



**HAL**  
open science

**Revue bibliographique sur la caractérisation mécanique  
des matériaux utilisant la déformation représentative en  
indentation sphérique Literature review on mechanical  
characterization of materials using a representative  
strain in spherical indentation**

Charbel Moussa, Olivier Bartier, Gerard Mauvoisin, Guillaume Delattre,  
Xavier Hernot

► **To cite this version:**

Charbel Moussa, Olivier Bartier, Gerard Mauvoisin, Guillaume Delattre, Xavier Hernot. Revue bibliographique sur la caractérisation mécanique des matériaux utilisant la déformation représentative en indentation sphérique Literature review on mechanical characterization of materials using a representative strain in spherical indentation. *Matériaux et Techniques*, 2013, 101 (302), pp.1-14. hal-00996606

**HAL Id: hal-00996606**

**<https://univ-rennes.hal.science/hal-00996606>**

Submitted on 26 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Revue bibliographique sur la caractérisation mécanique des matériaux utilisant la déformation représentative en indentation sphérique

## Literature review on mechanical characterization of materials using a representative strain in spherical indentation

Charbel Moussa<sup>1,2</sup>, Olivier Bartier<sup>1</sup>, Gérard Mauvoisin<sup>\*1</sup>, Guillaume Delattre<sup>2</sup>, Xavier Hérnot<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LGCGM EA3913, INSA Rennes-Université de Rennes1, 3 rue du Clos Courtel, 35704 Rennes Cedex

<sup>2</sup> Faurecia Automotive Seating, Le Pont de Vère, 61100 Caligny, France

\* Correspondant: Gérard Mauvoisin, Tel: +33 2 23 23 87 78, E-mail address: gerard.mauvoisin@univ-rennes.fr.

### Résumé

L'indentation instrumentée permet d'accéder à plusieurs propriétés mécaniques des matériaux conduisant notamment à la connaissance de leur loi d'écrouissage. En l'absence de procédure normalisée, de nombreuses techniques ont été proposées ces dernières décennies.

Le présent travail est une étude bibliographique sur les méthodes de caractérisation mécanique, par indentation instrumentée, basée sur l'utilisation d'une déformation représentative. On distingue deux familles de méthodes. La première, basée sur la dureté Meyer, regroupe les méthodes consistant à effectuer des essais de dureté à différentes charges et à déterminer, à partir de ces duretés et de la mesure du rayon de l'empreinte correspondant, une déformation représentative d'indentation et la contrainte correspondante afin de définir la courbe d'écrouissage "point par point" du matériau testé. La seconde regroupe les méthodes consistant à trouver les paramètres de la loi d'Hollomon qui minimisent l'écart entre la courbe d'indentation expérimentale  $F(h)$ , et un modèle, basé sur une déformation représentative, reliant les grandeurs mesurées ( $F, h$ ) et les paramètres la loi de Hollomon. Chaque famille de méthodes présente des avantages et des inconvénients qu'il convient de connaître pour choisir la méthode la mieux adaptée au cas d'étude et ainsi exploiter au mieux l'essai d'indentation instrumentée.

### Abstract

The instrumented indentation provides access to several mechanical properties of materials, leading in particular to the knowledge of their hardening law. In front of the lack of a standard procedure, many techniques have been proposed in recent decades.

The present work is a literature review on the methods of mechanical characterization based on the instrumented indentation, and using a representative strain. There are two families of methods. The first, based on the Meyer hardness, includes methods of conducting hardness tests with different loads and determine, from the hardness and measuring the radius of the corresponding imprint, a representative deformation and the corresponding stress leading to the construction of the work hardening curve "point by point" of the tested material. The second includes the methods giving the 2 plastic parameters of the Hollomon law that minimize the difference between the experimental indentation  $F(h)$  curve, and a model based on a representative deformation, linking the measured quantities ( $F, h$ ) and the parameters of the Hollomon law. Each family of methods has advantages and disadvantages that should be known for choosing the most suitable method to the studied case and thus makes best use of instrumented indentation testing.

Mots clés : indentation sphérique, caractérisation mécanique, déformation représentative  
Keywords: spherical indentation, mechanical characterization, representative strain

### Introduction

La méthode d'indentation instrumentée, issue du test de dureté, consiste à suivre simultanément l'évolution d'un effort  $F$ , appliqué sur un indenteur, en fonction de sa profondeur de pénétration  $h$  dans l'échantillon comme le montre la figure 1.

L'indentation peut être appliquée à l'étude des matériaux homogènes ainsi qu'à l'étude des matériaux hétérogènes. Différentes formes d'indenteur peuvent être utilisées : indenteurs de type Vickers, sphériques, coniques à base circulaire...

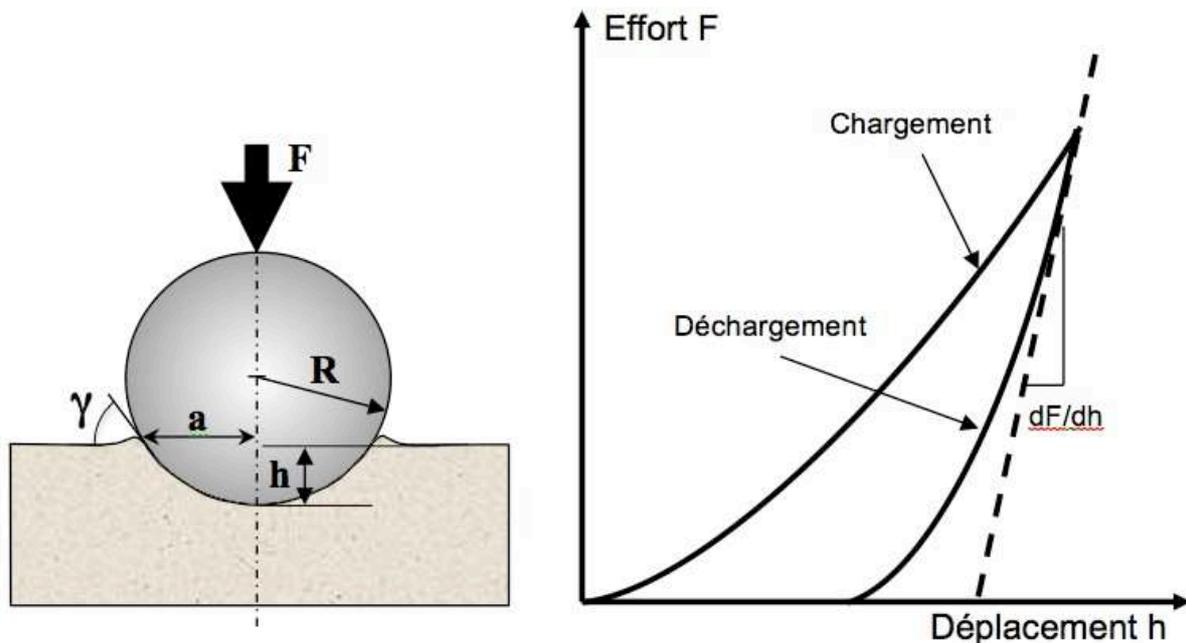


Figure 1 : Principe du test d'indentation et courbe d'indentation  $F(h)$   
 Figure 1: Principle of the indentation test and indentation curve  $F(h)$

Pour la détermination des propriétés plastiques à partir de l'essai d'indentation, différentes approches peuvent être suivies :

- 1 - La technique qui consiste à utiliser plusieurs couples de données (effort appliqué, taille d'empreinte) issus de plusieurs essais d'indentation à différents niveaux de chargement. Cette technique s'appuie sur la relation de Meyer définissant la dureté comme le rapport entre l'effort appliqué et la surface de contact indenteur-matériau projetée sur le plan normal à l'axe de l'indenteur. La méthode peut être pratiquée à partir d'essais de dureté puisqu'elle ne requiert pas la courbe d'indentation continue.
- 2 - La minimisation d'écart entre la courbe d'indentation expérimentale  $F(h)$  et un modèle reliant les grandeurs mesurées ( $F$ ,  $h$ ) et les paramètres d'une loi d'écrouissage, généralement la loi d'Hollomon. Parmi les nombreux modèles qui existent, on distingue (i) les modèles obtenus de manière empirique à partir d'un grand nombre de simulations numériques selon un plan d'expérience qui balaye une large gamme de valeurs de limite d'élasticité et d'exposant d'écrouissage et (ii) les modèles basés sur une déformation représentative.
- 3 - L'analyse inverse qui consiste à optimiser, par une succession de simulations numériques de l'indentation, le jeu de paramètres d'une loi d'écrouissage, généralement la loi d'Hollomon, minimisant l'écart entre la courbe d'indentation expérimentale et la courbe numérique.

- 4 - La comparaison à une base de données : les paramètres de la loi d'érouissage d'Hollomon peuvent être obtenus en étudiant l'écart entre la courbe d'indentation expérimentale  $F(h)$  et l'ensemble des courbes d'indentation  $F(h)$  d'une base de données obtenues soit à partir d'un modèle de la bibliographie, soit à partir d'un grand nombre de simulations numériques selon un plan d'expérience qui balaye une large gamme de valeurs de limite d'élasticité et d'exposant d'érouissage.

Dans ce travail bibliographique nous focalisons notre étude d'une part sur les méthodes basées sur une mesure de la dureté Meyer, et d'autre part sur les méthodes utilisant un modèle  $F(h)$  obtenu à partir d'une déformation représentative issue de grandeurs mesurées en indentation instrumentée.

Concernant les méthodes utilisant un modèle  $F(h)$ , nous présentons ici une étude bibliographique des techniques permettant l'exploitation des courbes d'indentation en nous limitant au cas de l'indentation sphérique sur des matériaux homogènes à l'échelle d'étude, dont la loi d'érouissage est décrite par la loi d'Hollomon à deux paramètres [1], la limite d'élasticité  $\sigma_y$  et l'exposant d'érouissage  $n$ , définie par :

$$\sigma = K \varepsilon^n \quad (1)$$

Avec  $n$  : exposant d'érouissage

$$K = E^n \sigma_y^{1-n} \quad \text{Où } E \text{ est le module de Young et } \sigma_y \text{ est la limite d'élasticité}$$

La loi de Hollomon ne décrit pas toujours parfaitement l'érouissage des matériaux métalliques mais présente l'avantage de ne comporter que deux paramètres d'érouissage. D'autres lois, comme la loi de Ludwig ou la loi de Chaboche, permettent souvent de mieux décrire l'érouissage des matériaux métalliques mais présentent l'inconvénient de comporter un nombre plus important de paramètres qu'il est ensuite plus difficile d'identifier de manière unique par un seul test d'indentation.

## 1 - Méthodes basées sur la mesure de la dureté Meyer

Ces méthodes consistent à effectuer des essais de dureté à différentes charges et à extraire, à partir de ces duretés et de la mesure du rayon de l'empreinte correspondant, la courbe d'érouissage "point par point" du matériau testé. Ces méthodes reposent d'une part sur la détermination de la déformation représentative d'indentation, dépendant du rapport entre le rayon de l'empreinte et le rayon de l'indenteur sphérique, et d'autre part sur la détermination de la contrainte correspondante dépendant de la pression moyenne d'indentation, ou dureté Meyer.

### 1.1 - Méthodes et déformations issues des travaux de Tabor [2-5]

Les premiers travaux portant sur la notion de déformation représentative en indentation sphérique sont ceux effectués par Tabor [2]. Pour Tabor, l'approche utilisée pour caractériser la déformation d'un métal érouissable lors d'un essai d'indentation sphérique est empirique.

Lors de l'indentation d'un matériau érouissable, la contrainte d'écoulement, fonction du taux de déformation, n'est pas constante en tout point de la zone plastifiée. Tabor suppose

cependant que, pour le régime qu'il considère comme étant "purement plastique", il existe une valeur moyenne (ou représentative) de contrainte d'écoulement  $\sigma_R$  pour laquelle le rapport entre la pression moyenne d'indentation et cette contrainte ( $P_m/\sigma_R$ ) est proche de 3 :

$$\frac{P_m}{\sigma_R} = C \approx 3 \quad (2)$$

Dans cette équation, la constante  $C$  est appelée facteur de confinement.

A partir de cette hypothèse, la démarche de Tabor a consisté à trouver un moyen pour relier  $\sigma_R$  à la taille de l'empreinte et donc trouver une relation entre  $P_m$  et le rayon de contact  $a$ . En considérant un indenteur de rayon  $R$  et un rayon de contact  $a$ , la forme de l'empreinte entre une portion de sphère et le matériau peut être complètement définie par le rapport adimensionnel  $a/R$ . Ainsi, la déformation plastique produite par l'indentation sphérique dans une région "représentative" et l'augmentation de la contrainte d'écoulement produite par cette déformation plastique sont constantes pour ce matériau pour toute indentation sphérique de même rapport  $a/R$  (à condition que la taille de grain soit suffisamment faible par rapport à la taille de l'empreinte). Tabor définit donc la déformation plastique produite par l'indentation sphérique dans une région "représentative" comme étant égale à :

$$\varepsilon_R = f\left(\frac{a}{R}\right) \quad (3)$$

En conséquence puisque  $P_m = C\sigma_R$  et que  $\sigma_R$  est relié à  $\varepsilon_R$  dans la région "représentative" via la loi d'écrouissage, il peut être écrit que :

$$\sigma_R = \phi\left(\frac{a}{R}\right) \quad \text{et} \quad P_m = C\phi\left(\frac{a}{R}\right) \quad (4)$$

Si on effectue un essai de dureté à l'aide d'un indenteur conique, comme l'indenteur Vickers, la pression d'indentation est indépendante de la charge appliquée. En conséquence, si on effectue des mesures de dureté Vickers sur des matériaux initialement comprimés ou allongés à différents taux de déformation plastique, on obtient une relation entre la dureté, le taux de déformation plastique préalable et la limite d'élasticité du matériau ou la contrainte correspondante. De telles relations ont été obtenues par Tabor sur du cuivre recuit et sur des aciers doux. Le cas d'un acier doux est présenté sur la figure 2.

Prenons l'exemple d'une dureté Vickers de 194 obtenue pour l'acier doux : l'utilisation de la figure 2 permet alors de savoir que l'acier a été déformé plastiquement de 13% et que la contrainte d'écoulement de ce matériau est de l'ordre de 600 MPa. Par cette procédure, il est possible de déterminer les contraintes d'écoulement et les taux de déformation dans les zones déformées plastiquement par indentation sphérique.

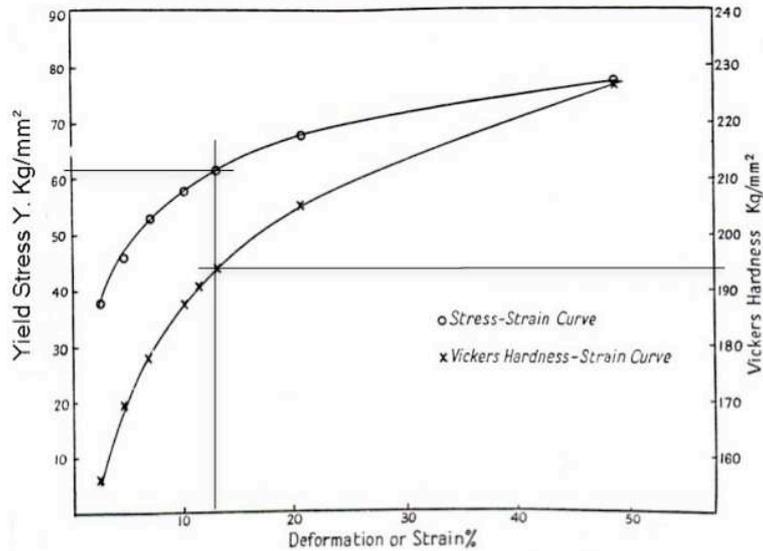


Figure 2 : Courbes contraintes d'écoulement et dureté Vickers en fonction de la déformation établies par Tabor [2] pour un acier doux.

Figure 2: Flow curves and Vickers hardness versus strain proposed by Tabor [2] for a mild steel.

Afin d'obtenir la limite d'élasticité locale en surface d'un matériau indenté par une sphère, des essais de dureté Vickers à faible charge ont été effectués par Tabor dans et autour de l'empreinte obtenue. Les résultats obtenus montrent qu'à partir des zones extérieures de l'empreinte, la limite d'élasticité du métal augmente graduellement jusqu'au bord de l'empreinte (figure 3). Sur le rayon de contact lui même, la limite d'élasticité augmente rapidement puis diminue lorsque l'on approche le centre de l'empreinte. Il apparaît alors difficile d'assigner une valeur "représentative" de la limite d'élasticité. Des essais empiriques suggèrent cependant que la contrainte d'écoulement mesurée au niveau du rayon de contact peut être utilisée comme étant une valeur "représentative" de l'ensemble des zones déformées autour de l'empreinte.

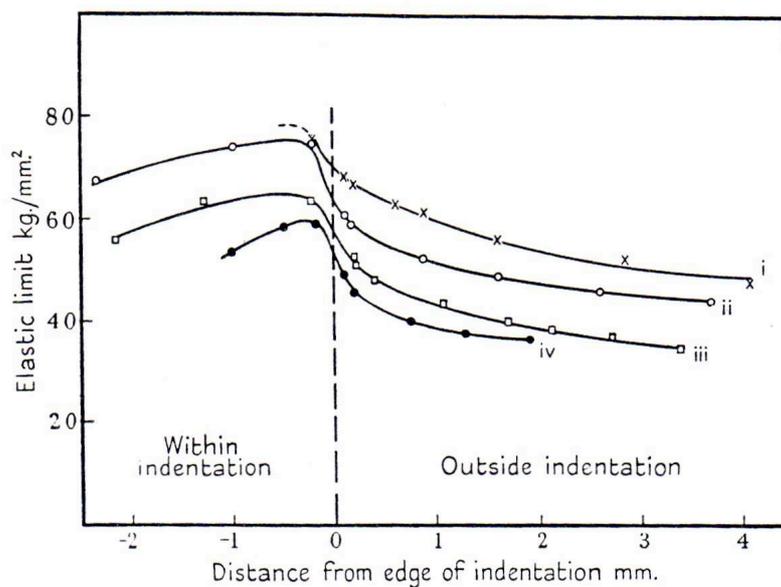


Figure 3 : Répartition des contraintes d'écoulement en surface du matériau indenté établie par Tabor [2]

Figure 3: Distribution of surface flow stress obtained by Tabor [2] on indented material

En effet, en comparant la limite d'élasticité mesurée au bord de l'empreinte avec la pression moyenne de contact obtenue lors de l'indentation sphérique d'acier doux et de cuivre, Tabor remarque que le rapport  $Pm/\sigma_R$  varie très peu. Les valeurs de ce rapport obtenues pour les matériaux étudiés sont situées entre 2,6 et 2,8. De plus, en comparant la valeur de la déformation "représentative" de l'indentation correspondant à  $\sigma_R$  et la valeur du rapport  $a/R$  obtenue lors des différents essais de dureté effectués, Tabor obtient la célèbre relation donnant une déformation représentative:

$$\varepsilon_R = 0,2 \frac{a}{R} \quad (5)$$

On peut noter que l'endroit situé en surface au niveau du rayon de contact entre le matériau indenté et l'indenteur sphérique est un lieu qui a été aussi privilégié dans l'étude de Ahn et Kwon [3] afin de déterminer une déformation représentative de l'indentation sphérique. Par différentiation du déplacement vertical, par rapport à la surface initiale, des points situés au niveau du contact matériau/indenteur et en considérant que la déformation représentative dépend de la déformation de cisaillement du matériau indenté au niveau du rayon de contact, parce qu'elle y est maximale (figure 3), Ahn et Kwon proposent la relation suivante :

$$\varepsilon_R = \frac{\alpha}{\sqrt{1 - (a/R)^2}} \frac{a}{R} = \alpha \tan \gamma \quad (6)$$

où  $\tan \gamma$  représente la déformation de cisaillement au niveau du rayon de contact et  $\alpha$  est un paramètre fixé par Ahn et Kwon à 0,1 [3] ou par Jeon *et al.* à 0,14 [4, 5] afin d'avoir des courbes contraintes-déformations issues des équations (4) et (6) proches de celles obtenues par essai de traction uniaxial.

## 1.2- Application des méthodes basées sur les déformations de Tabor et Ahn et Kwon

Comme il a été mentionné en introduction de ce chapitre, les méthodes basées sur la déformation de Tabor [2] et celles basées sur la déformation de Ahn et Kwon [3-5] consistent à construire la courbe d'écrouissage point par point en effectuant différents essais de dureté à différentes charges appliquées.

En ce qui concerne la méthode de Tabor [2], un point de la courbe d'écrouissage est obtenu en calculant la déformation avec l'équation (5) et la contrainte correspondante avec l'équation (2). Dans les premiers travaux de Tabor, les résultats expérimentaux ont donné un paramètre de confinement  $C$  égal à 2,8.

En ce qui concerne les méthodes basées sur la déformation de Ahn et Kwon [3-5], un point de la courbe d'écrouissage est obtenu en calculant la déformation avec l'équation (6) et la contrainte correspondante avec l'équation (2). Les auteurs ont considéré une valeur du facteur de confinement proche de celle obtenue dans le cas d'un matériau rigide plastique, c.à.d.  $C=3$ .

### 1.3- Discussion sur la déformation mesurée au niveau du rayon de l'empreinte sphérique

Sur la base de mesures expérimentales de microduretés Vickers obtenues en surface d'une empreinte sphérique et dans les zones situées en dessous de celle-ci, Chaudhri [6, 7] conteste la valeur de la déformation de Tabor. La première critique porte sur la précision de la déformation de Tabor, laquelle est censée se situer au niveau du rayon de l'empreinte. Un examen précis de la figure 3 montre cependant que l'essai de microdureté Vickers le plus proche du rayon de l'empreinte est situé à 150  $\mu\text{m}$  de celui-ci. Sur la figure 3, on observe que la dureté évolue considérablement dans les zones périphériques au rayon de contact. La dureté au niveau du contact ayant été estimée par Tabor par interpolation, celle-ci peut être assez approximative.

La deuxième critique de Chaudhri sur la déformation de Tabor calculée au niveau du rayon de contact est que celle-ci n'est pas forcément significative des déformations plastiques de la zone indentée. Cette critique est aussi valable pour la déformation de Ahn et Kwon [3], puisque celle-ci est déterminée au même endroit.

Pour Tabor, l'unique raison du choix de la localisation au niveau du rayon de contact de la déformation plastique est qu'elle permet d'avoir, en calculant la contrainte représentative  $\sigma_R$  avec l'équation (5), un facteur de confinement  $C$  à peu près constant (compris entre 2,6 et 2,8). Ces valeurs de facteur de confinement déterminées pour un acier doux et un cuivre recuit (matériaux fortement écrouissables) sont similaires à celles déterminées pour un acier doux totalement écroui (matériau parfaitement plastique). Aucune raison n'a été avancée pour expliquer pourquoi ce facteur de confinement doit être indépendant des caractéristiques mécaniques du matériau alors que de nombreux résultats expérimentaux [8, 9] et numériques [10-12] indiquent que  $C$  dépend non seulement du matériau [8-12] mais aussi du régime de déformation de l'indentation sphérique [11-13]. De même, on pourrait s'interroger sur la raison d'avoir une déformation représentative d'indentation totalement indépendante des caractéristiques du matériau indenté.

Dans le but de voir si l'évolution de la déformation représentative mesurée au niveau du rayon d'une empreinte sphérique correspond à celle décrite par Tabor (équation (5)), de nombreux essais de microdureté Vickers sur la surface d'un cuivre polycristallin recuit autour d'une empreinte obtenue par indentation sphérique ont été effectués par Chaudhri [6]. Les résultats montrent qu'il n'y a pas de variation systématique de microdureté, et donc de déformation plastique équivalente, autour et au niveau du rayon de l'empreinte pour des rapports  $a/R$  de 0,6, 0,7 et 0,85 (figure 4).

Bien avant les essais de Chaudhri, des essais similaires de microdureté en surface de cuivre polycristallin avaient été effectués par Williams et O'Neill [13]. Ceux-ci avaient souligné comme Tabor, une forte augmentation de la microdureté entre un point situé juste à l'extérieur du rayon de contact et celui situé juste à l'intérieur. Williams et O'Neill [13] avaient aussi fourni une courbe montrant la variation de microdureté d'échantillons de cuivre écrouis à différents taux de déformation plastique. A partir des résultats de Williams et O'Neill, Chaudhri [6] a extrait par interpolation les valeurs de microdureté au niveau du rayon de contact ainsi que les valeurs de déformation plastique équivalente correspondante en appliquant la même procédure que Tabor. Ces résultats sont présentés dans le tableau 1.

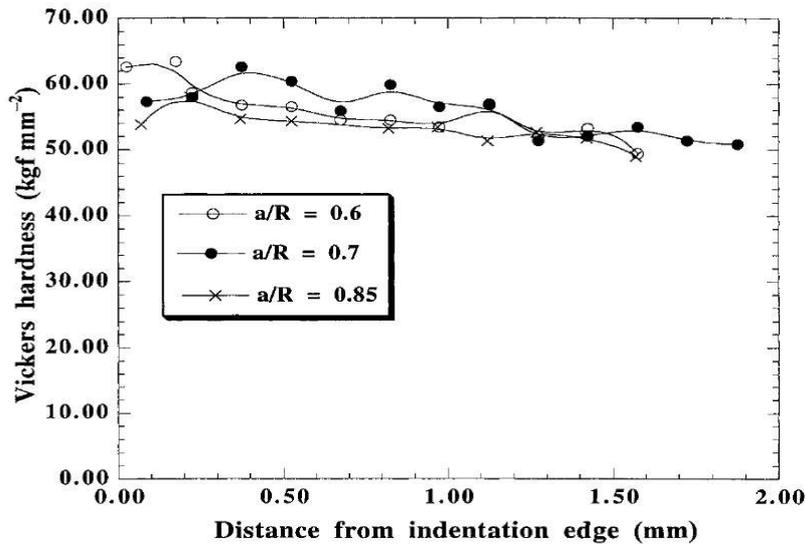


Figure 4 : Tests de microdureté Vickers (HV 05) autour d'une empreinte d'indentation sur un cuivre polycristallin [6].

Figure 4: Vickers microhardness tests (HV 05) around a indentation imprint on a polycrystalline copper [6].

$a/R$	measured*) edge microhardness ( $\text{kgf mm}^{-2}$ )	measured*) edge equivalent plastic strain $\epsilon_p$	predicted strain $\epsilon_r = 0.2a/R$	percentage difference between measured and predicted edge strain values
0.28	55–60	0.019– 0.031	0.056	–195 to –81
0.49	74	0.0965	0.098	–1.5
0.63	80	0.147	0.126	+14.3
0.8	75–80	0.104–0.147	0.16	–54 to –9

\*) By interpolation.

**Tableau 1 : Déformations représentatives mesurées par Chaudhri en comparaison avec celles obtenues par l'équation de Tabor (5) selon [6]**

**Table 1: Representative strains measured by Chaudhri compared with those obtained by the equation of Tabor (5) according to [6]**

Le tableau 1 permet de conclure que les valeurs de déformations plastiques mesurées par interpolation au niveau du rayon des empreintes sphériques ne sont d'une part, jamais égales à  $0,2a/R$ , excepté pour une indentation de rapport  $a/R = 0,49$ , et d'autre part, pas proportionnelles à  $a/R$ .

#### 1.4 - Méthode de Chaudhri : méthode basée sur la mesure de la déformation plastique maximale de la zone indentée [6, 7]

Pour pallier d'une part la difficulté pratique d'obtenir une valeur précise de déformation plastique au niveau du rayon d'une empreinte sphérique (spécialement lorsque  $a/R > 0,3$ ) et d'autre part la non proportionnalité de la déformation plastique "représentative"

de Tabor avec  $a/R$ , Chaudhri [6, 7] propose d'utiliser plutôt la déformation plastique maximale,  $\varepsilon_{p,max}$ , obtenue dans la zone indentée comme déformation caractéristique d'indentation sphérique. Pour l'auteur, cette proposition est plus justifiable que celle qui consiste à choisir la déformation plastique à un endroit donné de la zone d'indentation (*i.e.* au niveau du rayon de l'empreinte). Toujours d'après l'auteur, il est aussi plus facile de corrélérer la pression moyenne d'indentation  $P_m$  avec cette déformation plastique maximale qu'avec une déformation plastique choisie à un endroit où les déformations plastiques varient énormément.

Afin d'obtenir la valeur et la localisation de la déformation plastique, Chaudhri [6, 7] a procédé à une série d'essais de microdureté sur une section d'un cuivre polycristallin recuit située dans le plan médian d'empreintes sphériques obtenues pour  $a/R = 0,08; 0,105; 0,52; 0,61; 0,74$  et  $0,85$ . Les résultats de ces essais montrent que la déformation maximale est toujours localisée le long de l'axe de symétrie de l'empreinte juste en dessous de la surface indentée pour les valeurs de  $a/R$  élevées ( $0,52; 0,61; 0,74$  et  $0,85$ ). Pour les valeurs de  $a/R = 0,08$  et  $0,105$ , la déformation maximale est trouvée en surface à une distance de l'axe d'indentation de  $0,5 a$  et  $0,8 a$  respectivement. Les résultats de ces essais (figure 5) montrent aussi que la déformation plastique maximale,  $\varepsilon_{p,max}$ , peut atteindre une valeur proche de  $0,7$  lorsque  $a/R$  est égal à  $0,85$ , valeur très nettement supérieure à celle de Tabor lorsque l'on utilise l'équation (11).

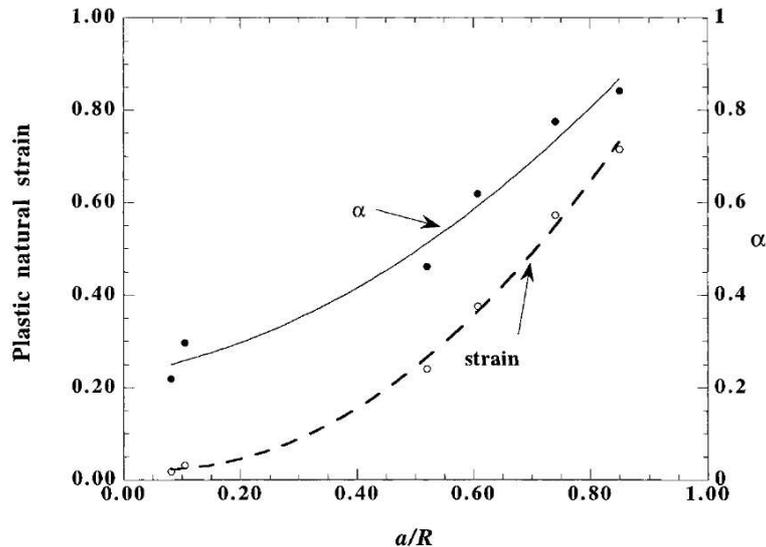


Figure 5: Variation de la déformation plastique maximale et de  $\alpha$ , défini dans l'éq. (7), en fonction de  $a/R$  Chaudhri [7]

Figure 5: Variation of the maximum plastic deformation and of  $\alpha$ , defined in eq. (7), versus  $a/R$  Chaudhri [7]

Des essais expérimentaux similaires sur du cuivre et de l'aluminium polycristallins recuits avaient aussi été effectués respectivement par Williams et O'Neill [13] et par Krupkowski [15]. Ceux-ci ont aussi trouvé que la déformation plastique maximale se situe le long de l'axe de symétrie de l'empreinte juste en dessous de la surface indentée, particulièrement pour des indentations de rapport  $a/R$  élevé. Williams et O'Neill n'avaient pas converti la valeur de microdureté en valeur de déformation plastique mais un examen de leurs résultats effectué par Chaudhri [6] montre que les valeurs de  $\varepsilon_{p,max}$  sont situées entre  $0,37a/R$  et  $0,8a/R$ . Il est intéressant de noter que des simulations numériques montrent aussi que la déformation plastique maximale ne se situe pas forcément au niveau du rayon de l'empreinte sphérique. Bartier et Hernot [12] ont montré, à partir de simulations par éléments finis d'indentations sphériques effectuées sur différents matériaux élastiques parfaitement plastiques, que la localisation de la déformation plastique maximale évolue en fonction de  $a/R$

et que pour des rapports  $a/R$  élevés, celle-ci se situe encore une fois le long de l'axe de symétrie de l'empreinte juste en dessous de la surface indentée. Des simulations numériques d'indentations sphériques, de rapports  $a/R$  compris entre 0,184 et 0,306, effectuées sur de l'acier SAE 4340 confirment encore une fois que la déformation plastique maximale se situe le long de l'axe de symétrie de l'empreinte juste en dessous de la surface indentée et qu'elle augmente de 0,075 à 0,2 lorsque  $a/R$  augmente de 0,184 à 0,306 [16].

La figure 5 montre qu'en prenant la déformation maximale mesurée comme déformation représentative, on ne retrouve plus une relation linéaire entre celle-ci et le rayon de contact  $a$ .

Afin de décrire l'évolution de la déformation plastique maximale en fonction de  $a/R$ , Chaudhri [6] propose la relation suivante :

$$\varepsilon_{p,\max} = \alpha \left( \frac{a}{R} \right) \text{ avec } \alpha_{a/R} = 0,228 + 0,212 \left( \frac{a}{R} \right) + 0,636 \left( \frac{a}{R} \right)^2 \text{ pour } 0,08 \leq a/R \leq 0,85 \quad (7)$$

Les conséquences de cette nouvelle définition de déformation représentative sur la valeur du facteur de confinement défini par les équations (2) et (4) ont été étudiées par Chaudhri. En posant  $C = P_m / \sigma(\varepsilon_{p,\max})$ , Chaudhri [6] trouve que le facteur de confinement est égal à :

$$C = \frac{1,318}{\left( \alpha_{a/R} \right)^{0,46}} \quad (8)$$

L'équation (8) montre que lorsque la déformation plastique maximale est utilisée comme déformation représentative, le facteur de confinement,  $C$ , n'est pas constant lorsque  $a/R$  varie mais décroît comme le montre la figure 6.

La principale conclusion du travail de Chaudhri est qu'il n'existe pas de constante universelle permettant de relier d'une part la déformation représentative,  $\varepsilon_R$ , au rapport  $a/R$  et d'autre part la pression moyenne d'indentation,  $P_m$ , à la contrainte représentative,  $\sigma_R$ , si la déformation plastique maximale,  $\varepsilon_{p,\max}$ , est utilisée comme déformation représentative d'indentation sphérique.

Comme pour les méthodes basées sur les déformations de Tabor [2] et Ahn et Kwon [3-5], la méthode de Chaudhri [6] consiste à construire la courbe d'écrouissage point par point en effectuant différents essais de dureté à différentes charges appliquées. Avec cette méthode, un point de la courbe d'écrouissage est obtenu en calculant la déformation avec l'équation (7) et la contrainte correspondante avec les équations (2) et (8).

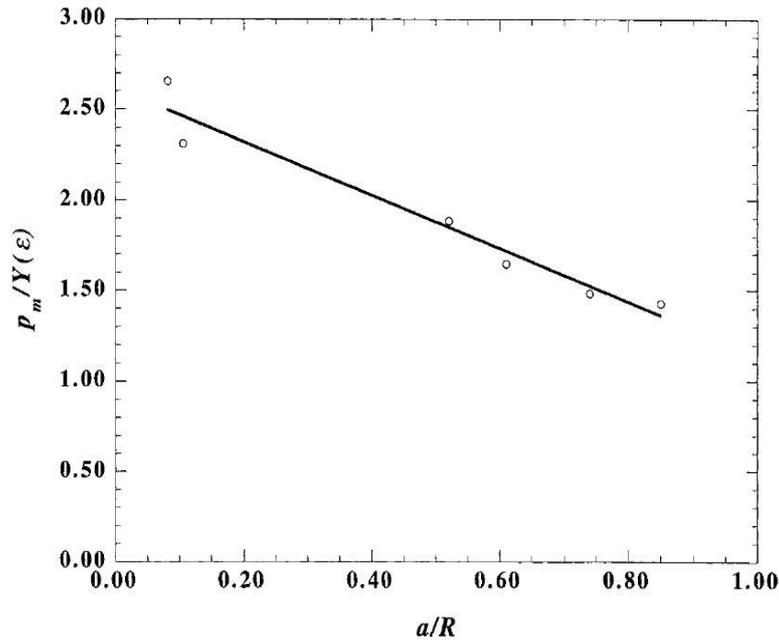


Figure 6 : Evolution du facteur de confinement en fonction de  $a/R$  pour l'indentation sphérique d'un cuivre [6]

Figure 6: Confinement factor evolution versus  $a/R$  for spherical indentation on a copper [6]

## 2 - Méthodes et déformations représentatives issues de grandeurs mesurées en indentation instrumentée

Le facteur de confinement ne semblant pas constant et la déformation représentative ne semblant pas universelle, de nombreuses études ont été menées afin d'obtenir de manière empirique, à partir de résultats de simulations par éléments finis, une relation permettant de déterminer une déformation représentative dépendant du matériau indenté et des grandeurs mesurées lors de l'essai d'indentation instrumentée (effort appliqué, rayon de contact, profondeur de pénétration, énergie...). Chaque nouvelle définition de déformation représentative proposée par les auteurs a généralement entraîné une nouvelle définition d'un paramètre, équivalent au facteur de confinement, permettant de relier la contrainte d'écoulement équivalente  $\sigma_R$  aux grandeurs mesurées en indentation.

Ces méthodes de détermination de la loi d'écrouissage du matériau diffèrent de celles basées sur la mesure de dureté "Meyer". En effet la loi d'écrouissage n'est plus construite en déterminant point par point les couples  $\sigma_R - \varepsilon_R$  mais obtenue à partir de la détermination des paramètres mécaniques de celle-ci. Ces méthodes nécessitent donc de faire l'hypothèse sur le modèle, ou la forme mathématique, suivi par la loi d'écrouissage du matériau à caractériser. Pour toutes les méthodes présentées ci-après [10, 17-23], le matériau est supposé avoir une loi d'écrouissage de type Hollomon (équation (1)).

En considérant le module de Young connu, la détermination de la limite d'élasticité et de l'exposant d'écrouissage du matériau suffit à approcher la loi d'écrouissage. Cette détermination s'effectue généralement par résolution d'un système de 2 équations obtenues pour 2 déformations et contraintes représentatives identifiées. Elle peut s'obtenir aussi en déterminant les valeurs de  $\sigma_y$  et  $n$  par minimisation de l'écart entre des grandeurs

mesurées (généralement la courbe  $F(h)$ ) et un modèle dépendant de ces paramètres mécaniques.

## 2.1- Méthode de Taljat *et al.*, 1998 [10]

L'idée de prendre une déformation plastique représentative de la zone indentée à un autre endroit que celui localisé au niveau du rayon de l'empreinte est attribuée à Taljat *et al.* [10] préalablement à Chaudhri. Deux déformations plastiques ont été choisies par Taljat *et al.* [10] afin de proposer des relations similaires aux équations (7) et (8) proposées par Chaudhri [6] : les déformations maximales et minimales situées sur la surface de contact entre l'indenteur et le matériau indenté. Sur la base de résultats de simulations par éléments finis d'indentations sphériques effectuées sur différents matériaux élastoplastiques ( $E/\sigma_y=500$ ,  $0 \leq n \leq 0,5$ ), de nouvelles relations entre les déformations plastiques "représentatives", les caractéristiques mécaniques du matériau indenté, le degré de pénétration de l'indenteur dans le matériau et les paramètres de l'indenteur sont obtenues :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{p, \max} &= \left( 0,5n + \frac{1,44}{\sqrt{n+0,1}} - 1,6 \right) \left( \frac{\sqrt{2Rh - h^2}}{R} \right) \\ \varepsilon_{p, \min} &= \left( 0,87n + \frac{1,47}{\sqrt{n+0,36}} - 2 \right) \left( \frac{\sqrt{2Rh - h^2}}{R} \right)^{(2,45 - 0,85n)} \end{aligned} \quad (9)$$

où  $h$  est la profondeur de pénétration de l'indenteur sphérique dans le matériau et  $n$  est l'exposant d'érouissage de la loi d'érouissage Hollomon du matériau indenté.

La nouveauté par rapport à la relation de Chaudhri (équation (7)) est que les deux déformations représentatives proposées par Taljat *et al.* [10] dépendent non seulement du degré de pénétration de l'indenteur dans le matériau mais aussi des caractéristiques mécaniques du matériau, ici  $n$ . Comme dans le cas de la proposition de Chaudhri, la définition d'une nouvelle déformation représentative entraîne une nouvelle définition du facteur de confinement :

$$\left. \begin{aligned} C_{\min \text{ ou } \max} &= \frac{P_m}{\sigma(\varepsilon_{p, \min} \text{ ou } \varepsilon_{p, \max})} \\ C_{\min} &= (3,65 - 4,30n^2 + 4,36n^3) \left( \frac{\sqrt{2Rh - h^2}}{R} \right)^{(-3,18n^2 + 2,89n^3)} \\ C_{\max} &= \max \left( -0,65 + \ln \left( \frac{4Eh}{\sqrt{2Rh - h^2} \sigma(\varepsilon_{p, \max})} \right); -0,81 + \frac{2}{\sqrt{n+0,2}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

L'examen des équations (9) montre que l'utilisation de la déformation plastique maximale mesurée au niveau de la surface de contact,  $\varepsilon_{p, \max}$ , conduit comme pour la déformation plastique maximale de la zone indentée (Chaudhri [6]) à des valeurs très élevées de cette déformation lorsque la profondeur de pénétration est importante :  $\varepsilon_{p, \max} \approx 0,55$

lorsque  $a/R = 0,5$  et  $n=0$ . On peut noter que de par les hypothèses prises lors des simulations numériques, ce modèle ne peut permettre de déterminer si le rapport entre le module d'élasticité et la limite d'élasticité du matériau,  $\sigma_y/E$  influence ou non les déformations représentatives.

## 2.2 - Méthode Lee *et al.* 2005 [17]

Pour Lee *et al.* [17], le choix de Taljat *et al.* [10] de prendre une déformation représentative située au niveau du contact entre le matériau indenté et la sphère n'est pas judicieux, car celle-ci dépend du coefficient de frottement entre ces deux matériaux. Les auteurs proposent donc une localisation de la déformation représentative située à une distance de la surface correspondant à 20 % du rayon de l'indenteur et à une distance de l'axe d'indentation correspondant à 0,8 fois le rayon de contact entre le matériau et l'indenteur.

Les auteurs montrent qu'en plus de ne pas avoir d'influence du coefficient de frottement sur la déformation représentative, la précision sur la valeur de la déformation représentative est grande à cet endroit puisque le gradient de cette déformation selon la direction radiale y est faible. De plus, le choix de cette déformation permet d'atteindre des valeurs de déformation représentative plus élevées que celles obtenues avec l'expression de Tabor [2].

L'expression analytique de la déformation représentative proposée par Lee *et al.* [17] est obtenue de manière totalement empirique à partir de résultats de simulations numériques par éléments finis. Dans ces travaux, les calculs par éléments finis ont été effectués pour des coefficients de frottement compris entre 0 et 1 et pour des matériaux de module de Poisson égal à 0,3, de module d'Young variant de 70 à 400 GPa, de limite d'élasticité variant de 200 à 800 MPa et d'exposant d'écrouissage variant de 0,02 à 1. Les simulations par éléments finis de l'indentation sphérique étant effectuées jusqu'à un rapport  $h/R$  égal à 0,12, toutes les expressions proposées par Lee *et al.* ne sont pas vérifiées pour  $h/R > 0,12$ . A partir de ces calculs par éléments finis les auteurs proposent d'exprimer la déformation représentative par :

$$\varepsilon_R = f_i^\varepsilon \left( \frac{\sigma_y}{E}, n \right) \left( \frac{h}{2R} \right)^i, f_i^\varepsilon \left( \frac{\sigma_y}{E}, n \right) = b_{ij} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) n^j, b_{ij} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) = \beta_{ijk} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right)^k \quad (11)$$

Avec  $i=0,1,2,3$ ;  $j=0,1,2,3,4$  et  $k=0,1,2,3$ . L'expression de cette déformation représentative fait donc intervenir 80 coefficients  $\beta_{ijk}$  et conduit à des valeurs de déformation représentative de l'ordre de 20 % lorsque le rapport  $h/R$  atteint la valeur 0,12.

La définition de cette nouvelle déformation représentative entraîne une nouvelle définition d'un paramètre,  $\psi$ , équivalent au facteur de confinement, tel que :

$$\psi = \frac{F}{4R^2\sigma_R} = f_i^\psi \left( \frac{\sigma_y}{E}, n \right) \left( \frac{h}{2R} \right)^i, f_i^\psi \left( \frac{\sigma_y}{E}, n \right) = c_{ij} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) n^j, c_{ij} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) = \gamma_{ijk} \left( \frac{\sigma_y}{E} \right)^k \quad (12)$$

Avec  $i=0,1,2,3$ ;  $j=0,1,2,3,4$  et  $k=0,1,2,3$  et où F est l'effort appliqué par l'indenteur sphérique sur le matériau indenté. Ici aussi, cette expression fait intervenir 80 coefficients  $\gamma_{ijk}$ .

On remarquera que l'évolution de  $\psi$  en fonction du degré de pénétration est totalement différente de celle du paramètre de confinement défini par Tabor (équations (2) et (4)) :  $\psi$  augmente en effet graduellement avec  $h/R$  et ne dépasse par la valeur de 0,6 lorsque  $h/R$  atteint la valeur 0,12.

Le modèle a été appliqué sur 64 courbes pseudo expérimentales et a conduit à une erreur moyenne de 3 % sur les paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  obtenus. On soulignera que ce modèle a l'inconvénient d'être défini uniquement pour un indenteur en carbure de tungstène.

### 2.3- Méthode de Cao et Lu, 2004 [18]

Afin de proposer une démarche un peu moins empirique pour déterminer une déformation représentative de l'indentation sphérique, Cao et Lu [18] proposent d'effectuer une analyse dimensionnelle de l'indentation sphérique en utilisant le théorème  $\Pi$  :

$$\frac{F}{\sigma_R h^2} = \Pi \left( \frac{E^*}{\sigma_R}, n, \frac{h}{R} \right) \quad \text{avec} \quad \frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_i^*} + \frac{1}{E_m^*} = \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_m^2}{E_m} \quad (13)$$

où  $i$  et  $m$  sont les indices respectivement pour l'indenteur et pour le matériau testé.

Cette relation, valable pour un coefficient de frottement donné, peut être simplifiée si l'on fixe le rapport entre la profondeur de pénétration et le rayon de l'indenteur,  $h/R$  à une valeur donnée  $h_g/R$  :

$$\frac{F}{\sigma_R h_g^2} = \Pi \left( \frac{E^*}{\sigma_R}, n \right) \quad (14)$$

En s'inspirant des travaux de Dao *et al.* [19] effectués sur l'indentation conique, Cao et Lu [18] proposent de définir la déformation représentative de l'indentation sphérique comme étant une déformation permettant d'obtenir une fonction  $\Pi$  indépendante de l'exposant d'écrouissage du matériau indenté :

$$\frac{F}{\sigma_R h_g^2} = \Pi_1 \left( \frac{E^*}{\sigma_R} \right) \quad (15)$$

De manière empirique, Cao et Lu [18] obtiennent une déformation représentative de la forme suivante :

$$\varepsilon_R = 0,00939 + 0,435 \frac{h_g}{R} - 1,106 \left( \frac{h_g}{R} \right)^2 \quad (16)$$

Pour cette déformation représentative, la fonction  $\Pi$  n'est plus dépendante de l'exposant d'écrouissage  $n$  et peut s'écrire :

$$\Pi_1 \left( \frac{E^*}{\sigma_r} \right) = C_1 \ln^3 \left( \frac{E^*}{\sigma_r} \right) + C_2 \ln^2 \left( \frac{E^*}{\sigma_r} \right) + C_3 \ln \left( \frac{E^*}{\sigma_r} \right) + C_4 \quad (17)$$

avec les coefficients  $C_i$  fonctions du rapport  $\frac{h_g}{R}$ .

Par cette technique, ils démontrent la possibilité d'identifier la limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage en utilisant deux points de la courbe de chargement situés entre

$h_g/R=0,01$  et  $h_g/R=0,1$  dans la gamme de matériaux ( $65 < E/\sigma_y < 700$  ;  $0 < n < 0,5$ ). Cette méthode est appliquée sur 4 courbes pseudo-expérimentales, issues de simulations numériques, et permet d'obtenir une erreur inférieure à 10% sur la limite d'élasticité et supérieure à 30 % sur l'exposant d'écrouissage.

On soulignera que la déformation représentative définie par Cao et Lu ne correspond pas à une déformation plastique mais à la déformation totale moins la déformation obtenue lors de l'écoulement plastique du matériau, donnée par  $\varepsilon_0 = \sigma_y/E$ . On remarquera aussi que l'équation (16) conduit à des valeurs de déformations représentatives beaucoup plus faibles que celles obtenues par les formulations des Tabor [2], Chaudhri [6], Taljat *et al.* [10] ou encore Lee *et al.* [17] puisque  $\varepsilon_R$  ne dépasse pas la valeur de 0,045 lorsque  $h_g/R=0,1$ ,  $\varepsilon_R$  étant de l'ordre de 0,013 lorsque  $h_g/R=0,01$ . L'écart entre ces deux déformations représentatives est relativement faible et peut conduire, lorsqu'une erreur sur la profondeur de pénétration mesurée n'est pas négligeable, à une imprécision des paramètres mécaniques identifiés ( $\sigma_y$  et  $n$ ) à partir de ces deux valeurs de déformation et à l'aide des équations (15) et (17).

## 2.4 - Méthode de Zhao *et al.*, 2006 [20]

En 2006, Zhao *et al.* [20] montrent que les travaux de Cao et Lu [18] ont été effectués sur une gamme de matériaux trop réduite qui ne permet pas d'englober tous les matériaux utilisés dans l'industrie. En effet, de par la gamme de matériaux choisie par Cao et Lu (voir plus haut), les matériaux tels que l'or ( $E/\sigma_y = 2050$ ), l'argent ( $E/\sigma_y = 1382$ ), le cuivre ( $E/\sigma_y = 2067$ ), l'aluminium ( $E/\sigma_y = 1725$ ), le laiton et ses alliages ( $E/\sigma_y = 911-7571$ ), et l'acier doux ( $E/\sigma_y = 909$ ) ne font pas partie des matériaux étudiés.

Une autre critique du modèle de Cao et Lu avancée par Zhao *et al.* est que compte tenu des matériaux choisis, il est difficile d'avoir la certitude que la déformation représentative proposée par Cao et Lu [18] permette d'avoir une fonction indépendante de l'exposant d'écrouissage pour les matériaux d'exposant d'écrouissage élevée. Un examen de la figure 7 proposée par Cao et Lu montre en effet que l'étendue du rapport  $E^*/\sigma_R$  et donc de la fonction  $\Pi_1$  définie par l'équation (15) est beaucoup moins élevée lorsque  $n = 0,5$  que celle obtenue pour  $n = 0$  (figure 7).

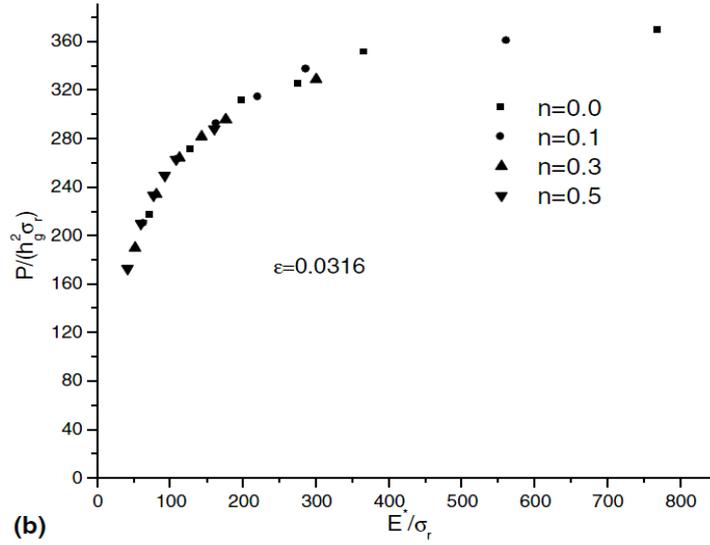


Figure 7 : Evolution du rapport  $F/(\sigma_R h_g^2)$  en fonction de  $E^*/\sigma_R$  obtenue pour un rapport  $h_g/R=0,06$  et une déformation représentative  $\varepsilon_R = 0,0316$  [18]

Figure 7: Evolution of  $F/(\sigma_R h_g^2)$  versus  $E^*/\sigma_R$  obtained for  $h_g/R = 0.06$  and a representative strain  $\varepsilon_R = 0.0316$  [18]

Puisqu'ils considèrent qu'il n'est pas possible d'obtenir une fonction  $\Pi$  indépendante de l'exposant d'écroutissage quelle que soit la déformation représentative choisie, Zhao *et al.* [20], proposent les deux fonctions  $\Pi$  (dépendantes de  $n$ ) suivantes pour deux rapports  $h_g/R$  différents :

$$\frac{F}{\sigma_{R1} h_{g1}^2} = \Pi_1 \left( \frac{E^*}{\sigma_{R1}}, n \right) = h_1 \left( \frac{E^*}{\sigma_{R1}} \right) g k_1(n) \quad (18)$$

$$\frac{F}{\sigma_{R2} h_{g2}^2} = \Pi_2 \left( \frac{E^*}{\sigma_{R2}}, n \right) = h_2 \left( \frac{E^*}{\sigma_{R2}} \right) g k_2(n)$$

Dans l'équation (18)  $\sigma_{R1}$  est la contrainte correspondant à la déformation représentative  $\varepsilon_{R1} = 0,0374$  obtenue pour un rapport  $h_{g1}/R = 0,13$  et  $\sigma_{R2}$  est la contrainte correspondant à la déformation représentative  $\varepsilon_{R2} = 0,0674$  obtenue pour un rapport  $h_{g2}/R = 0,3$ . Ces valeurs de déformation représentative correspondent à des déformations plastiques et sont déterminées de manière empirique afin d'obtenir une influence minimale de  $n$  sur les fonctions  $\Pi_1$  et  $\Pi_2$  de l'équation (18). Dans cette équation,  $h_1$  et  $h_2$  sont des fonctions polynomiales dépendantes du logarithme népérien de  $E^*/\sigma_R$  et  $k_1$  et  $k_2$  sont des fonctions polynomiales dépendantes de l'exposant d'écroutissage  $n$ . Ces fonctions, déterminées de manière empirique pour un indenteur sphérique rigide et un coefficient de frottement égal à 0,1, sont valables pour des matériaux compris dans la gamme  $2 < E^*/\sigma_R < 3000$ ;  $0 < n < 0,6$ . Le choix d'un rapport  $h_{g2}/R$  maximal élevé (égal à 0,3) permet d'après les auteurs d'améliorer la précision de la valeur de la déformation représentative obtenue et de diminuer l'effet des gradients de déformation obtenus dans le matériau indenté lors de l'indentation sphérique. Aucune justification plus précise et complète n'est donnée par les auteurs quant à ce choix. On remarquera que le fait

de choisir un rapport  $h_{g2}/R$  égal à 0,3 n'a pas pour conséquence l'obtention d'une valeur de déformation représentative élevée ( $\epsilon_{R2} = 0,0674$ ). Comme pour Cao et Lu [18], l'écart entre cette déformation représentative et celle obtenue lorsque  $h_{g1}/R = 0,13$  est relativement faible et peut conduire à une imprécision des paramètres mécaniques  $\sigma_y$  et  $n$  identifiés à partir de ces deux valeurs de déformation (à l'aide de l'équation (18)) lorsqu'une erreur sur la profondeur de pénétration mesurée n'est pas négligeable. D'après les auteurs, la résolution de l'équation (17) permet d'obtenir des valeurs de limites d'élasticité et de coefficients d'écrouissage, avec une erreur moyenne de l'ordre de 10%. Comme Lee *et al.* [17] et Cao et Lu [18], ils ne donnent pas d'application expérimentale.

## 2.5 - Méthode de Cao *et al.*, 2007 [21]

En 2007, Cao *et al.* [21] ont à leur tour critiqué le modèle de Zhao *et al.* [20] et ont présenté un travail dans lequel des expressions semblables aux équations (15) et (17) sont proposées pour une gamme de matériaux plus étendue, avec le module de Poisson fixé à 0,3, et des valeurs de rapports  $h_g/R$  différents (tableau 2).

Ratio of $h/R$	Ratio of $E/\sigma_y$			
	$n = 0.0$	$n = 0.1$	$n = 0.3$	$n = 0.5$
$\lambda = 0.15$	Max = 3000 Min = 8.91	Max = 3500 Min = 10	Max = 20000 Min = 10	Max = 200000 Min = 12.5
$\lambda = 0.03$	Max = 3000 Min = 14.29	Max = 3500 Min = 14.29	Max = 20000 Min = 22.22	Max = 200000 Min = 20

Tableau 2 : Gamme de matériaux étudiés par Cao *et al.* [21]  
Table 2: The property range used by the analysis of Cao *et al.* [21]

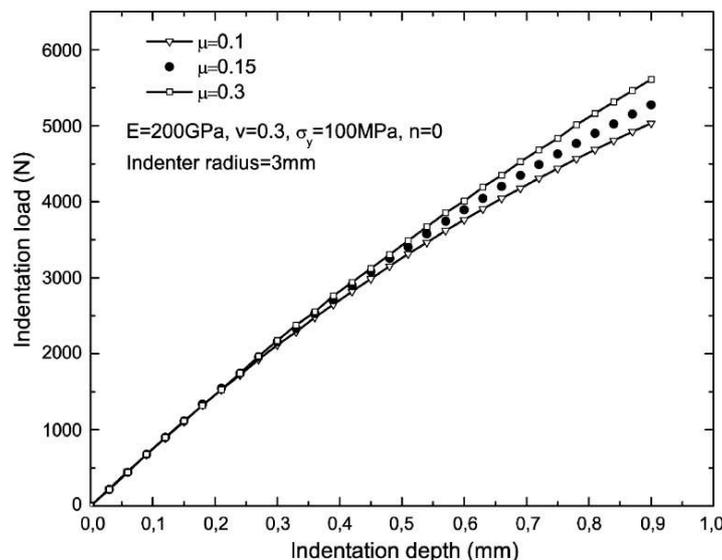


Figure 8 : Effet du frottement sur l'indentation sphérique de matériaux non écrouissables [21]  
Figure 8: Effect of friction on the spherical indentation of elastic perfectly plastic materials [21]

La critique de Cao *et al.* [21] sur le travail de Zhao *et al.* [20] porte sur le choix du rapport  $h_{g2}/R = 0,3$  très élevé. Lorsque le rapport entre la profondeur de pénétration et le rayon de l'indenteur sphérique dépasse une valeur d'environ 0,1-0,15 (valeur dépendante de l'exposant d'écrouissage et donc du bourrelet formé), le coefficient de frottement entre l'indenteur et le matériau a une influence non négligeable sur la forme de la courbe d'indentation  $F(h)$  obtenue (figure 8). Les valeurs de  $\varepsilon_{R2} = 0,0674$  et  $\Pi_2$  déterminées par Zhao *et al.* ne peuvent donc être utilisées lorsque le coefficient de frottement est différent de 0,1. Afin de limiter l'influence du frottement sur les formulations proposées pour  $h_{g2}/R$  et d'avoir un écart suffisamment important entre les rapports  $h_{g1}/R$  et  $h_{g2}/R$  (et donc  $\varepsilon_{R1}$  et  $\varepsilon_{R2}$ ) Cao *et al.* [21] choisissent de fixer  $h_{g1}/R$  à la valeur de 0,03 et  $h_{g2}/R$  à 0,15. On peut souligner que le fait de choisir un rapport  $h_{g2}/R$  de 0,15 ne permet pas d'éliminer totalement l'influence du frottement sur les résultats (figure 8).

Quatre déformations représentatives ont été proposées par Cao *et al.* [21] pour chaque rapport  $h_g/R$  choisi :

- une déformation représentative,  $\varepsilon_R^1$ , correspondant à la déformation totale moins la déformation obtenue lors de l'écoulement plastique du matériau, *i.e.*  $\varepsilon_0 = \sigma_y/E$ , dépendante du rapport entre les énergies élastique et totale  $W_e/W_t$ , et déterminée empiriquement afin que la fonction adimensionnelle  $\Pi$  ne dépende que de ce rapport  $W_e/W_t$  quel que soit l'exposant d'écrouissage du matériau choisi.

- une déformation représentative,  $\varepsilon_R^2$ , correspondant à la déformation plastique, dépendante du rapport entre les énergies élastique et totale  $W_e/W_t$  et déterminée empiriquement afin que la fonction adimensionnelle  $\Pi$  ne dépende que de ce rapport  $W_e/W_t$  quel que soit l'exposant d'écrouissage du matériau choisi.

- une déformation représentative,  $\varepsilon_R^3$ , correspondant à la déformation totale moins la déformation obtenue lors de l'écoulement plastique du matériau, *i.e.*  $\varepsilon_0 = \sigma_y/E$ , dépendante du rapport  $F_g/(h_g^2 E^*)$  et déterminée empiriquement afin que la fonction adimensionnelle  $\Pi$  ne dépende que de ce rapport  $F_g/(h_g^2 E^*)$  quel que soit l'exposant d'écrouissage du matériau choisi.

- une déformation représentative,  $\varepsilon_R^4$ , correspondant à la déformation plastique, dépendante du rapport  $F_g/(h_g^2 E^*)$  et déterminée empiriquement afin que la fonction adimensionnelle  $\Pi$  ne dépende que de ce rapport  $F_g/(h_g^2 E^*)$  quel que soit l'exposant d'écrouissage du matériau choisi.

Si l'on examine les valeurs des déformations représentatives  $\varepsilon_R^1$ ,  $\varepsilon_R^2$ ,  $\varepsilon_R^3$  et  $\varepsilon_R^4$  obtenues par les différentes équations proposées, on observe qu'elles ne sont pas très élevées par rapport à celles obtenues avec le modèle de Cao et Lu de 2004 [18]. Si l'on considère un matériau déformé dans le domaine "purent" plastique, *c.à.d.*  $W_e/W_t$ , l'examen des équations proposées montre que  $\varepsilon_R^1$  et  $\varepsilon_R^2$  sont situées autour des valeurs de l'ordre de 0,0144 et 0,04 pour des valeurs de  $h/R$  respectivement égales à 0,03 et 0,15. Pour un indenteur de

rayon  $R = 0,5$  mm, un matériau de rapport  $E/\sigma_y = 500$  et d'exposant d'érouissage  $n = 0,1$ ,  $\epsilon_R^3$  est égal à 0,0189 et 0,044 lorsque  $h/R$  est respectivement égal à 0,03 et 0,15. Pour les mêmes conditions,  $\epsilon_R^4$  est égal à 0,0162 et 0,041 lorsque  $h/R$  est respectivement égal 0,03 et 0,15. Ces différentes valeurs de déformation représentatives sont données dans le tableau 3 ci-dessous pour deux valeurs de  $h_g/R$ .

$h_g/R$	$\epsilon_R^1$	$\epsilon_R^2$	$\epsilon_R^3$	$\epsilon_R^4$
0,03	0,0144	0,0144	0,0189	0,0162
0,015	0,04	0,04	0,0441	0,041

Tableau 3 : Valeur des quatre déformations représentatives  $\epsilon_R^1$ ,  $\epsilon_R^2$ ,  $\epsilon_R^3$  et  $\epsilon_R^4$  pour différentes valeurs de  $h_g/R$

Table 3: The value of representative strain  $\epsilon_R^1$ ,  $\epsilon_R^2$ ,  $\epsilon_R^3$  et  $\epsilon_R^4$  for different values of  $h_g/R$

La même conclusion que celle émise sur les modèles de Cao et Lu [18] et Zhao *et al.* [20] peut être formulée : une imprécision des paramètres mécaniques  $\sigma_y$  et  $n$  identifiés à partir des déformations représentatives proposées peut exister lorsque par exemple une erreur sur la profondeur de pénétration mesurée n'est pas négligeable.

Leurs méthodes basées sur les quatre déformations représentatives proposées permettent toutefois d'obtenir de très bonnes estimations des paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  de la loi d'Hollomon pour 9 pseudo-matériaux. Des erreurs inférieures à 7% sont obtenues lors de l'identification de  $\sigma_y$  et, si l'on excepte les matériaux parfaitement plastiques, moins de 13,4% d'erreur est obtenu pour  $n$ .

## 2.6 - Méthode Lee *et al.* 2010 [22]

De la même manière que Cao, Lee *et al.* [22] ont proposé en 2010 une amélioration de leur procédure de caractérisation mécanique par indentation préalablement proposée en 2005 [17]. Comme Cao *et al.* [21], Lee *et al.* [22] se sont aperçus qu'il était préférable d'augmenter le rapport  $h_{max}/R$  afin d'améliorer la précision de l'identification de  $\sigma_y$  et  $n$ . A titre d'exemple, les auteurs montrent que deux courbes d'indentation obtenues pour deux matériaux différents peuvent se superposer jusqu'à un rapport  $h_{max}/R$  égal à 0,12 et se séparer pour des rapports  $h/R$  plus grands (figure 9).

Le rapport  $h_{max}/R$  ayant été fixé à 0,12 dans l'article de 2005, ils proposent, en choisissant la même méthode de détermination de la déformation représentative (voir plus haut), les mêmes types d'équations que celles proposées en 2005 (équations (11) et (12)) mais pour un rapport  $h_{max}/R$  beaucoup plus grand de 0,4. Les 64 résultats d'identification obtenus avec leur méthode, pour des matériaux compris dans la gamme  $25 < E/\sigma_y < 1000$  ;  $0,08 < n < 0,2$ , montrent que les erreurs sur les valeurs de  $\sigma_y$  et  $n$  sont respectivement inférieures à 7,2 % et 8,9 %. Le modèle ayant été proposé à partir d'essais numériques effectués avec un indenteur en carbure de Tungstène, les auteurs montrent également que leur méthode reste précise dans le cas d'un indenteur en diamant.

Deux principales critiques peuvent être émises par rapport à leurs travaux.

La première porte sur la justification d'effectuer des essais d'indentation jusqu'à des profondeurs de pénétration élevées ( $h_{max}/R = 0,4$ ) afin d'être certain de l'unicité de la solution obtenue. Si l'on se réfère à la figure 9, on observe en effet que les courbes d'indentation obtenues pour les matériaux de caractéristiques  $E/\sigma_y = 333$ ;  $n = 0,2$  et  $E/\sigma_y = 250$ ;  $n = 0,1$  sont quasiment superposées jusqu'à  $h/R = 0,12$  et se séparent ensuite. D'après les auteurs, il est donc nécessaire que  $h/R$  soit supérieur à 0,12 pour lever le problème d'unicité. En se basant sur des résultats très semblables à ceux de Lee *et al.* [22] (figure 10), l'idée de prendre des rapports  $h/R$  élevés avait été préalablement avancée par Chen *et al.* [23] afin de distinguer par indentation des matériaux appelés "énigmatiques" par les auteurs.

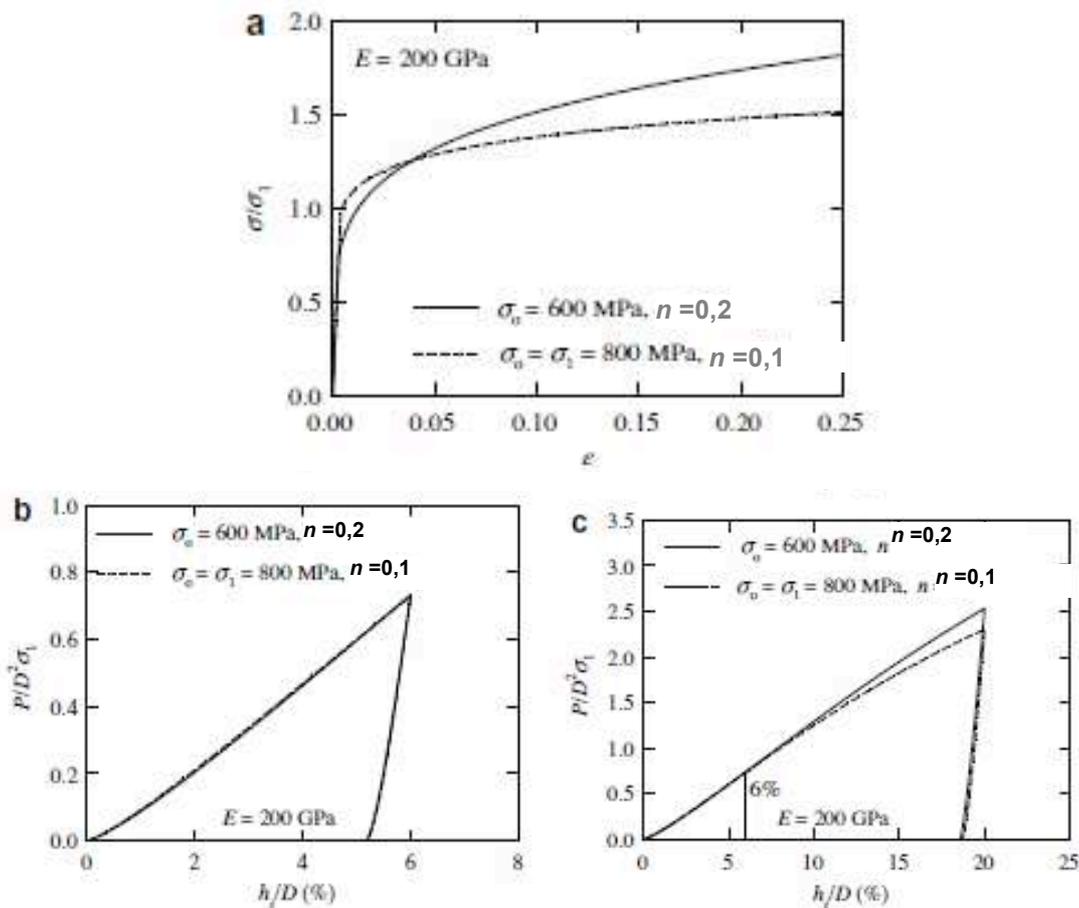


Figure 9 : Deux lois d'écrouissages différentes donnant des courbes d'indentation qui se superposent jusqu'à  $h/R = 0,12$  [22]

Figure 9: Two different work hardening laws giving indentation curves superimposed to  $h/R = 0,12$  [22]

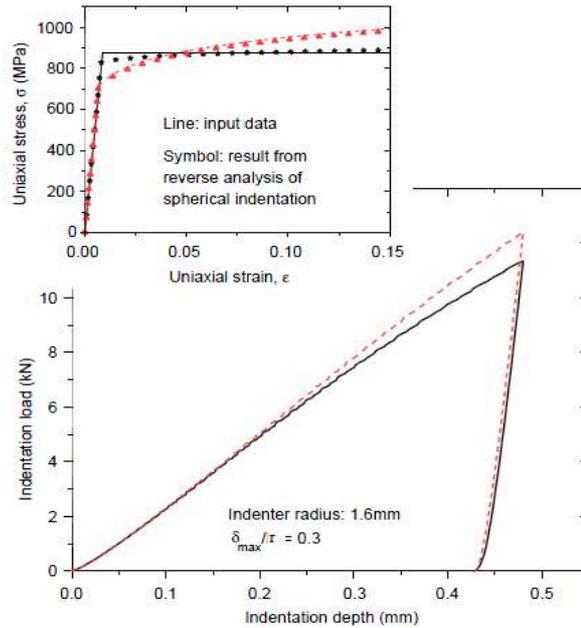


Figure 10 : Un couple de matériaux "énigmatiques". Trait continu:  $E/\sigma_y = 114,6$ ;  $n = 0$ ; trait en pointillé :  $E/\sigma_y = 145$  ;  $n = 0,1066$ , d'après Chen *et al.* [23].  
 Figure 10 : A pair of special materials with indistinguishable loading and unloading curves: the solid :  $E/\sigma_y = 114.6$ ;  $n = 0$ ; and the dash curve :  $E/\sigma_y = 145$  ;  $n = 0.1066$ , according to Chen *et al.* [23]

Cependant si l'on se réfère par exemple aux résultats de Lee *et al.* [22], rien n'indique qu'il n'existe pas un troisième matériau qui permette d'avoir une courbe d'indentation quasiment superposée à celle obtenue pour le matériau  $E/\sigma_y = 333$  ;  $n = 0,2$  jusqu'à la profondeur de pénétration préconisée par les auteurs et égale à  $0,4R$  (figure 9). De plus, en reprenant les calculs, Brammer [24] a montré que l'écart relatif entre les courbes n'est pas nul pour de faibles pénétrations (figure 11). Ce résultat indique aussi que les matériaux dits "énigmatiques" peuvent donc être distinguables même pour des profondeurs de pénétration faibles à condition d'une précision correcte des mesures à ces niveaux de profondeurs de pénétration.

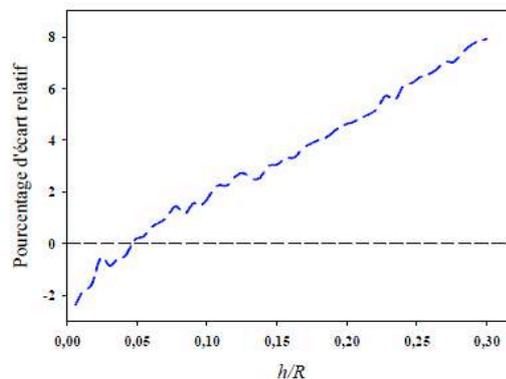


Figure 11 : Evolution en fonction de la profondeur de pénétration de l'écart relatif entre les courbes montrées sur la figure 10 [24].  
 Figure 11: Gap between the 2 curves given in figure 10 [24]

La deuxième critique, plus grave, porte sur le choix du coefficient de frottement utilisé lors des simulations numériques. Comme Cao *et al.* [21], Lee *et al.* [22] ont observé que le coefficient avait une influence non négligeable lorsque les profondeurs de pénétration dépassent environ  $0,1R$  (figure 12).

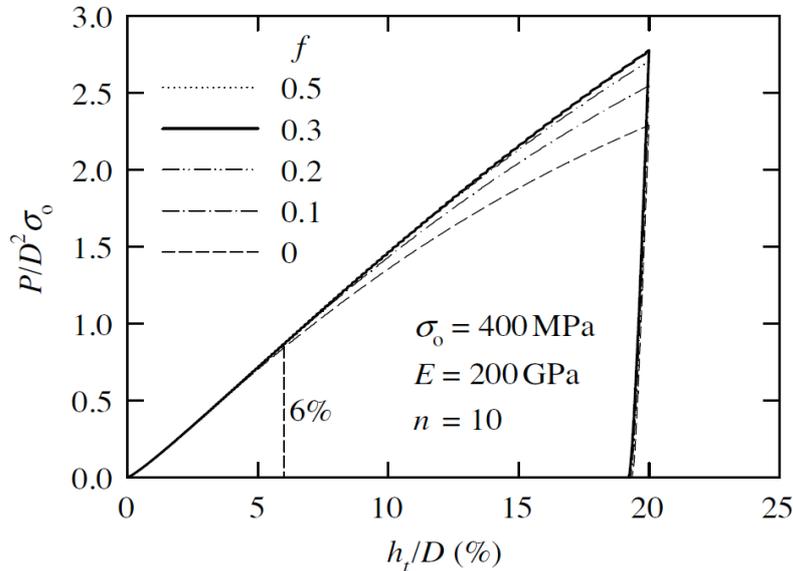


Figure 12 : Influence du coefficient de frottement sur les courbes d'indentation [22]  
Figure 12: Influence of friction on the indentation curves [22]

Si l'on observe la figure 12, on remarque que le coefficient de frottement a une influence élevée sur la courbe d'indentation lorsque celui-ci est compris entre 0 et 0,3. Si l'on choisit des valeurs de coefficients de frottement comprises entre 0,3 et 0,5, l'influence du frottement devient négligeable. Cette observation et la nécessité de prendre une profondeur de pénétration maximale élevée pour améliorer la robustesse de l'identification des paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  par indentation sphérique a poussé les auteurs à prendre une valeur de coefficient de frottement égale à 0,3. D'après les auteurs, cette valeur peut être choisie car elle se situe dans l'intervalle 0,1-0,4 généralement obtenu lors du contact entre métaux. Ce choix est critiquable car pour de nombreux contacts rencontrés en industrie, le coefficient de frottement est plutôt situé entre 0,1 et 0,15, ce qui veut dire que pour ces contacts, le modèle proposé par Lee *et al.* [22] n'est pas valable.

## 2.7 - Modèle d'Ogasawara *et al.* [25]

Le choix d'Ogasawara *et al.* en 2009 [25] a été de prendre à la fois un coefficient de frottement de 0,15, proche de ce que l'on obtient généralement au niveau du contact entre un indenteur en carbure de tungstène et de l'acier, et des profondeurs de pénétration élevées afin de rendre plus robuste l'identification des paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  par indentation sphérique. En s'inspirant des travaux de Cao et Lu [18], ils proposent de trouver une déformation représentative permettant de rendre le plus simple possible la relation entre l'énergie, correspondant à l'aire sous la courbe d'indentation mesurée pour une profondeur de pénétration donnée, le rayon de l'indenteur et les paramètres mécaniques du matériau indenté ( $E$ ,  $\nu$ ,  $\sigma_y$  et  $n$ ).

Cette déformation représentative, correspond à une déformation plastique, et est uniquement fonction de la pénétration adimensionnelle  $h/R$  qui doit être comprise entre 0,1 et 0,3 :

$$\varepsilon_R = 0,033 \frac{h}{R} + 0,00616 \quad (19)$$

Par l'intermédiaire de la loi d'érouissage de type Hollomon du matériau, cette déformation représentative est reliée au travail total d'indentation  $W_t$  et aux propriétés élastoplastiques du matériau indenté par la relation :

$$\frac{W_t}{h^3 \sigma_R (1+sn)} = \left( \frac{1}{m_e \frac{E_m^*}{\sigma_R (1+sn)}} + \frac{1}{m_p} \right)^{-1} \quad (20)$$

où

-  $s$  est un paramètre appelé "sphere factor" qui représente l'effet de l'exposant d'érouissage  $n$ . Il est exprimé en fonction de la pénétration adimensionnelle  $h/R$  par la relation :

$$s = -5,31 \left( \frac{h}{R} \right)^2 + 4,02 \frac{h}{R} + 0,604 \quad (21)$$

-  $m_e$  et  $m_p$ , sont appelés respectivement "elastic limit" et "plastic limit" et représentent respectivement la limite du comportement des matériaux élastiques ( $E_m^*/\sigma_R \rightarrow 0$ ) et des matériaux rigides plastiques ( $E_m^*/\sigma_R \rightarrow \infty$ ). Ils sont exprimés en fonction de la pénétration adimensionnelle  $h/R$  par les relations :

$$m_e = \frac{8}{15} \sqrt{\frac{R}{h}} \quad (22)$$

$$m_p = 13,27 \frac{R}{h} - 7$$

Ce modèle a été établi principalement de manière empirique à partir de simulations effectuées avec un indenteur rigide et des matériaux de propriétés élastoplastiques dans la gamme ( $3 < E_m^*/\sigma_R < 6000$  ;  $0 < n < 0,5$ ). La résolution de l'équation (20) pour des rapports  $h/R = 0,1$  et  $h/R = 0,3$  permet d'obtenir avec ce modèle, une erreur de l'ordre de 5% sur les paramètres de la loi d'Hollomon pour 5 courbes pseudo expérimentales.

Comme dans le cas des modèles de Cao et Lu [18], Zhao *et al.* [20], Cao *et al.* [21], l'équation (20) conduit à des déformations extrêmement faibles. Pour un rapport  $h/R=0,1$ ,  $\varepsilon_R = 0,00946$  et pour  $h/R = 0,3$ ,  $\varepsilon_R = 0,01606$ . L'écart entre ces déformations représentatives étant très faible, on peut donc conclure que, comme pour les modèles précédemment cités, ces valeurs de déformations représentatives peuvent conduire à une imprécision des paramètres mécaniques identifiés ( $\sigma_y$  et  $n$ ) à partir de ces deux valeurs de déformation, à l'aide des équations (19)-(22), lorsqu'une erreur sur la profondeur de pénétration mesurée n'est pas négligeable.

## Conclusion

Cette revue bibliographique rappelle les études qui se basent sur une définition de déformation représentative en indentation sphérique.

Une première famille regroupe les méthodes basées sur la mesure de dureté Meyer. L'intérêt de ces méthodes est qu'elles permettent de construire une loi d'érouissage quelconque, puisqu'aucune hypothèse n'est prise sur la forme mathématique de la loi d'érouissage. Ces méthodes sont basées sur la détermination d'une valeur de déformation représentative. Il apparaît, d'après les différents travaux présentés précédemment qu'il est d'une part difficile d'attribuer un sens physique à cette déformation représentative et que d'autre part il n'existe pas de constante universelle permettant de relier la déformation représentative,  $\varepsilon_R$ , au rapport  $a/R$ . Ces méthodes reposent aussi sur la détermination du facteur de confinement reliant la pression moyenne d'indentation,  $P_m$ , à la contrainte représentative,  $\sigma_R$ . Les différents travaux sur l'indentation sphérique [8-13] montrent aussi qu'il n'existe pas une valeur universelle du facteur de confinement. Les nombreux résultats expérimentaux [8, 9] et numériques [10-12] indiquent en effet que  $C$  dépend non seulement du matériau [8-12] mais aussi du régime de déformation de l'indentation sphérique [11-13].

Une seconde famille regroupe des méthodes conduisant à la détermination des paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  de la loi d'érouissage d'Hollomon. Le modèle de Taljat *et al.* [21] nécessite la connaissance de la profondeur de pénétration,  $h$ , du rayon de contact,  $a$ , et de l'effort  $F$  appliqué sur le matériau testé par l'indenteur sphérique. Toutes les autres méthodes présentées permettent de déterminer  $\sigma_y$  et  $n$  à partir de la seule courbe d'indentation  $F-h$  [17-25]. La méthode de détermination de la valeur de la déformation représentative permet aussi de différencier les modèles proposés. Les modèles de Taljat *et al.* [10] ainsi que les modèles de Lee *et al.* [17, 22] sont basés sur la mesure d'une déformation représentative à un endroit particulier de la zone indentée. Pour tous les autres modèles, la déformation représentative est obtenue à partir de la formulation mathématique mise en place par les différents chercheurs [18-21, 23, 25] et n'a donc aucun sens physique. On constate que, lorsque la déformation représentative est obtenue à partir d'une formulation mathématique permettant de relier la courbe d'indentation  $F-h$ , les paramètres géométriques et élastiques de l'indenteur et les caractéristiques  $E$ ,  $\sigma_y$  et  $n$  du matériau indenté, toutes les méthodes conduisent à des valeurs de déformation représentatives extrêmement faibles. Pour des profondeurs de pénétration très élevées, c.à.d.  $h/R = 0,3$ , la déformation représentative ne dépasse pas une valeur de l'ordre de 7%. Comme il a été de nombreuses fois mentionné précédemment, l'écart entre cette déformation représentative et celle obtenue pour la profondeur de pénétration la plus basse est relativement faible et peut conduire à une imprécision des paramètres mécaniques  $\sigma_y$  et  $n$  identifiés à partir de ces deux valeurs de déformation lorsque par exemple une erreur sur la profondeur de pénétration mesurée n'est pas négligeable. Dans le cas où la loi d'érouissage ne suit pas la loi d'Hollomon, ces méthodes peuvent aussi conduire à des valeurs de  $\sigma_y$  et  $n$  erronées et à des imprécisions importantes sur les valeurs de contraintes obtenues pour des valeurs de déformation situées en dehors de l'intervalle défini par les déformations représentatives minimale et maximale

## Références

- [1] Hollomon J., Tensile deformation, Trans. *AIME* (162) 268, (1945).

- [2] Tabor D. *The Hardness of Metals*. Oxford University Press, London, (1951).
- [3] Ahn J.-H., Kwon D., Derivation of plastic stress–strain relationship from ball indentations : Examination of strain definition and pileup effect. *J. Mater. Res.*, Vol. 16, No. 11, 3170. (2001).
- [4] Jeon E.-C., Baik M.-K., Kim S.-H., Lee B.-W., Kwon D., Determining Representative Stress and Representative Strain in Deriving Indentation Flow Curves Based on Finite Element Analysis. *Key Engineering Material*, Vol. 297–300, 2152. (2005).
- [5] Jeon E.-C., Kim J.-Y., Baik M.-K., Kim S.-H., Park J.-S. Kwon D., Optimum definition of true strain beneath a spherical indenter for deriving indentation flow curves. *Mater. Sci. Eng. A* 419, 196. (2006).
- [6] Chaudhri M. M., Subsurface plastic strain distribution around spherical indentations in metals. *Phil. Mag. A* 74, 1213. (1996).
- [7] Chaudhri M. M., Strain Hardening around Spherical Indentations. *Phys. Stat. Sol. (a)* 182, 641. (2000).
- [8] Matthews, J.R., Indentation hardness and hot pressing. *Acta Mat.* 28, 311. (1980)
- [9] Sundararajan G., Tirupataiah Y., The hardness-flow stress correlation in metallic materials. *Bull. of Mater. Sci.*, Vol. 17, N° 6, 747. (1994).
- [10] Taljat B., Zacharia T., Kosel F., New analytical procedure to determine stress–strain curve from spherical indentation data. *Int. J. Solids and Struct.*, Vol. 33, N° 33, 4411. (1998).
- [11] Park, Y.-J., Pharr, G.M., Nanoindentation with spherical indenters: finite element studies of deformation in the elastic-plastic transition regime. *Thin Solid Films* 447-448 (30), 246. (2004).
- [12] Bartier O., Hernot X., Etude des régimes de déformation de matériaux élastiques parfaitement plastiques au cours de l'indentation parabolique et sphérique. *Mater. Tech.* 96, 20. (2009).
- [13] Mesarovic D.-J., Fleck, N.-A., Spherical indentation of elastic-plastic solids. *Proc. R. Soc. Lond. A* 455, 2707. (1999).
- [14] Williams G. H., O' Neill H., *J. Iron Steel Inst.* 182, 266 (1956).
- [15] Krupkowski A., *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett. A* 1, 269 (1951).
- [16] Lee C. H., Masaki S., Kobayashi S., Analysis of ball indentation, *Int. J. Mech. Sci.* 14, 417 (1972).
- [17] Lee H., Lee J.H., Pharr G.M, A numerical approach to spherical indentation techniques for material property evaluation. *J. Mec. Phy. Sol.* 53 (9) 2037. (2005).
- [18] Cao Y. P., Lu J., A new method to extract the plastic properties of metal materials from an instrumented spherical indentation loading curve. *Acta Mater.* 52, 4023. (2004).
- [19] Dao M., Chollacoop N., Van Vliet K.J., Venkatseh T.A., Suresh S., Computational modelling of the forward and reverse problems in instrumented sharp indentation. *Acta Mater.* 49, 3899. (2001).
- [20] Zhao M., Ogasawara N., Chiba N., Chen X., A new approach to measure the elasticplastic properties of bulk materials using spherical indentation. *Acta Mater.* 54 (1), 23. (2006).
- [21] Cao Y., Qian X. and Huber N., Spherical indentation into Elastoplastic materials: indentation-response based definitions of the representative strain. *Mater. Sci. and Eng. A* 454-455, 1 (2007).
- [22] J. H. Lee, T. Kim, H. Lee., A study on robust indentation techniques to evaluate elastic–plastic properties of metals, *Int. J. Sol. Struct.*, 47, 647. (2010).
- [23] Chen X., Ogasawara N., Zhao M., Chiba N., On the uniqueness of measuring elastoplastic properties from indentation : the indistinguishable mystical materials. *J. Mech. Phys. Solids* 55, 1618. (2007).

- [24] Brammer P., « Elaboration d'une méthodologie pour la détermination de propriétés mécaniques de tôles métalliques par indentation instrumentée». Thèse de Doctorat de l'Université de Rennes. (2011).
- [25] Ogasawara N., Chiba N., Chen X., A simple framework of spherical indentation for measuring elastoplastic properties. *Mech. of Mater.* 41, 1025. (2009).