarithme de deux tranches 1D du bispectre de sortie distantes d'un nombre ρ de bins préalablement choisi, i.e. $\forall\, k_1 \in \{0, \ldots, N-1\}$:

$$\ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha]\right) - \ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha+\rho]\right) = \ln\left(\frac{\check{H}[\alpha]}{\check{H}[\alpha+\rho]}\right) + \ln\left(\frac{\check{H}[-k-\alpha]}{\check{H}[-k-\alpha-\rho]}\right) \tag{D.19}$$

En remplaçant dans l'équation précédente $-k-\alpha$ par k', on obtient :

$$\ln\left(\check{H}[k']\right) = \ln\left(\check{H}[k'-\alpha]\right) + \ln\left(\check{H}[\alpha+\rho]\right) - \ln\left(\check{H}[\alpha]\right) + \ln\left(\Gamma_{3,x}[-k'-\alpha,\alpha]\right) - \ln\left(\Gamma_{3,x}[-k'-\alpha,\alpha+\rho]\right) \tag{D.20}$$

Or d'après (D.19), et la N-périodicité de $\check{H}$, on a :

$$\ln\left(\check{H}[\alpha+\rho]\right) - \ln\left(\check{H}[\alpha]\right) = \frac{1}{N}\sum_{k_1=0}^{N-1}\left(\ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha+\rho]\right) - \ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha]\right)\right) \tag{D.21}$$

En prenant $k" = k' - \rho$, tel que $k" \in \{0, 1, \ldots, N-2\}$, l'équation (D.20) devient alors :

$$\begin{aligned}\ln\left(\check{H}[k"+\rho]\right) \;=\; & \ln\left(\check{H}[k"]\right) + \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha+\rho]\right) - \ln\left(\Gamma_{3,x}[k,\alpha]\right)\right) \\ & + \ln\left(\Gamma_{3,x}[-k"-\rho-\alpha,\alpha]\right) - \ln\left(\Gamma_{3,x}[-k"-\rho-\alpha,\alpha+\rho]\right)\end{aligned} \tag{D.22}$$

L'équation (D.22) peut facilement être réécrite sous la forme matricielle suivante :

$$\boldsymbol{A}\check{\boldsymbol{h}} = \boldsymbol{\Gamma}_T \tag{D.23}$$

où

$$\check{\boldsymbol{h}} = \left[\ln\check{H}[1], \ln\check{H}[2], \ldots, \ln\check{H}[N-1]\right]^{\mathsf{T}}, \tag{D.24}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \\ N-\rho \\ N-\rho+1 \\ N-\rho+2 \\ \\ N-1 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccccc} 1 & 2 & & \rho-2 & \rho-1 & \rho & \rho+1 & & N-1-\rho & N-\rho & N-\rho+1 & & N-2 & N-1 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}, \tag{D.25}$$

et

$$\boldsymbol{\Gamma}_T=\begin{pmatrix} \ln\Gamma_{3,x}[-\rho-\alpha,\alpha]-\ln\Gamma_{3,x}[-\rho-\alpha,\alpha+\rho]+\ln\check{H}[\alpha+\rho]-\ln\check{H}[\alpha] \\ \ln\Gamma_{3,x}[1-\rho-\alpha,\alpha]-\ln\Gamma_{3,x}[1-\rho-\alpha,\alpha+\rho]+\ln\check{H}[\alpha+\rho]-\ln\check{H}[\alpha] \\ \vdots \\ \ln\Gamma_{3,x}[-N+2-\rho-\alpha,\alpha]-\ln\Gamma_{3,x}[-N+2-\rho-\alpha,\alpha+\rho]+\ln\check{H}[\alpha+\rho]-\ln\check{H}[\alpha] \end{pmatrix} \tag{D.26}$$

L'existence d'une solution du système (D.23) dépend exclusivement de l'inversibilité de la matrice $\boldsymbol{A}$. D'après l'équation (D.25) les seuls paramètres qui peuvent agir le niveau de conditionnement de $\boldsymbol{A}$ sont le nombre de bins fréquentiels N et la distance ρ. Les auteurs ont alors montré que pour avoir une matrice non-singulière les deux nombres N et ρ doivent être premiers entre eux. De plus ils ont aussi vérifié que si $\boldsymbol{A}$ est non-singulière alors $\det(\boldsymbol{A})=1$. Par ailleurs, comme pour la méthode Petro/Pozi, l'algorithme Pozi/Petro ne nécessite pas d'étape supplémentaire de déroulement de phase. En effet, si on remplace la phase du bispectre $\phi_{3,x}[.,\alpha]$ par sa valeur principale $\widetilde{\phi}_{3,x}[.,\alpha]$ telle que :

$$\phi_{3,x}[k_1,\alpha]=\widetilde{\phi}_{3,x}[k_1,\alpha]+2\pi I[k_1,\alpha) \tag{D.27}$$

L'estimée $\widetilde{\check{\boldsymbol{h}}}$, de $\check{\boldsymbol{h}}$ donnée par l'équation (D.23), où $\boldsymbol{\Gamma}$ est calculé en utilisant la valeur principale $\widetilde{\phi}_{3,x}[.,\alpha]$, s'écrit comme suit :

$$\widetilde{\check{\boldsymbol{h}}}=\boldsymbol{A}^{-1}\left(\boldsymbol{\Gamma}_T+\mathrm{i}2\pi\boldsymbol{I}_1[\alpha]+\mathrm{i}\frac{2\pi}{N}\boldsymbol{I}_2[\alpha]\right)=\check{\boldsymbol{h}}+\frac{\mathrm{adj}(\boldsymbol{A})}{\det(\boldsymbol{A})}\left(\mathrm{i}2\pi\boldsymbol{I}_1[\alpha]+\mathrm{i}\frac{2\pi}{N}\boldsymbol{I}_2[\alpha]\right) \tag{D.28}$$

où $\boldsymbol{I}_1[.]$ et $\boldsymbol{I}_2[.]$ sont des vecteurs à valeurs entières, $\mathrm{adj}(\boldsymbol{A})$ est la matrice adjointe de $\boldsymbol{A}$ et $\det(\boldsymbol{A})=1$. Donc la réponse en fréquence estimée du filtre H est égale à la vraie réponse à un facteur exponentiel complexe prés, $\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2\pi/N)I[\alpha]}$, où $I[\alpha]$ est un entier inconnu.

Bibliographie

[1] K. ABED-MERAIM, P. LOUBATON, and E. MOULINES, “A subspace algorithm for certain blind identification problem,” *IEEE Transaction on Information Theory*, pp. 499–511, March 1997.

[2] T. AKAR, Y. YU, and A. P. PETROPULU, “Blind MIMO system estimation based on PARAFAC decomposition of higher-order output tensors,” *IEEE Transaction on Signal Processing*, September 2006.

[3] S. AKSELROD, D. GORDON, F. A. UBEL, D. C. SHANNON, A. C. BERGER, and R. J. COHEN, “Power spectrum analysis of heart rate fluctuation : a quantitative probe of beat-to-beat cardiovascular control,” *Science*, vol. 213, no. 4502, pp. 220–222, July 1981.

[4] L. ALBERA, “Identification autodidacte de mélanges potentiellement sous-déterminés,” Ph.D. dissertation, University of Nice-Sophia Antipolis, December 2003.

[5] L. ALBERA, P. COMON, P. CHEVALIER, and A. FERREOL, “Blind identification of underdetermined mixtures based on the hexacovariance,” in *ICASSP 04, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Montreal, Quebec, May 17-21 2004.

[6] L. ALBERA, A. FERREOL, P. CHEVALIER, and P. COMON, “ICAR, un algorithme d’ICA à convergence rapide, robuste au bruit,” in *GRETSI 03, XIXeme colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 1, Paris, France, September 8-11 2003, pp. 193–196.

[7] ——, “ICAR : Independent Component Analysis using Redundancies,” in *ISCAS 04, IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, Vancouver, Canada, May 23-26 2004.

[8] ——, “ICAR, a tool for blind source separation using fourth order statistics only,” *IEEE Transactions On Signal Processing*, 2005.

[9] L. ALBERA, A. FERREOL, P. COMON, and P. CHEVALIER, “Sixth order blind identification of underdetermined mixtures (BIRTH) of sources,” in *ICA 03, Fourth International*

Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 909–914.

[10] ——, "Blind Identification of Overcomplete Mixtures of sources (BIOME)," *Linear Algebra Applications, Special Issue on Linear Algebra in Signal and Image Processing*, vol. 391C, pp. 3–30, November 2004.

[11] S. AMARI, "Natural gradient works efficienttly in learninig," *Neural Computation*, vol. 10, no. 2, pp. 251–276, 1998.

[12] B. ANS, J. HERAULT, and C. JUTTEN, "Adaptative neural architectures : Detection of primitives," in *COGNITIVA'85*, 1985, pp. 593–597.

[13] E. ASERINSKI and N. N. KLEITMAN, "Regularly occurring periods of eye motility and concomitant phenomena, during sleep," *Science*, vol. 118, pp. 273–274, 1953.

[14] A. K. BARROS and N. OHNISHI, "Removal of quasi-periodic sources from physiological measurements," in *ICA'99*, Aussois, France, January 1999, pp. 11–15.

[15] A. K. BARROS, R. ROSIPAL, M. GIROLAMI, G. DORFFNER, and N. OHNISHI, "Extraction of sleep-spindles from the electroencephalogram (EEG)," in *In Artificial Neural Networks in Medicine and Biology, (Proc. of the ANNIMAB-1 Conference), Springer*, 2000, pp. 125–130.

[16] A. K. BARROS, R. VIGARIO, V. JOUSMÄKI, and N. OHNISHI, "Extraction of event-related signals from multichannel bioelectrical measurements," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 583–588, May 2000.

[17] H. BARTELT, A. W. LOHMANN, and B. WIRNITZER, "Phase and amplitude recovery from bispectra," *Applied Optics*, vol. 23, no. 18, pp. 3121–3129, September 1984.

[18] M. BASSEVILLE, "Distance measures for signal processing and pattern recognition," *Signal Processin, Elsevier*, vol. 18, no. 4, pp. 349–369, December 1989.

[19] A. J. BELL and T. J. SEJNOWSKI, "An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution," *Neural Computation*, vol. 7, pp. 1129–1159, 1995.

[20] ——, "The independent component of natural scenesare edge filter," *Vision Research*, vol. 37, no. 23, pp. 3327–3338, 1997.

[21] A. BELOUCHRANI, "Séparation autodidacte de sources : Algorithmes, performances et application à des signaux expérimentaux," Ph.D. dissertation, ENST Paris, 1995.

[22] A. BELOUCHRANI, K. ABED-MERAIM, J.-F. CARDOSO, and E. MOULINES, "Second-order blind source separation of correlated sources," in *International Conference on Digital and Signal*, Nicosia, Cyprus, July 1993, pp. 346–361.

[23] ——, “A blind source separation technique using second-order statistics,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 2, pp. 434–444, February 1997.

[24] A. BELOUCHRANI and M. G. AMIN, “Blind source separation based on time-frequency signal representation,” *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 46, no. 11, pp. 2888–2897, Novemeber 1998.

[25] A. BELOUCHRANI and A. CICHOCJI, “Robust whitening procedure in blind source separation context,” *Electronics Letters*, vol. 23, no. 24, pp. 2050–2051, Novemeber 2000.

[26] O. BENOIT, *Physiologie du sommeil*. Edition Masson, Paris, 1984.

[27] O. BENOIT and F. GOLDENBERG, *Exploration du sommeil et de la vigilance chez l’adulte*. Edition Médicale Internationales, 1997.

[28] R. BERGER, “Tonus of extrensic laryngeal muscules during sleep and dreaming,” *Science*, vol. 134, p. 840, 1962.

[29] E. BINGHAM and H. HYVARINEN, “A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals,” *International Journal of Neural Systems*, vol. 10, no. 1, pp. 1–8, 2000.

[30] B. B. BISWAL and J. L. ULMER, “Blind source separation of multiple signal sources of fmri data sets using independent component analysis,” *Journal of Computer Assisted Tomography*, vol. 23, no. 2, pp. 265–271, 19989.

[31] J. V. BOMMEL, “Detection of weak foetal electrocardiograms by autocorrelation and cross-correlation of envelopes,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 15, pp. 17–23, Junuary 1968.

[32] D. R. BRILLENGER and M. ROSENBLATT, *Asymptotic Theory of Estimates of* k*-thOrder Spectra*. in Spectral Analysis of Time Series, B. Harris Ed., New York : Wiley, 1967.

[33] D. R. BRILLINGER, “The identification of a particular nonlinear times series system,” *Biometrika*, pp. 509–515, 1977.

[34] R. BRO, “Parafac, tutorial and applications,” *Chemom. Intel. Lab. Syst.*, vol. 38, pp. 149–171, 1997.

[35] V. CAPDEVIELLE, C. SERVIERE, and J. L. LACOUME, “Blind separation of wide-band sources,” June 1995, pp. 66–70.

[36] ——, “Blind separation of wide-band sources in the frequency domain,” 1995, pp. 2080–2083.

[37] J.-F. CARDOSO, “Blind identification of independente signals,” in *Workshop on Higher-Order Spectral Analysis*, Vail (CO), USA, June 1989.

[38] ——, “Super-symetric decomposition of the fourth-order cumulant tensor. Blind identification of more sources than sensors,” in *ICASSP 91, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toronto, Canada, May 1991, pp. 3109–3112.

[39] ——, “Iterative techniques for blind source separation usingonly fourth-order cumulants,” in *EUSIPCO 92, European Signal Processing Conference*, Brussels, Belgium, 1992.

[40] ——, “Infomax and maximum likelihood for blind source separation,” *IEEE Signal Processig Letter*, vol. 4, no. 4, pp. 112–114, 1997.

[41] ——, “Blind signal separation : statistical principles,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 9, no. 10, pp. 2009–2025, 1998.

[42] J.-F. CARDOSO and A. SOULOUMIAC, “Blind beamforming for non-gaussian signals,” *IEE Proceedings-F*, vol. 140, no. 6, pp. 362–370, December 1993.

[43] ——, “Jacobi angles for simultaneous diagonalization,” *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, vol. 17, no. 1, pp. 161–164, 1996.

[44] M. CASTELLA, “Séparation de sources non linéaires dans le cas des mélanges convolutifs,” Ph.D. dissertation, Université Marne la Vallée, 2004.

[45] M. CASTELLA, A.-CHEVREUIL, and J.-C.PESQUET, “Séparation aveugle d’un mélange convolutif de sources non linéaires par une approche hiérarchique,” in *GRETSI 05, Dix-neuvième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Paris, France, 2003.

[46] M. CASTELLA and J.-C.PESQUET, “Méthodes séquentielles de séparation aveugle de sources en présence de bruit,” in *GRETSI 03, 20ème colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Louvain la Neuve, Belgique, 2005.

[47] M. CASTELLA, J.-C.PESQUET, and A.-P. PETROPULU, “New contrasts for blind separation of non iid sources in the convolutive case,” in *Proceeding of EUSIPCO 2002*, Toulouse, France, 2002, pp. 107–110.

[48] M. CASTELLA, J. C. PESQUET, and P. PETROPULU, “A family of frequency- and time-domain contrasts for blind separation of convolutive mixtures of temporally dependent signals,” *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 53, no. 1, pp. 107–120, January 2005.

[49] M. CASTELLA, S. RHIOUI, and E. M. anJ. C. PESQUET, “Quadratic higher-order criteria for iterative blind separation of a mimo convolutive mixture of sources,” *Accepted for publication in IEEE Trans. Signal Processing*.

[50] M. CASTELLA, S. RHIOUI, E. MOREAU, and J.-C.PESQUET, “Source separation by quadratic contrast functions : a blind approach based on any higher-order statistics,” in

ICASSP 05, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, Philadelphia, USA, 2005, pp. 569–572.

[51] B. CHEN and A. P. PETROPULU, "Frequency domain blind MIMO system identification based on second- and higher-order statistics," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 8, pp. 1677–1688, August 2001.

[52] P. CHEVALIER, "Antenne adaptative : d'une structure linéaire à une structure non linéaire de volterra," Ph.D. dissertation, Université Paris Sud, juin 1991.

[53] ——, "Optimal separation of independent narrow-band sources : Concept and Performances," *Signal Processing, Elsevier*, vol. 73, pp. 27–47, 1999.

[54] P. CHEVALIER, L. ALBERA, A. FERREOL, and P. COMON, "On the virtual array concept for higher order array processing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 4, pp. 1254–1271, April 2005.

[55] P. CHEVALIER, A. FERREOL, and L. ALBERA, "On the behavior of current second order blind source separation methods for first and second order cyclostationary sources — Application to CPFSK sources," in *ICASSP 02, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Orlando, US, May 2002, pp. 3081–3084.

[56] ——, "Méthodologie générale pour la séparation aveugle de sources cyclostationnaires arbitraires — Application à l'écoute passive des radiocommunications," in *GRETSI 03, Dix-neuvième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, vol. 1, Paris, France, September 8-11 2003, pp. 43–46.

[57] S. CHOI, A. CICHOCKI, and S. AMARI, "Fetal electrocardiogram data analysis via flexible independent component analysis," in *4th Asia-Pacific Conference on Medical and Biological Engineering (APCMBE'99)*, Seoul, Korea, 1999.

[58] ——, "Flexible independent component analysis," *Journal of VLSI Signal Processing*, vol. 26, pp. 25–38, 2000.

[59] S. CHOI, A. CICHOCKI, and A. BELOUCHRANI, "Blind separation of second-order nonstationary and temporally colored sources," in *Proceedings. IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, Singapore, 2001.

[60] A. CICHOCKI and S. AMARI, *Adaptative Blind Signal and Image Processing*. John Wiley and Sons, 2002.

[61] P. COMON, "Independent component analysis," in *In Proc. Int. Sig. Proc. Workshop on Higher-Order Statistics*, Chamrousse, France, 10-12, July 1991, pp. 111–120, republished in Higher-Order Statistics, J.L.Lacoume ed., Elsevier, 1992, pp 29-38.

[62] ——, “Independent component analysis, a new concept ?” *Signal Processing, Elsevier*, vol. 36, no. 3, pp. 287–314, April 1994.

[63] ——, “Contrasts, for multichannel blind deconvolution,” *IEEE Signal Processing Letter*, vol. 3, pp. 209–211, July 1996.

[64] ——, “Blind channel identification and extraction of more sources than sensors,” in *SPIE Conference*, San Diego, US, July 19-24 1998, pp. 2–13.

[65] ——, “From source separation to blind equalization, contrast-based approaches,” in *ICISP 01, International Conference on Image and Signal Processing*, Agadir, Morocco, May 3-5 2001, pp. 20–32.

[66] P. COMON, C. JUTTEN, and J. HERAULT, “Blind separation of source, Part II : Statement problem,” *Signal Processing, Elsevier*, vol. 24, no. 1, pp. 11–20, July 1991.

[67] P. COMON and J. L. LACOUME, “Statistiques d’ordres supérieurs pour le traitement du signal,” Ecole Predoctorale de Physique, Les Houches, 30 aout – 10 septembre 1993, p. Flandrin et J. L. Lacoume ed.

[68] P. COMON and E. MOREAU, “Improved contrast dedicated to blind separation in communications,” in *ICASSP 97, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, April 20-24 1997, pp. 3453–3456.

[69] ——, “Blind mimo equalization and joint-diagonalization criteria,” in *ICASSP 01, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Salt lake City, May 2001.

[70] P. COMON, E. MOREAU, and L. ROTA, “Blind separation of convolutive mixtures : a contrast-based joint diagonalization approach,” in *In 3rd workshop on Physics in Signal and Image Processing*, San Diego, December 9-13 2001, pp. 686–691.

[71] P. COMON and L. ROTA, “Blind separation of independent sources from convolutive mixtures,” *IEICE Transaction on Fundamentals of Electonics Communications and Computer Sciences*, no. E86, March 2003.

[72] ——, “Blind source separation : a partial joint diagonalization (pajod) approach,” in *3rd Int. Conf. Independent Component Analysis*, Grenoble, France, January 29-31 2003.

[73] J. R. COX and L. N. MEDGYESI-MITSCHANG, “An algorithmic approach to signal estimation useful in fetal electrocardiography,” *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 16, pp. 215–219, July 1969.

[74] R. CUSACK and N. PAPADAKIS, "New robust 3-d phase unwrapping algorithms : application to magnetic field mapping and undistorting echoplanar images," *NeuroImage*, vol. 16, no. 3, July 2002.

[75] L. De LATHAUWER, "The canonical decomposition and blind identification with more inputs than outputs : some algebraic results," in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 781–784.

[76] L. De LATHAUWER, D. CALLAERTS, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, "Fetal electrocardiogram extraction by source subspace separation," Girona, Spain, june 1995, pp. 134–138.

[77] L. De LATHAUWER, P. COMON, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, "ICA algorithms for 3 sources and 2 sensors," in *HOS 99, IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*, Caesarea, Israel, June 14-16 1999, pp. 116–120.

[78] L. De LATHAUWER, B. De MOOR, and J. VANDEWALLE, "Fetal electrocardiogram extraction by blind source subspace separation," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 567–572, May 2000.

[79] L. De LATHAUWER, B. De MOOR, J. VANDEWALLE, and J.-F. CARDOSO, "Independent component analysis of largely underdetermined mixtures," in *ICA 03, Fourth International Symposium on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, Nara, Japan, April 1-4 2003, pp. 29–33.

[80] N. DELFOSSE and P. LOUBATON, "Adaptive blind separation of independent sources : a deflation approach," *Signal Processing, Elsevier*, vol. 45, pp. 59–83, 1995.

[81] ——, "Adaptive blind separation of independent sources : a second-order stable algorithm for the general case," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 7, pp. 1056–1071, 2000.

[82] W. DEMENT and N. KLEITMAN, "Cyclic variations in EEG during sleep and their relation to eye movements, body motility, and dreaming," *Electroenceph clinic Neurophysiol*, vol. 9, pp. 673–690, 1957.

[83] ——, "The relation of eye movements during sleep to dream activity : an objective method for the study of dreaming," *J. Exp. Psychol.*, vol. 953, pp. 339–346, 1957.

[84] K. I. DIAMANTARAS, "Blind separation of multiple binary sources using a single linear mixture," in *ICASSP 00, IEEE Int. Conf. Acoust. Speech Sig. Proc.*, Istanbul, Turkey, June 5-9 2000, pp. 2889–2892.

[85] S. A. DIANAT and M. R. RAGHUVEER, “Fast algorithms for bispectral reconstruction of two-dimentional signals,” April 2002, pp. 2377–2379.

[86] J. DOUCET and M. KERKHOF, “Exploration du sommeil chez l’adulte et l’adolescent,” *EMC-Psychiatrie*, 2004.

[87] J. R. DUANN, T. P. JUNG, W. YEH, S. MAKEIG, J. C. HSIEH, and T. J. SEJNOWSKI, “Single-trial variability in event-related bold signals,” *NeuroImage*, vol. 15, no. 54, pp. 823–835, May 2002.

[88] D. L. ECKBERG, M. DRABINSKY, and E. BRAUNWALD, “Defective cardiac parasympathetic control of patients with heart disease,” *N. Eng. J. Med.*, vol. 285, no. 16, pp. 877–883, 1971.

[89] B. EMILE, P. COMON, and J. LEROUX, “Estimation of time delays with fewer sensors than sources,” *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 46, no. 7, pp. 2012–2015, July 1998.

[90] J. ERIKSSON and V. KOIVUNEN, “Identifiability, separability and uniquness of linear ICA models,” *IEEE Sig. Proc. Letters*, pp. 601–604, july 2004.

[91] F. ESPOSITO, T. SCARABINO, A. HYVÄRINEN, J. HIMBERG, E. FORMISANO, S. COMANI, G. TEDESCHI, R. GOEBEL, E. SEIFRITZ, and F. D. SALLE, “Independent component analysis of fMRI group studies by self-organizing clustering,” *NeuroImage*, 2005.

[92] B. W. et al., “Adaptive noise cancelling : Principles and applications,” *Proc. IEEE*, vol. 63, pp. 1692–1716, December 1975.

[93] J. EVEN, “Contrtibutions à la séparation de sources à l’aide de statistiques d’ordre,” Ph.D. dissertation, Univérsité de Joseph fourier Grenoble, Décembre 2003.

[94] D. FARINA, C. FEVOTTE, C. DONCARLI, and R. MERLETTI, “Blind separation of linear instantaneous mixtures of non-stationary surface myoelectric signals,” *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 9, pp. 1555–1567, September 2004.

[95] E. FERRARA and B. Widrow, “The time-sequenced adaptive filter,” *IEEE Transactions Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29, pp. 679–683, June 1981.

[96] A. FERREOL, L. ALBERA, and P. CHEVALIER, “Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM),” in *ICASSP 03, IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Hong Kong, China, April 6-10 2003, pp. 41–44.

[97] ——, "Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 5, pp. 1640–1653, May 2005.

[98] A. FERREOL and P. CHEVALIER, "Higher order blind source separation using cyclostationarity property of the signals," in *ICASSP 97, 1997 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Munich, Germany, April 21-24 1997, pp. 4061–4064.

[99] ——, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 48, no. 6, pp. 1712–1725, June 2000, Errata vol. 50, no. 4, pp. 990, April 2002.

[100] A. FERREOL, P. CHEVALIER, and L. ALBERA, "Higher order blind separation of non zero-mean cyclostationary sources," in *EUSIPCO 02, XI European Signal Processing Conference*, vol. 5, Toulouse, France, September 3-6 2002, pp. 103–106.

[101] ——, "Second order blind separation of first and second order cyclostationary sources — Application to AM, FSK, CPFSK and deterministic sources," *IEEE Transactions On Signal Processing*, vol. 52, pp. 845–861, April 2004.

[102] L. FETY, "Méthodes de traitement d'antenne adpatées aux radiocommunications," Ph.D. dissertation, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (ENST), 1988.

[103] C. FEVOTTE, "Approche temps-fréquence pour la séparation aveugle de sources non-stationnaires," Ph.D. dissertation, Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, Octobre 2003.

[104] C. FEVOTTE and C. DONCARLI, "Two contributions to blind sources separation using time-frequency distributions," *IEEE Signal processing Letters*, vol. 11, no. 3, March 2004.

[105] M. GAETA and J.-L. LACOUME, "Source separation without priore knowledge : the maximum likehood solution," in *EUSIPCO*, 1990, pp. 621–624.

[106] G. A. GARCIA, R. NISHITANI, R. OKUNO, and K. AKAZAWA, "Independent component analysis as preprocessing tool for decomposition of surface electrode-array electromyogram," in *ICA'03*, Nara, Japan, April 2003, pp. 191–196.

[107] E. GASSIAT, "Déconvolution aveugle," Ph.D. dissertation, University of Paris Sud (Orsay), January 1988.

[108] D. C. GHIGLIA and M. D. PRITT, *Two-Dimensional Phase Unwrapping : Theory, Algorithms, and Software*. Wiley Interscience Publication, May 1998.

[109] A. GOROKHOV and P. LOUBATON, "Second-ordre blind identification of convolutive mixtures with temporally correlated sources : a susbace based approach," in *EUSIPCO 96*, Trieste, Italia, September 1996, pp. 2093–2096.

[110] S. HAKIN, *Advence in spectrum anlysis and array processig*. Prentence Hall, Englewood Cliffs,New Jersey, 1991.

[111] F. HARROY and J. LACOUME, "Maximum likelihood estimators and cramer-rao bounds in source separation," *Signal Processing*, vol. 55, pp. 167–177, 1996.

[112] J. HERAULT and B. ANS, "Circuits neuronaux à synapses modifiables : décodage de messages composites par apprentissage non supervisé," in *C.R. de l'Académie des sciences*, 1984, pp. 525–528.

[113] J. HERAULT, C. JUTTEN, and B. ANS, "Détection de grandeurs primitives dans un message composite par une architecture de calcul neuromimétique en apprentissage non supervisé," in *GRETSI 85, Dixième colloque sur le Traitement du Signal et des Images*, Nice, France, Septembre 1985, pp. 1017–1022.

[114] M. HÄMÄLÄINEN, R. HARI, R. ILMONIEMI, J. KNUUTILA, and O. V. LOUNASMAA, "Magnetoencephalography theory, instrumentation and applications to noninvasive studies of the working human brain," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 65, no. 2, pp. 413–497, 1993.

[115] A. HOLOBAR, C. FEVOTTE, C. DONCARLI, and D. ZAZULA, "Single autotermes separation based on bilinear time-frequency representations," in *EUSIPCO*, Toulouse, France, Septembre 2002, pp. 565–568.

[116] E. HON and S. LEE, "Noise reduction in fetal electrocardiography," *Amer. J. Obst. and Gynecol.*, vol. 78, pp. 1087–1096, December 1963.

[117] T. D. HOWELL, "Global properties of tensor rank," *Linear Algebra and Applications*, vol. 22, pp. 9–23, 1978.

[118] J. HUNG, E. WHITFORD, R. PARSONS, and D. HILMAN, "Association of sleep apnoea with myocardial infarction in men," *Lancet*, vol. 336, pp. 261–264, 1990.

[119] A. HYVARINEN, "Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 10, no. 3, pp. 626–634, 1999.

[120] A. HYVARINEN, J. KARHUNEN, and P. OJA, *Independent component analysis*, ser. Wiley interscience. John Wiley and Sons, 2001.

[121] A. HYVARINEN and E. OJA, "A fast fixed-point algorithm for independent component analysis," *Neural Computation*, vol. 9, pp. 1483–1492, 1997.

[122] B.-H. JANSEN and V.-G. RIT, "Electroencephalogram and visual evoked potential generation in a mathematical model of coupled cortical columns ?" *Biological Cybernetics*, vol. 73, pp. 357–366, 1995.

[123] M. JOUVET and F. MICHEL, "Corrélations électromyographique du sommeil chez le chat décortiqué et mésencéphalique chronique," *C. R. Soc. Biol.*, vol. 153, pp. 422–425, May 1959.

[124] T.-P. JUNG, C. HUMPHRIES, T.-W. LEE, S. MAKEIG, M. J. MCKEOWN, V. IRAGUI, and T. SEJNOWSKI, "Extended ica removes artifacts from electroencephalographic recordings," *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 10, 1998.

[125] T.-P. JUNG, C. HUMPHRIES, T.-W. LEE, M. J. MCKEOWN, V. IRAGUI, S. MAKEIG, and T. SEJNOWSKI, "Removing electroencephalographic artifacts by blind source separation," *Psychophysiology*, vol. 37, pp. 163–178, 2000.

[126] T.-P. JUNG, S. MAKEIG, M. WESTERFIELD, J. TOWNSEND, E. COURCHESNE, and T. J. SEJNOWSKI, "Independent component analysis of single-trial even-related potentials," in *ICA'99*, Aussois, France, January 1999, pp. 173–178.

[127] C. JUTTEN and J. HERAULT, "Blind separation of sources, part i : An adaptative algorithm based on neuromimatic architecture," *Signal Processing*, vol. 24 no 1, pp. 1–10, July 1991.

[128] C. JUTTEN, L. N. THI, E. DJIKSTRA, E. VITTOZ, and J. CAELEN, "Blind separation of sources : an algorithme for separation of convolutive mixtures," in *International Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Camrousse, France, July 1991, pp. 273–276.

[129] V. KIVINIEMI, J. H. KANTOLA, J. JAUHIAINEN, A. HYVÄRINEN, and O. TERVONEN, "Independent component analysis of nondeterministic fMRI signal sources," *NeuroImage*, vol. 19, no. 2, pp. 253–260, 2003.

[130] M. KOLLAI and K. KOIZUMI, "Reciprocal and non-reciprocal action of the vagal and sympathetic nerves innervating the heart," *Journal of the autonomic nervous system*, vol. 1, no. 1, pp. 33–52, 1979.

[131] J. L. LACOUME, P. O. AMBLARD, and P. COMON, *Statistiques d'ordre supérieur pour le traitement du signal*, ser. Collection Sciences de l'Ingénieur. Masson, 1997.

[132] J. L. LACOUME and P. RUIZ, "Sources identification : a solution based on cumulants," in *IEEE ASSP Workshop*, August 1988.

[133] B. LAHELD and J. CARDOSO, "Adaptative source separation without prewitening," in *EUSIPCO 94, European Signal Processing Conference*, September 1994.

[134] T.-W. LEE, M. GIROLAMI, A. BELL, and T. J. SEJNOWSKI, "A unifying information-theoritic framwork for independent component analysis," *Computer and mathematics with Applications*, vol. 31, no. 11, pp. 1–12, 2000.

[135] T. W. LEE, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, "Indepenfent component analysis using an extended infomax algorithm for mixed sub-gaussian end super-gaussian sources," *Neural Computation*, vol. 11, no. 2, pp. 417–441, 1999.

[136] T. W. LEE, M. S. LEWICKI, M. GIROLAMI, and T. J. SEJNOWSKI, "Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 4, pp. 87–90, 1999.

[137] T. W. LEE and T. J. SEJNOWSKI, "Independent component analysis for sub-gaussian and super-gaussian mixtures," in *Proceedings of the 4th Joint Symposium on Neural Computation*, vol. 7, La Jolla, CA : University of California, San Diego, 1997.

[138] K. S. Lii and M. Rosenblatt, "Deconvolution and estimation of transfert function phase and coefficients for non-gaussian linear processes," vol. 10, pp. 1195–1208, 1982.

[139] ——, "Asymptotic normality of cumulant spectral estimates," vol. 3, no. 2, pp. 367–385, 1989.

[140] A. LOOMIS, E. HARVEY, and G. HOBART, "Further observations on the potential rythms of the cerebral cortex during sleep," vol. 82, pp. 198–200, 1935.

[141] ——, "Potentials rythms of the cerebral cortex during sleep," vol. 81, pp. 597–598, 1935.

[142] ——, "Cerebral states during sleep, as studied by human brain potentials," vol. 21, pp. 127–144, 1937.

[143] ——, "Distribution of disturbance patterns in the human encephalogram, with special reference to sleep," vol. 2, pp. 413–430, 1939.

[144] K. LU, J. W. CLARK, F. H. GHORBEL, D. L. WARE, and A. BIDANI, "A human cardiopulmonary system model applied to the analysis of the valsalva maneuver," *American Journal of Physiologie Heart and Circulatory Physiology*, vol. 281, no. 6, 2001.

[145] O. MACCHI and E. MOREAU, "Self-adaptative source separation using correlated signal and cross-cumulants," in *Proceeding Workshop Athos working group*, Girona, Spain, June 1995.

[146] S. MAKEIG, T. P. JUNG, and A. J. BELL, "Blind separation of auditory event-related brain responses into independent components," in *Proc. National Academi of Sciences*, vol. 94, USA, 1997.

[147] A. MANSOUR, C. JUTTEN, and P. LOUBATON, “Subspace method for blind separation of sources in convolutive mixture,” in *EUSIPCO 96, European Signal Processing Conference*, Trieste, Italia, 1996.

[148] J. C. MARRON, P. P. SANCHEZ, and R. SULLIVAN, “Unwrapping algorithm for least-squares phase recovery from the modulo 2 ? bispectrum phase,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 7, pp. 14–20, January 1990.

[149] T. MATSUOKA and T. J. ULRYCH, “Phase estimation using bispectrum,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, pp. 1403–1411, September 1984.

[150] P. M. MCCABE, B. G. YONGUE, P. K. ACKLES, and S. W. PORGES, “Changes in heart period, heart period variability, and a spectral analysis estimate of resprratory sinus arrhythmia in response to pharmacological mantpulations of the baroreceptor reflex in cats,” vol. 22, no. 2, pp. 195–203, 1985.

[151] P. McCULLAGH, *Tensor Methods in Statistics*. Chapman and Hall, Monographs on Statistics and Applied Probability, 1987.

[152] M. J. MCKEOWN, S. MAKEIG, G. B. BROWN, T. B. JUNG, S. S. KINDERMANN, A. J. BELL, and T. J. SENOWSKI, “Analysis of fmri data by blind separation into independent spatial components,” vol. 6, pp. 160–188, 1998.

[153] E. MOREAU, “Apprentissage et adaptativité. séparation auto-adaptative de sources indépendantes,” Ph.D. dissertation, Paris sud University, 1995.

[154] ——, “Criteria for complex sources separation,” in *in Proceeding of European Signal Processing Conference, (EUSIPCO’96)*, Triestre, Italy, September 1996, pp. 931–934.

[155] E. MOREAU and O. MACCHI, “New self-adaptive algorithms for source separation based on contrast functions,” in *HOS93, IEEE Signal Processing Workshop on Higher Order Statistics*, Lake Tahoe, US, June 1993, pp. 215–219.

[156] E. MOREAU and J. C. PESQUET, “Generalized contrasts for multichannel blind deconvolution of linear systems,” *IEEE Signal Processing Letter*, vol. 4, pp. 182–183, June 1997.

[157] J. C. MOSHER, R. M. LEAHY, and P. S. LEWIS, “EEG and MEG : Forward solutions for inverse methods,” *IEEE Transactions On Biomedical Engineering*, vol. 46, no. 3, pp. 245–259, March 1999.

[158] J. V. NESS, “Assemptotic normality of bispectral estimates,” *Annals of mathematics and statistics*, vol. 37, pp. 1257–1272, 1966.

[159] C. L. NIKIAS, *Advances in spectrum analysis and array processing (vol. I)*, S. Haykin, Ed. Prentice-Hall Advanced Reference Series Engineering, 1991.

[160] C. L. NIKIAS and A. P. PETROPULU, *Higher Order Spectra Analysis : A Non-Linear Signal Processing Framework*. Prentice-Hall, Oppenheim Series in Signal Processing, 1993.

[161] C. L. NIKIAS and M. RAGHUVEER, "Bispectrum estimation : a digital signal processing framwork," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 75, January 1985, pp. 869–891.

[162] M. OHATA, T. MATSUOMOTO, A. SHIGEMATSU, and K. MATSUOKA, "Independent component analysis of electrogastrogram data," in *ICA'03*, Nara, Japan, April 2003, pp. 53–58.

[163] M. OHAYON and T.ROTH, "Place of chronic insomnia in the course of depressive and anxiety disorders," *J. Psychiatr Res.*, vol. 37, no. 1, pp. 29–15, 2003.

[164] T. OOSTENDORP, "Modelling the fetal ecg," Ph.D. dissertation, K.U. Nijmegen, the Netherlands, 1989.

[165] A. I. PACK, "Economic implications of the diagnosis of obstructive sleep apnea," *Ann. Intern. Med.*, vol. 130, pp. 533–534, 1999.

[166] M. PAGANI, F. LOMBARDI, F. GUZZETTI, O. RIMOLDI, R. FURLAN, P. PIZZENELLI, G. SANDRONE, G. MALFATTO, S. DELL'ORTO, E. PICCALUGA, E. TURIEL, G. BASSELLI, S. CERUTTI, and A. MALLIANI, "Power spectral analysis of heart rate and arterial pressure variabilities as a marker of sympathovagal interaction in man and conscious dog," *Circulation*, vol. 59, pp. 178–193, 1986.

[167] L. PARRA and C. SPENCE, "Convolutive blind source separation of non-stationary sources," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, pp. 320–327, May 2000.

[168] ——, "On-line convolutive source separation of non-stationary signals," *Journal of VLSI Signal Processing*, vol. 26, no. 1/2, pp. 39–46, August 2000.

[169] B. PEARLMUTTER and L. PARRA, "A context-sensitive generalization of ica," in *Internationnal Conference on Neural Information Processig*, 1996, pp. 151–157.

[170] J.-C. PESQUET, B. CHEN, and A.-P. PRTROPULU, "Frequency-domain contrast functions for separation of convolutive mixtures," in *ICASSP'01-IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Salt Lake City, Utah, USA, June 2001.

[171] A. P. PETROPULU and C. L. NIKIAS, "Signal reconstruction from the phase of bispectrum," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no. 3, pp. 601–610, March 1992.

[172] A. P. PETROPULU and H. POZIDIS, "Phase reconstruction from bispectrum slices," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 2, pp. 527–530, February 1998.

[173] D.-T. PHAM and P. GARRAT, “Blind separation of mixture of independent sources througt a quasi-maximum likehood approach,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 7, pp. 1712–1725, 1997.

[174] D. T. PHAM, P. GARRAT, and C. JUTTEN, “Blind separation of mixture of independent sources through a maximum likelihood approach,” in *in proceeding EUSIPCO*, 1992, pp. 771–774.

[175] D. PHAM and J. F. CARDOSO, “Blind separation of instantaneous mixtures of non stationary sources,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 9, pp. 1837–1848, 2001.

[176] B. Picinbono, *Signaux aléatoires, Tome 1*. Dunod, 1993.

[177] ——, *Signaux aléatoires,Tome 2*. Dunod, 1994.

[178] R. PLONSEY, *Bioelectric phenomena*. McGraw-Hill, New Yor, 1969.

[179] R. PLONSEY and D. B. HEPPNER, “Considerations of quasistationarity in electrophysiological systems,” *Bull. Math. Biophys.*, vol. 29, pp. 657–664, 1967.

[180] B. POMERANZ, J. B. MACAULAY, M. A. CAUDILL, I. KUTZ, D. ADAM, D. GORDON, K. M. KILBORN, A. C. BARGER, D. C. SHANNON, R. J. COHEN, and M. BENSON, “Assessment of autonomic function in humans by heart rate spectral analysis,” *American journal of Physiology*, vol. 248, pp. 151–153, 1985.

[181] H. POZIDIS and A. P. PETROPULU, “System reconstruction based on selected regions of discretized higher order spectra,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 12, pp. 3360–3377, December 1998.

[182] A. PRIETO, B. PRIETO, C. G. PUNTONET, A. GANAS, and P. MARTIN-SMITH, “Geometric separation of linear mixtures of sources : Application to speech signals,.”

[183] A. PRIETO, C. G. PUNTONET, and B. PRIETO, “A neural algorithm for blind separation of sources based on geometric properties,” *Signal Processing*, vol. 64, no. 3, pp. 315–331, 1998.

[184] C. G. PUNTONET, A. PRIETO, C. JUTTEN, M. RODRIGUEZ-ALVAREZ, and J. ORTEGA, “Separation of sources : A geometry-based procedure for reconstruction of n-valued signals,” *Signal Processing*, vol. 46, no. 3, pp. 267–2814, 1995.

[185] M. RANGOUSSI and G. B. GIANNAKIS, “FIR modeling using log-bispectra : Weighted least-squares algorithms and performance analysis,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 46, no. 38, pp. 281–296, March 1991.

[186] A. RECHTSCHAFFEN and A. KALES, *A manual of standardized terminology, techniques and scoring system for sleep stages of human subjects*. Washington, DC : U.S. Government Printing Office, 1968.

[187] S. RHIOUI, M. CASTELLA, and E. MOREAU, "Quadratic mimo contrast functions for blind sources separation in a convolutive context," in *poceeding of sixth conference of Independent Component Analysis (ICA)*, Charleston, USA, 2006.

[188] J. J. RIETA, F. CASTELLS, C. SANCHEZ, V. ZARZOSO, and J. MILLET, "Atrial activity extraction for atrial fibrillation analysis using blind source separation," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 51, no. 7, pp. 1176–1186, july 2004.

[189] M. ROSENBLATT and J. V. NESS, "Estimation of bispectrum," *Annals of mathematics and statistics*, vol. 36, pp. 1120–1136, 1965.

[190] L. ROTA, P. COMON, and S. ICART, "Blind equalization of mimo channels," in *IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*, Rome, Italy, June 2003.

[191] ——, "Blind mimo paraunitary equalizer," in *In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Hong Kong, April 2003.

[192] ——, "Egalisation aveugle de mélanges convolutifs mimo," in *In 19eme Colloque GRETSI*, Paris, France, September 2003.

[193] A. ROUXEL, D. L. GUENNEC, and O. MACCHI, "Unsupervised adaptive separation of impulse signals applied to EEG analysis," in *ICASSP'00*, June 2000, pp. 420–423.

[194] K. SASAKI, T. SATO, and Y.YAMASHITA, "Minimum bias windows for bispectral estimation," *J. sound and Vib.*, vol. 40,, no. 1, pp. 139–148, 1975.

[195] H. P. SCHWAN and C. F. KAY, "Capacitive properties of body tissues," *Circulation Research*, vol. 5, pp. 439–443, 1957.

[196] C. SIMON, P. LOUBATON, and C. JUTTEN, "Separation of a class of convolutive mixtures : a contrast function approach," *Signal Processing*, vol. 81, pp. 883–887, 2001.

[197] S. M. SPOONER and W. A. GARDNER, "The cumulant theory of cyclostationarity time-series – Part. II : Development and applications," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no. 12, pp. 3409–3429, December 1994.

[198] J. V. STONE, J. PORRILL, N. R. PORTER, and I. D. . WILKINSON, "Spatiotemporal independent component analysis of event-related fmri data using skewed probability density functions," *NeuroImage*, vol. 15, no. 2, pp. 407–421, February 2002.

[199] K. STROHL and S. REDLINE, "Recognition of obstructive sleep apnea," *Am. J. Respir. Crit. Care. Med.*, vol. 154, pp. 279–289, February 1996.

[200] A. SWAMI, J. M. MENDEL, and C. L. NIKIAS, *Higher-Order Spectral Analysis Toolbox*, ser. version 2. United Signals and System, 1993-2001.

[201] H. TAIGANG, G. CLIFFORD, and L. TARASSANKO, "Application of ica in removing artefacts from the ECG," *Accepted to Neural Processing Letters*, 2004.

[202] A. TALEB, "An algorithm for the blind identification of N independent signal with 2 sensors," in *ISSPA 01, sixteenth symposium on signal processing and its applications*, Kuala-Lumpur, Malaysia, August 13-16 2001, pp. 5–8.

[203] TASK-FORCE, "heart rate variability : standards of measurement, physiological interpretation and clinical use," *Circulation*, 1996.

[204] M. TEPLAN, "Fundamentals of EEG measurement," *Measurement Science Review*, vol. 2, pp. 1–11, 2002.

[205] N. THIRION and E. MOREAU, "New criteria for blind signal separation," in *IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, Pennsylvania, US, August 2000, pp. 344–348.

[206] N. THIRION-MOREAU and E. MOREAU, "Generalized criteria for blind multivariate signal equalization," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 2, pp. 72–74, 2002.

[207] L. TONG, "Identification of multichannel parameters using higher order statistics," *Signal Processing*, vol. 53, no. 2, pp. 195–202, 1996.

[208] L. TONG, R. LIU, V. SOON, and Y. HUANG, "Indeterminacy and identifiability of blind identification," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 38, no. 5, pp. 499–509, May 1991.

[209] L. TONG, V. SOON, Y. HUANG, and R. LIU, "Amuse : A new blind identification algorithm," New Orleons,LA, May 1990, pp. 1784–1786.

[210] K. TORKKOLA, "Blind separation of convolved sources based on information maximization," in *IEEE Signal Processing Society Workshop*, 1996, pp. 423–432.

[211] J. K. TUGNAIT, "Identification and deconvolution of multichannel linear non-gaussian processs using higher order statistcs and inverse filter criteria," *IEEE Transaction Signal Processing*, vol. 45, pp. 658–672, March 1997.

[212] J. ULFBERG, N. CARTER, M. TALBACK, and C. EDLING, "Excessive daytime sleepiness at work and subjective work performance in the general population and among heavy snorers and patients with obstructive sleep apnea," *Chest*, vol. 110, pp. 659–663, 1996.

[213] R. VETTER, “Extraction of efficient and characteristic features of multidimensional time series,” Ph.D. dissertation, Ecole Polythechnique federale de Lausanne, 1999.

[214] R. VETTER, J. M. VESIN, P. CELKA, and U. SCHERRER, “Observer of the human cardiac sympathetic nerve activity using noncausal blind source separation.” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 46, no. 3, pp. 322–330, Marsh 1999.

[215] R. VETTER, N. VIRAG, J. M. VESIN, P. CELKA, and U. SCHERRER, “Observer of autonomic cardiac outflow based on blind source separation of ECG parameters,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 47, no. 5, pp. 578–582, May 2000.

[216] R. N. VIGARIO, “Extraction of ocular artifacts from EEG using independent component analysis,” *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, vol. 103, pp. 395–404, 1997.

[217] ——, “Independent component approach to the analysis of EEG and MEG recordings,” Ph.D. dissertation, Helsinki University of Technology, 1999.

[218] R. N. VIGARIO, V. JOUSMÄKI, M. . HÄMÄLÄINEN, R. HARI, and E. OJA, “Independent component analysis for identification of artifacts in magnetoencephalographic recordings,” *Proc. NIPS’97, Cambridge, MA, MIT Press*, pp. 229–235, 1998.

[219] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, V. JOUSMÄKI, M. . HÄMÄLÄINEN, and E. OJA, “Independent component approach to the analysis of EEG and MEG recordings,” *IEEE Transactions in Biomedical Enginnering*, vol. 47, no. 5, pp. 589–593, May 2000.

[220] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, V. JOUSMÄKI, and E. OJA, “Independent component analysis in decomposition of auditory and somatosensory evoked fields,” in *ICA’99*, Aussois, France, January, pp. 167–172.

[221] R. N. VIGARIO, J. SÄRELÄ, and E. OJA, “Independent component analysis in wave decomposition of auditory evoked fields,” in *Conf. on Artificial Neural Networks (ICANN’98)*, Skövde, Sweden, pp. 287–292.

[222] E. WEITZENBLUM and J. L. RACINEUX, *Syndrome d’apnées obstructives du sommeil*. 2nd ed. Masson, 2004.

[223] K. H. WESSELING and J. J. SETTELS, “Circulatory model of brao-and cardio-pulmonary reflexes,” *blood Pressure and Rate Variability*, pp. 56–67, 1993.

[224] J. WISBECK, A.K.BARROS, and R. OJEDA, “Application of ica in the separation of breathing artefacts in ECG signals,” in *International Conference on Neural Information Processing, (ICONIP’98)*, 1998, pp. 211–214.

[225] D. YELLIN and E. WEINSTEIN, “Criteria for multichannel signal separation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, pp. 2158–2168, August 1994.

[226] A. YEREDOR, “Non-orthogonal joint diagonalization in the least-squares sense with application in blind source separation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 7, pp. 1545–1553, July 2002.

[227] T. YOUNG, M. PALTA, J. DEMPSEY, J. SKATRUD, S. WEBER, and S. BADR, “The occurence of sleep-disordered breathing among middle-aged adults,” *N. Engl. J. Med.*, vol. 328, pp. 1230–1235, 1993.

[228] Y. YUANNING and A. PETROPULU, “PARAFAC based blind identification of MIMO systems with possibly more inputs than outputs,” in *ICASSP 06, 2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Toulouse, France, May 17-21 2006.

[229] V. ZARZOSO, A. K. NANDI, and E. BACHARAKIS, “Noninvasive fetal electrocardiogram extraction : blind separation versus adaptative noise concellation,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 48, no. 1, pp. 12–18, January 2001.

[230] V. ZARZOZO and P. COMON, “How fast is FastICA,” in *EUSIPCO 06, Fourteenth European Signal Processing Conference*, Florence, Italy, September, 4-8 2006.

[231] Z. ZHANG, “A fast method to compute surface potentials generated by dipoles within multilayer anisotropic spheres,” *Physics in Medicine and Biology*, vol. 40, no. 3, pp. 335–349, March 1995.

[232] A. ZIEHE and K.-R. MÜLLER, “Tdsep- an efficient algorithm for blind separation using time structure,” in *International Conference on Artificial Neural Networks*, 1998, pp. 675–680.