



**HAL**  
open science

**Comparaison entre les déformations représentatives de  
l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique  
Comparison between representative deformations in  
Vickers indentation and spherical indentation**

Olivier Bartier, Xavier Hernot, Gerard Mauvoisin, Charbel Moussa

► **To cite this version:**

Olivier Bartier, Xavier Hernot, Gerard Mauvoisin, Charbel Moussa. Comparaison entre les déformations représentatives de l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique Comparison between representative deformations in Vickers indentation and spherical indentation. *Matériaux et Techniques*, 2013, 101 (303), pp.1-11. hal-00996578

**HAL Id: hal-00996578**

**<https://univ-rennes.hal.science/hal-00996578v1>**

Submitted on 26 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Comparaison entre les déformations représentatives de  
l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique  
Comparison between representative deformations in  
Vickers indentation and spherical indentation**

**O. Bartier<sup>1,2</sup>, X. Hernot<sup>1,2</sup>, G. Mauvoisin<sup>1,2</sup>, C. Moussa<sup>1</sup>**

1 LGCGM EA3913, INSA de Rennes, 20 Avenue des Buttes de Coësmes, 35708 Rennes Cedex 7,  
France

2 Université de Rennes 1, IUT, 3 rue du Clos Courtel, 35704 Rennes Cedex

Dr Olivier Bartier, LGCGM EA3913, INSA de Rennes, 20 Avenue des Buttes de Coësmes, 35708  
Rennes Cedex 7, France, 33 (0) 2 23 23 87 78, [olivier.bartier@univ-rennes1.fr](mailto:olivier.bartier@univ-rennes1.fr), 33 (0) 2 23 23 41  
01, maître de conférences.

Dr Xavier Hernot, LGCGM EA3913, INSA de Rennes, 20 Avenue des Buttes de Coësmes, 35708  
Rennes Cedex 7, France, 33 (0) 2 23 23 87 78, [xavier.hernot@univ-rennes1.fr](mailto:xavier.hernot@univ-rennes1.fr), 33 (0) 2 23 23 41  
01, maître de conférences

Dr Gérard Mauvoisin, LGCGM EA3913, INSA de Rennes, 20 Avenue des Buttes de Coësmes,  
35708 Rennes Cedex 7, France, 33 (0) 2 23 23 87 78, [gerard.mauvoisin@univ-rennes1.fr](mailto:gerard.mauvoisin@univ-rennes1.fr), 33 (0) 2  
23 23 41 01, maître de conférences

Dr Charbel Moussa, LGCGM EA3913, INSA de Rennes, 20 Avenue des Buttes de Coësmes,  
35708 Rennes Cedex 7, France, 33 (0) 2 23 23 20 31, [charbel.moussa@univ-rennes1.fr](mailto:charbel.moussa@univ-rennes1.fr), 33 (0) 2  
23 23 41 01, Post doctorant.

Auteur référent à qui la correspondance et les tirés à part électroniques doivent être envoyés:  
Olivier Bartier

## Résumé

Le concept de déformation représentative est souvent employé lors de la détermination de la loi d'érouissage d'un matériau par indentation. Une nouvelle méthodologie de détermination de la déformation représentative en indentation Vickers et sphérique est présentée dans cet article. Les résultats obtenus à partir de cette méthodologie montrent qu'il n'existe pas de constante universelle de déformation représentative indépendante des paramètres mécaniques des matériaux indentés par des pénétrateurs Vickers et sphérique. Il est montré également que la déformation représentative de l'indentation Vickers ou sphérique est beaucoup plus faible lorsque celle-ci est obtenue à partir de courbe d'indentation,  $F-h$ , plutôt qu'à partir de la relation entre l'effort appliqué et le rayon de contact,  $F-a$ . En choisissant une même déformation représentative en indentation sphérique et en indentation Vickers, les résultats montrent que le même facteur de confinement est obtenu. Ce résultat montre qu'il est possible de trouver une analogie parfaite entre ces deux types d'indentation. Les valeurs de déformations représentatives obtenues montrent que la prise en compte simultanée des relations  $F-a$  et  $F-h$  permet à priori de caractériser la loi d'érouissage à deux paramètres inconnus d'un matériau indenté. Dans le cas de l'indentation sphérique, l'identification d'une loi d'érouissage d'un matériau à partir de  $F-a$  et de  $F-h$  doit amener à une détermination plus précise de la loi d'érouissage  $\sigma - \varepsilon$ .

## Abstract

The application of the concept of the representative strain is often used in the stress-strain curve determination from indentation test. A new methodology for determining the representative strain for spherical and for Vickers indentation is presented in this article. The results obtained from this methodology show that there is no universal value of representative strain independent of the mechanical parameters of materials indented by Vickers indentation and spherical indentation. It is also shown that the representative strain, obtained by Vickers or by spherical indentation, is much lower when it is obtained from the relationship between the applied force and the penetration depth,  $F-h$ , rather than from the relationship between the applied force and the contact radius,  $F-a$ . By choosing the same representative strain value in spherical indentation and in Vickers indentation, the results show that the same constraint factor is obtained. Hence, it is possible to determine a perfect analogy between the two types of indentation. For Vickers indentation, the values of the calculated representative strains show that simultaneous measurement of relationships  $F-a$  and  $F-h$  allows to characterize the hardening law with two unknown parameters. In the case of the spherical indentation, the identification of a material hardening law from simultaneous measurements relationships  $F-a$  and  $F-h$  should lead to a more accurate determination of the stress-strain curve.

Mots clefs : Indentation Vickers, indentation sphérique, déformation représentative, facteur de confinement, dureté, courbe d'indentation.

Key words: Vickers Indentation, Spherical indentation, representative strain, Constraint Factor, Hardness, Indentation curve.

## 1. Introduction

Le test d'indentation est un essai très utilisé actuellement pour déterminer la loi d'érouissage d'un matériau. Dans la plupart des cas, le concept de déformation représentative est employé car il simplifie significativement la détermination de la loi d'érouissage par indentation [1-20].

Dans le cas de l'indentation conique, la déformation représentative,  $\epsilon_R$ , est indépendante du degré de pénétration,  $h$ , de l'indenteur dans le matériau. Elle dépend de l'angle au sommet du pénétrateur,  $\theta$ , égal à  $70,3^\circ$  pour un indenteur conique équivalent à l'indenteur Vickers.

Dans le cas de l'indenteur sphérique, la déformation représentative dépend du degré de pénétration,  $h$ , ou du rayon de contact,  $a$ , entre l'indenteur et le matériau.

Les déformations représentatives proposées dans la littérature sont nombreuses. D'une manière générale, qu'il s'agisse d'indentation Vickers ou sphérique, on peut scinder les déformations représentatives proposées en deux groupes : les déformations représentatives basées sur la mesure de la dureté, correspondante à la pression moyenne d'indentation,  $H$ , [1, 9-11, 19-21] et celles basées sur la mesure de la courbe d'indentation reliant l'effort appliqué,  $F$ , à la profondeur de pénétration,  $h$  [2-6, 12-18].

Dans le cas de l'indentation Vickers, les déformations représentatives généralement proposées correspondent à des constantes [1, 2, 5-8, 21]. Dans le cas des déformations

représentatives déduites de la courbe d'indentation, certaines dépendent des grandeurs mesurées et des caractéristiques élastiques du matériau indenté [3, 4].

Dans le cas de l'indentation sphérique, les déformations basées sur la mesure de la dureté dépendent du rapport entre le rayon de contact et le rayon de l'indenteur [1, 9-11]. Les déformations représentatives basées sur la courbe d'indentation dépendent des grandeurs mesurées [14-16, 18] et peuvent aussi dépendre des propriétés mécaniques du matériau indenté [12,13, 16, 17].

L'objectif de ce travail est d'étudier les valeurs de déformation représentative de l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique. L'intérêt de cette étude est que, contrairement aux méthodes existantes, elle ne repose sur aucune hypothèse préalable.

Dans le cas de l'indentation Vickers, les valeurs de déformation représentatives sont obtenues à partir d'une méthodologie basée sur le calcul du gradient de la dureté du matériau indenté ou de la courbure de la courbe d'indentation,  $C_L = F/h^2$ , par rapport aux propriétés mécaniques de ce matériau. La méthodologie proposée permet de déterminer la cartographie de la déformation représentative pour différents matériaux, présentant une loi d'écroutissage de type Hollomon, indentés par un cône équivalent à l'indenteur Vickers.

Dans le cas de l'indentation sphérique, la déformation représentative dépend de l'enfoncement,  $h$ , de la sphère dans le matériau indenté ou du rayon de contact,  $a$ , entre l'indenteur et la pièce indentée. Il est donc difficile d'effectuer une cartographie de cette déformation représentative vu le nombre de paramètres dont elle dépend. Dans ce travail, nous proposons, pour un même matériau de limite d'élasticité,  $\sigma_y=260$  MPa et d'exposant d'écroutissage  $n=0,16$ , d'étudier la variation de la déformation représentative de l'indentation sphérique en fonction de la profondeur de pénétration ou du rayon de

contact. Pour les 2 cas d'indentation, Vickers et sphérique, deux déformations représentatives sont étudiées, une première issue de la dureté,  $H$ , (relation entre l'effort appliqué,  $F$  et le rayon de contact,  $a$ ) et une seconde issue de la mesure de l'effort appliqué,  $F$ , et la profondeur de pénétration,  $h$ .

## 2. Synthèse sur les déformations représentatives en indentation conique et sphérique présentées dans la littérature

L'étude bibliographique a montré que les déformations représentatives peuvent être obtenues à partir de la dureté ou à partir de la courbe d'indentation.

### 2.1 Déformations représentatives basées sur la dureté

Concernant les déformations représentatives basées sur la mesure de la dureté,  $H$ , les premières études ont consisté à déterminer une déformation représentative « universelle » indépendante des caractéristiques mécaniques du matériau.

Dans le cas de l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique, on peut citer les déformations de Tabor [1] qui permettent par les relations (1) ci-dessous de relier la dureté,  $H$ , à la contrainte,  $\sigma_R$ , correspondante à la déformation représentative plastique,

$\epsilon_{RP}$  :

$$\begin{aligned} H &= C_f \sigma_R = C_f \sigma_{(\epsilon_{RP}=0,08 \text{ pour Tabor})} && \text{pour l'indentation Vickers} \\ H &= C_f \sigma_R = C_f \sigma_{(\epsilon_{RP}=0,2a/R \text{ pour Tabor})} && \text{pour l'indentation Sphérique} \end{aligned} \quad (1)$$

où le paramètre  $C_f$  correspond au facteur de confinement, égal à 3,3 dans le cas de l'indentation Vickers et égal à 2,8 dans le cas de l'indentation sphérique.

Des valeurs différentes de celles proposées par Tabor pour l'indentation Vickers ont été plus récemment proposées à partir d'études expérimentales ou numériques. On peut citer la valeur de 0,07 proposée par Samuel et Mulhearn à partir de mesures expérimentales obtenues sur du laiton recuit [22] et la valeur de déformation plastique totale,  $\varepsilon_R$ , de 0,1 proposée par Mata *et al.* [21] à partir de résultats par éléments finis obtenus sur différents matériaux élastoplastiques. Par ailleurs, en se basant sur l'observation de déformations plastiques sous l'indenteur Vickers beaucoup plus élevées que celles proposées précédemment [23], Giannakopoulos et Suresh [7] ainsi que Venkatesh *et al.* [8] utilisent une valeur de déformation représentative de 29 à 30%. On remarquera que cette valeur est considérablement plus élevée que celle proposée par Tabor.

Dans le cas de l'indentation sphérique, des relations différentes de celle de Tabor ont aussi été proposées récemment. Ahn et kwon [9] et Jeon *et al.* [10,11] proposent des déformations représentatives plastiques obtenues par dérivation partielle du déplacement vertical (par rapport à la surface initiale) des points situés au niveau du contact matériau/indenteur. Pour les auteurs, la déformation représentative plastique est dépendante de la déformation tangentielle du matériau indenté au niveau du rayon de contact parce qu'elle y est maximale. En se basant sur l'observation de déformations plastiques sous l'indenteur similaire à celle effectuée dans le cas de l'indentation Vickers, Chaudhri [24] propose d'utiliser plutôt la déformation plastique maximale obtenue dans la zone indentée comme déformation caractéristique d'indentation sphérique. Pour l'auteur, cette proposition est plus justifiable que celle de Tabor qui consiste à choisir une déformation plastique à un endroit donné de la zone d'indentation (i.e. au niveau du rayon de l'empreinte). Toujours d'après l'auteur, il est aussi plus facile de corrélérer la



pression moyenne d'indentation,  $H$ , avec cette déformation plastique maximale qu'avec une déformation plastique choisie à un endroit où les déformations plastiques varient énormément.

L'intérêt des méthodes d'identification de la loi d'écrouissage à partir de la mesure de la dureté,  $H$ , et la connaissance des déformations représentatives présentées précédemment est qu'elles permettent de construire une loi d'écrouissage quelconque. Aucune hypothèse sur la forme mathématique de la loi d'écrouissage n'est prise. Cependant, il apparaît d'après les différents travaux présentés précédemment qu'il est d'une part difficile d'attribuer un sens physique à cette déformation représentative et que d'autre part qu'il ne semble pas exister de valeur universelle de déformation représentative en indentation Vickers ou sphérique. Les méthodes d'identification reposent aussi sur la détermination du facteur de confinement reliant la pression moyenne d'indentation,  $H$ , à la contrainte représentative,  $\sigma_R$ . Les différents travaux sur l'indentation sphérique [12, 25, 30] montrent aussi que le facteur de confinement n'a pas de valeur universelle. Les nombreux résultats expérimentaux [25, 26] et numériques [12, 27, 28] indiquent en effet que  $C_f$  dépend non seulement du matériau [12, 25-28] mais aussi du régime de déformation de l'indentation sphérique [27-30].

## **2.2 Déformations représentatives basées sur la courbe d'indentation**

### **instrumentée**

Puisqu'il semble évident qu'il n'existe pas de valeurs de facteur de confinement et de déformation représentative constantes et universelles, de nombreuses études ont été menées afin d'obtenir de manière empirique, à partir de résultats de simulations par

éléments finis, une relation permettant de déterminer une déformation représentative fonction du matériau indenté et des grandeurs mesurées lors de l'essai d'indentation instrumenté (effort appliqué, profondeur de pénétration, énergie...). De manière générale, chaque nouvelle définition de déformation représentative proposée par les auteurs a entraîné la définition d'un paramètre, équivalent au facteur de confinement, permettant de relier la contrainte d'écoulement représentative,  $\sigma_R$ , aux grandeurs mesurées en indentation. La plupart des définitions s'obtiennent à partir d'une analyse dimensionnelle de l'indentation sphérique en utilisant le théorème  $\Pi$  et s'écrivent :

$$\frac{F}{\sigma_R h^2} = \frac{C_L}{\sigma_R} = \Pi \left( \frac{E^*}{\sigma_R}, n \right) \quad \text{dans le cas de l'indentation conique} \quad (2)$$

$$\frac{F}{\sigma_R h^2} = \Pi \left( \frac{E^*}{\sigma_R}, n, \frac{h}{R} \right) \quad \text{dans le cas de l'indentation sphérique}$$

où  $1/E^* = (1-\nu_i^2)/E_i + (1-\nu_m^2)/E_m$  avec  $i$ , l'indice pour l'indenteur et  $m$  l'indice pour le matériau testé.

Les méthodes de détermination de la loi d'écrouissage du matériau basées sur les équations (2) sont différentes de celles basées sur la mesure de la dureté  $H$ . En effet, la loi d'écrouissage n'est plus construite en déterminant point par point les couples  $\sigma_R - \varepsilon_R$  mais obtenue en déterminant les paramètres mécaniques de celle-ci. Ces méthodes nécessitent donc de faire l'hypothèse que le matériau à caractériser suit une loi d'écrouissage donnée. Dans toutes les méthodes présentées dans ce paragraphe [2-6, 12-18], il est assumé que la loi d'écrouissage du matériau est une loi de type puissance décrite par :

$$\sigma = k\varepsilon^n \quad \text{si} \quad \varepsilon \geq \sigma_y/E \quad (3)$$

Où  $k$  est le coefficient de consistance et  $n$  correspond à l'exposant d'écrouissage.

Dans le cas de l'indentation Vickers, Dao et *al.* [2] montrent que la valeur de déformation représentative dépend du choix de la définition de la fonction reliant les paramètres mesurés aux paramètres mécaniques du matériau indenté. A partir de leur analyse dimensionnelle, Dao et *al.* [2] identifient une déformation représentative égale à 0,033 indépendante des paramètres mécaniques du matériau. Cao et Huber [3] montrent que différentes déformations représentatives peuvent être obtenues selon que l'on mesure la courbure de la courbe d'indentation,  $C_L = F/h^2$  ou le rapport entre l'énergie plastique et l'énergie totale dissipée au cours de l'indentation. Les valeurs de déformation représentative obtenues par Cao et Huber [3] se situent dans l'intervalle 0,023–0,095. Enfin, Antunes et *al.* [4] proposent des valeurs de déformations représentatives variant en fonction des paramètres mécaniques des matériaux étudiés dans l'intervalle 0,034-0,042.

En ce qui concerne l'indentation sphérique, de nombreuses formulations ont été proposées pour déterminer la valeur de la déformation représentative en fonction de l'enfoncement de l'indenteur et éventuellement des paramètres mécaniques du matériau indenté [12-18]. Cette déformation étant obtenue à partir de la formulation mathématique mise en place par les différents chercheurs, elle n'a aucun sens physique. On constate que lorsque la déformation représentative est obtenue à partir d'une formulation mathématique reliant la courbe d'indentation  $F-h$ , les paramètres géométriques et élastiques de l'indenteur et les caractéristiques  $E$ ,  $\sigma_y$  et  $n$  du matériau indenté, toutes les méthodes conduisent à des valeurs de déformation représentatives beaucoup plus faibles que celles obtenues à partir d'une mesure de la dureté,  $H$ , du matériau. Pour des profondeurs de pénétration très élevées ( $h/R=0,3$ ), la déformation représentative ne dépasse pas une valeur de l'ordre de 7%.

Clairement, les valeurs de déformation représentative varient énormément. La plupart des définitions de déformation représentative de l'indentation Vickers et sphérique ne

reposent pas sur des notions physiques mais plutôt sur les formulations mathématiques permettant d'ajuster les courbes d'indentation issues des modèles à celles obtenues numériquement ou expérimentalement. Comme dans le cas de la déformation représentative basée sur la dureté,  $H$ , il semble qu'il n'existe pas de valeur de déformation représentative universelle indépendante des propriétés mécaniques des matériaux indentés lorsque celle-ci est issue des grandeurs mesurées lors de l'essai d'indentation instrumenté (effort appliqué, profondeur de pénétration, énergie...).

### **3. Modèles numériques**

Les simulations numériques ont été réalisées en mode axisymétrique et sans frottement entre l'indenteur conique ou sphérique supposé rigide et le matériau indenté ( $\mu=0$ ) avec le logiciel de simulation par éléments finis Abaqus (Figs. 1 et 2).

Le maillage constitué d'éléments axisymétriques à quatre nœuds CAX4 est représenté figure 1. Comme il est montré sur cette figure, la surface inférieure du massif est fixée verticalement et libre de se déplacer horizontalement. 12516 éléments CAX4 sont utilisés pour le maillage du massif. Un raffinement de la taille des éléments est effectué dans la zone de contact afin d'obtenir une surface de contact déformée correcte ainsi que des rayons de contact précis (Fig. 2). En ce qui concerne l'indentation sphérique, la même procédure que celle donnée dans de précédents articles est suivie afin d'avoir des mesures précises quel que soit l'enfoncement de l'indenteur dans le matériau [28, 31]. Pour éviter tout effet de bord, la taille du massif indenté a été choisie suffisamment grande par

rapport à celle de la zone indentée. Pour le cas présenté sur la figure 2, la taille du massif est de l'ordre de 4920 fois celle du rayon de contact maximal.

La simulation de l'indentation conique a été effectuée avec un indenteur conique de demi angle au sommet,  $\theta$ , égal à  $70,3^\circ$  afin que celui-ci soit équivalent à l'indenteur Berkovich ou Vickers [2, 3, 5, 6].

La loi de comportement du matériau élastoplastique est une loi isotrope à écrouissage isotrope avec comme critère d'écoulement le critère de Von Mises  $J_2$ . L'écrouissage isotrope est décrit par la loi d'Hollomon, adaptée dans le cas d'un matériau élastoplastique de la manière suivante:

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon & (\text{Hooke}) & \quad \text{si } \varepsilon < \sigma_y/E \\ \sigma &= E^n \sigma_y^{1-n} \varepsilon^n & (\text{Hollomon}) & \quad \text{si } \varepsilon \geq \sigma_y/E \end{aligned} \quad (4)$$

où  $E$  est le module d'Young,  $\sigma_y$  la limite d'élasticité et  $n$  l'exposant d'écrouissage.

Toutes les simulations numériques ont été effectuées sur des matériaux de module d'Young égal à 210 GPa et de coefficient de Poisson égal à 0,3. Pour l'indentation sphérique, le matériau indenté a comme paramètres  $\sigma_y=260$  MPa et  $n=0,16$ . En ce qui concerne l'indentation conique équivalente à l'indentation Vickers, 272 combinaisons de propriétés plastiques ont été utilisées afin de déterminer les valeurs de déformation représentative basées sur la dureté,  $H$ , ou la courbe d'indentation instrumentée,  $F-h$  (Tableau 1).

## 4. Procédure de détermination des déformations représentatives

### 4.1 Déformation représentative basée sur la dureté, H.

#### 4.1.1. Indentation Vickers

Lorsque la limite d'élasticité est dépassée, l'équation (1) et l'équation (4) donnent :

$$\ln\left(\frac{H}{E}\right) = n \ln(\varepsilon_R) + (1-n) \ln\left(\frac{\sigma_y}{E}\right) + \ln(C_F) \quad (5)$$

La substitution de  $K = (1-n) \ln\left(\frac{\sigma_y}{E}\right)$  dans l'équation (5) conduit à :

$$\ln\left(\frac{H}{C_F E}\right) = \ln(\varepsilon_R) n + K \quad (6)$$

Avec l'hypothèse que la déformation représentative,  $\varepsilon_R$ , est constante, l'équation (6) montre que l'évolution de  $\ln\left(\frac{H}{C_F E}\right)$  est linéaire en fonction de  $n$  et  $K$ .

La figure 3 montre que l'hypothèse de déformation représentative constante est obtenue pour des matériaux de rapport  $H/E$  égal à 1/21.

S'il est considéré que le facteur de confinement,  $C_F$ , est localement constant dans l'espace  $[K, n]$  pour des matériaux de même rapport  $H/E$ , la valeur de déformation représentative peut être obtenue à partir de la relation, liant les dérivées partielles de l'équation (6), suivante :

$$\left( \frac{\partial(\ln(H/E))}{\partial n} \right)_K \left( \frac{\partial(n)}{\partial K} \right)_{\ln(H/E)} \left( \frac{\partial(K)}{\partial(\ln(H/E))} \right)_n = -1 \quad (7)$$

Ce qui donne :

$$\varepsilon_R = \exp \left( - \left( \frac{\partial K}{\partial n} \right)_{H/E} \right) \quad (8)$$

#### 4.1.2. Indentation Sphérique

Comme dans le cas de l'indentation Vickers, la même procédure amène à l'écriture d'une équation similaire à l'équation (6). La différence par rapport à l'indentation Vickers est que la déformation représentative n'est pas constante lorsque le rayon de contact entre l'indenteur et le matériau indenté évolue. Chaque variation de rayon de contact amènera donc à l'obtention d'une déformation représentative différente lorsque l'équation (8) est utilisée.

### 4.2 Déformation représentative basée sur la courbure de la courbe d'indentation.

#### 4.2.1. Indentation Vickers

Il peut être démontré à partir de l'équation (2) que la contrainte représentative s'écrit [3] :

$$\sigma_R = C_L \Pi_2 \left( \frac{C_L}{E^*} \right) \quad (9)$$

En suivant la même procédure que celle suivie pour déterminer la déformation représentative basée sur la mesure de dureté,  $H$ , les équations (4) et (9) conduisent à l'équation :

$$\ln\left(\left(\frac{C_L}{E}\right)\Pi_3\left(\frac{C_L}{E^*}\right)\right) = \ln(\varepsilon_R)n + K \quad (10)$$

Dans le cas d'un indenteur conique rigide, l'équation (10) montre que la déformation représentative peut être déterminée pour des matériaux de même rapport  $C_L/E$  et de même coefficient de Poisson à l'aide de l'équation (8).

#### 4.2.2. Indentation sphérique

La fonction  $\Pi$ , obtenue à partir d'une analyse dimensionnelle de l'indentation sphérique et donnée dans l'équation (2), évolue en fonction du degré de pénétration de l'indenteur dans le matériau. La procédure proposée dans le cas de l'indentation Vickers peut être suivie à condition que l'on fixe la profondeur de pénétration à une valeur donnée, *c.a.d* :  $h = h_g$  où  $h_g$  est une constante. L'équation correspondante à l'équation (10) s'écrit :

$$\ln\left(\left(\frac{F}{Eh_g^2}\right)\Pi_3\left(\frac{F}{E^*h_g^2}\right)\right) = \ln\left(\left(\frac{C_L(h_g)}{E}\right)\Pi_3\left(\frac{C_L(h_g)}{E^*}\right)\right) = \ln(\varepsilon_R)n + K \quad (11)$$

Comme dans les cas précédents, la déformation représentative peut être calculée à l'aide de l'équation (8). Cette déformation représentative ne sera valable que pour une profondeur de pénétration donnée,  $h = h_g$ . Toute autre profondeur de pénétration,  $h$ , donnera une déformation représentative différente.



### 4.3 Détermination de la déformation représentative à partir des résultats par éléments finis

Les valeurs de déformation représentative sont obtenues d'une part à partir de l'équation (8) et d'autre part à partir des valeurs de dureté,  $H$ , ou de l'évolution de l'effort appliqué,  $F$ , en fonction de la profondeur de pénétration,  $h$ .

En se basant sur les équations (6), (10) et (11), on considère que les isovaleurs des fonctions logarithmes  $\ln(H/E)$  et  $\ln(C_L/E)$  suivent des droites localement dans l'espace  $[n, K]$ .

Lorsque l'on considère la fonction logarithme basée sur la dureté,  $H$ , ceci implique que le facteur de confinement,  $C_f$ , et la déformation représentative,  $\varepsilon_R$ , sont considérés constants dans le domaine étudié, quel que soit le rayon de contact considéré dans le cas de l'indentation Vickers et pour un rayon de contact donné dans le cas de l'indentation sphérique.

Lorsque l'on considère la fonction logarithme basée sur la courbure de la courbe d'indentation,  $C_L$ , ceci implique que la fonction  $\Pi$  et la déformation représentative sont considérées constantes dans le domaine étudié, quelle que soit la profondeur de pénétration considérée dans le cas de l'indentation Vickers et pour une profondeur de pénétration donnée dans le cas de l'indentation sphérique.

La figure 4 décrivant l'évolution des fonctions  $\ln(H/E)$  et  $\ln(C_L/E)$  dans le cas de l'indentation Vickers montre qu'il n'est pas absurde de considérer que les isovaleurs de ces fonctions logarithmes suivent des droites localement dans l'espace  $[n, K]$ .

D'après les considérations émises précédemment on peut donc déduire que localement dans l'espace  $[n, K]$  :

$$\ln\left(\frac{H \text{ ou } C_L}{E}\right) = \alpha n + \beta K + \chi \quad (12)$$

Dans le cas de l'indentation Vickers, l'espace  $[n, K]$  est divisé en petits trapèzes définis à partir des différentes caractéristiques élastiques et plastiques considérés dans ce travail (tableau 1). Dans chaque trapèze, les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\chi$  de l'équation (12) sont obtenues par la méthode des moindres carrés en minimisant l'expression suivante :

$$\sum_{i=1}^4 \left( \ln\left(\frac{H_i \text{ ou } C_{Li}}{E}\right) - \alpha n_i - \beta K_i - \chi \right)^2 \quad (13)$$

où  $H_i$  et  $C_{Li}$  sont respectivement la dureté et la courbure de la courbe d'indentation obtenue numériquement au niveau des quatre sommets des arêtes des trapèzes considérés.

Les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\chi$  étant obtenues localement, la déformation représentative se déduit simplement en adaptant la relation liant les dérivées partielles donnée dans l'équation (7) à l'équation (12),

Cette relation associée aux équations :

$$\left( \frac{\partial (\ln((H_i \text{ ou } C_{Li})/E))}{\partial n} \right)_K = \alpha \quad ; \quad \left( \frac{\partial (\ln((H_i \text{ ou } C_{Li})/E))}{\partial K} \right)_n = \beta \quad (14)$$

permet en effet, en utilisant l'équation (8), de déterminer la déformation représentative pour chaque trapèze défini dans l'espace  $[n, K]$  avec :

$$\varepsilon_R = \exp\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \quad (15)$$

Cette déformation représentative dépend donc, pour chaque trapèze défini dans l'espace  $[n, K]$ , du vecteur directeur des droites correspondantes aux isovaleurs de  $\ln((H \text{ ou } C_L)/E)$ .

En ce qui concerne l'indentation sphérique, la déformation représentative étant dépendante de la profondeur de pénétration de la sphère dans le matériau indenté ou du rayon de contact entre ces deux pièces, il est difficile d'effectuer une cartographie de cette déformation représentative dans l'espace  $[n, K]$ . Dans ce travail, nous proposons d'étudier la variation de la déformation représentative de l'indentation sphérique en fonction de la profondeur de pénétration ou du rayon de contact pour un seul matériau de limite d'élasticité,  $\sigma_y=260$  MPa et d'exposant d'écrouissage  $n=0,16$ . Afin d'y parvenir avec une précision correcte, les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\chi$  de l'équation (12) sont déterminées par la méthode des moindres carrés en minimisant l'équation (13) pour neuf couples de paramètres  $\sigma_y$  et  $n$  (et non plus quatre comme c'était le cas pour l'indentation Vickers).

Cette résolution est effectuée à partir des rapports  $H/E$  et  $C_L/E$  obtenus pour les neuf matériaux de paramètres  $\sigma_y = 250, 260$  et  $270$  MPa et  $n = 0,155, 0,16$  et  $0,165$ . L'utilisation de l'équation (14) amène pour chaque valeur de rayon de contact ou de profondeur de pénétration à des valeurs de déformation représentative différentes.

## **5. Résultats et discussions**

### **5.1 Indentation Vickers**

### 5.1.1 Calcul de la déformation représentative à partir de la dureté, $H$

La figure 5 présente les cartographies des valeurs de déformation plastique,  $\epsilon_R$ , et de déformation représentative plastique,  $\epsilon_{RP}$ , calculées à partir de la dureté  $H$  en utilisant l'équation (14).

A partir de la figure 5, plusieurs observations peuvent être faites.

- Il est clairement montré que contrairement aux hypothèses prises dans certains travaux [1, 2, 5-8], il n'existe pas de valeur universelle de déformation représentative dans le cas de l'indentation Vickers lorsque la dureté,  $H$  est considérée.
- La valeur  $\epsilon_R=0.1$  proposée par Mata et *al.* [21] pour les matériaux qu'ils ont étudiés correspond à une moyenne des déformations représentatives obtenues pour ces matériaux.
- De manière générale, la déformation représentative,  $\epsilon_R$ , est comprise entre 0,2 et 0,25 pour des matériaux de faible exposant d'écrouissage et faible rapport  $\sigma_y / E$ .
- Pour les matériaux d'exposant d'écrouissage et de rapport  $\sigma_y / E$  élevés, la déformation représentative totale est environ égale à 0,1.
- La figure 5.b montre que la déformation représentative plastique proposée par Tabor,  $\epsilon_{RP}=0.08$ , est très proche de celles obtenues numériquement pour les matériaux d'exposant d'écrouissage élevé. Par contre, cette figure montre que les valeurs de déformation représentative plastique, obtenues par notre procédure, peuvent être beaucoup plus élevées que celle proposée par Tabor pour des matériaux de faible exposant d'écrouissage. Il est utile de rappeler que la déformation de Tabor est basée sur

l'hypothèse que le rapport entre la dureté,  $H$ , et la contrainte  $\sigma_R$  est toujours constant et égal à 3,3 quelque soit le matériau considéré. Pour des matériaux de faible exposant d'érouissage, il y a une très faible différence entre la contrainte calculée pour  $\epsilon_{RP}=0.08$  et celle calculée avec les valeurs de déformations représentatives représentées sur la figure 5.b. De par sa procédure, Tabor ne pouvait pas déterminer de valeur précise de déformation représentative plastique pour les matériaux de faible exposant d'érouissage.

Les valeurs du facteur de confinement,  $C_F$ , obtenues à partir des valeurs de déformation représentative sont données dans la figure 6. A partir de cette figure, il est clairement démontré que comme dans le cas de la déformation représentative, il n'existe pas de valeur de facteur de confinement universelle dans le cas de l'indentation Vickers.

Pour la plupart des matériaux utilisés, le facteur de confinement se situe entre 2,6 et 2,9. Pour des matériaux de rapport  $\sigma_y / E$  très élevés, les valeurs de facteur de confinement peuvent cependant être beaucoup plus faibles et atteindre des valeurs de l'ordre de 1,9. La valeur de  $C_f = 2.7$  a été obtenue numériquement par Mata et *al.* [21] sous des conditions de frottement nul et avec l'hypothèse que  $\epsilon_R = 0.1$ . La figure 6 montre que cette valeur est proche des différentes valeurs de facteur de confinement obtenues par notre procédure pour les matériaux étudiés par Mata et *al.* [21]. En utilisant l'approximation de Tabor (i.e.  $\epsilon_{RP} = 0.08$ ), le rapport entre la dureté,  $H$ , et la contrainte d'écoulement,  $\sigma_R$ , est de l'ordre de 3,3 dans le cas de l'indentation Vickers sur des aciers doux, de l'aluminium et des échantillons de cuivre recuits et écrouis [1]. Dans le cas du cuivre, Chaudhri [23], a déterminé un facteur de confinement de l'ordre de 3 à 3,5 selon

le degré d'érouissage subi par les matériaux. La figure 6 montre que les valeurs numériques de  $C_f$ , déterminées par notre procédure, sont plus faibles que celles obtenues expérimentalement par Tabor et Chaudhri. Ce résultat peut être dû en partie à l'effet du frottement sur la réponse à l'indentation des matériaux puisque le frottement augmente légèrement la dureté [32, 33] et diminue la valeur de la déformation représentative de l'indentation [34].

### 5.1.2 Calcul de la déformation représentative à partir de la courbe $F-h$

La figure 7 montre la cartographie des valeurs de déformation représentatives calculées à partir de la courbure de la courbe d'indentation et l'équation (14).

Comme pour le cas de la déformation issue de la dureté,  $H$ , la figure 7 montre qu'il n'y a pas de valeur universelle de déformation représentative en indentation Vickers obtenue à partir de la courbe d'indentation,  $F-h$ .

Pour les matériaux étudiés, les valeurs de déformation représentative,  $\epsilon_R$ , issues de la courbure de la courbe d'indentation se situant entre 0,025 et 0,095 sont beaucoup plus faibles que celles issues de la dureté,  $H$ . Ce résultat montre que la relation  $F-a$  en indentation permet de déterminer beaucoup plus précisément les lois d'érouissage,  $\sigma - \epsilon$ , pour les valeurs de déformation plastiques élevées.

Dans l'optique de comparer les valeurs de déformation plastique obtenues par notre procédure à celles obtenues par Dao et *al.* [2] et Cao et Hubert [3], la déformation représentative,  $\epsilon_{R0}$ , correspondant à la différence entre la déformation totale et la

déformation maximale du domaine élastique,  $\sigma_y/E$ , sont représentées sur la figure 7.b. A partir d'une analyse dimensionnelle de l'indentation Vickers, une déformation représentative  $\epsilon_{R0} = 0,033$  a été identifiée par Dao et al. [2]. La figure 7.b montre que cette valeur se situe dans l'intervalle des valeurs de déformation représentative déterminées par notre procédure dans le cas des matériaux étudiés par Dao et al. [2]. Cette figure montre cependant que la déformation représentative définie par Dao et al. devient très différente de nos résultats pour des matériaux de rapport  $\sigma_y/E$  élevé, pour lesquels  $\epsilon_{R0}$  est environ égal à 0,065 d'après nos calculs.

Il est utile de rappeler que les déformations  $\epsilon_R$  et  $\epsilon_{R0}$  présentées dans cette partie sont représentatives de l'indentation conique équivalente à l'indentation Vickers lorsque l'on caractérise la loi d'écrouissage de type Hollomon d'un matériau à l'aide de la courbure de la courbe d'indentation. Ces déformations représentatives sont donc caractéristiques de la relation  $F-h$  et de toutes autres combinaisons de cette relation, comme par exemple la relation entre l'énergie totale et l'effort appliqué ou encore la relation entre l'énergie totale et la profondeur de pénétration.

## **5.2 Indentation sphérique sur un matériau de paramètres $E/\sigma_y=210000/260$ et $n=0,16$ .**

La figure 8 montre que la déformation représentative issue de la courbe  $F-h$  est, comme dans le cas de l'indentation Vickers, beaucoup plus faible que celle issue de la dureté,  $H$ . Par exemple, pour un rayon de contact adimensionnel,  $a/R$ , égal à 0,43,  $\epsilon_R=0,099$  dans

le cas d'un calcul effectué à partir de la dureté et  $\varepsilon_R = 0,029$  dans le cas d'un calcul effectué à partir de la courbe d'indentation. Ces valeurs de déformations représentatives étant égales à celles obtenues dans le cas de l'indentation Vickers du matériau étudié (Figs. 5 et 7), on peut en déduire qu'il est nécessaire d'obtenir un rayon de contact très élevé lorsque l'on effectue un essai d'indentation sphérique afin d'obtenir des déformations représentatives équivalentes à celles obtenues en indentation Vickers.

Si l'on compare nos résultats à ceux issues de la formule de Tabor, i.e.  $\varepsilon_{RP} = 0,2 a/R$ , on peut conclure que la formulation de Tabor[1] donne des résultats acceptables que si l'on ne dépasse pas un rayon de contact égal à 0,4 fois le rayon de l'indenteur (Fig. 8). Dans le cas de la déformation représentative issue de la courbe d'indentation, la figure 8 montre que la déformation représentative proposée par Cao et Lu [14] n'est valable quant à elle que si  $a/R$  ne dépasse pas une valeur environ égale à 0,5.

Les valeurs de facteur de confinement,  $C_F$ , calculées, pour différents rayons de contact, à partir de la déformation représentative issue de la dureté,  $H$ , sont présentées sur la figure 9.

L'évolution du facteur de confinement obtenue pour le matériau écrouissable d'exposant  $n=0,16$  étudié dans cet article est similaire à celles obtenues pour différents matériaux parfaitement plastiques [31]. On remarque que  $C_F$  augmente lorsque le rayon de contact augmente jusqu'à une valeur maximale légèrement inférieure à 3, puis diminue ensuite dans un régime identifié dans l'étude de l'indentation sphérique des matériaux élastiques



parfaitement plastiques comme étant « purement plastique » [31]. La représentation de l'évolution de  $C_F$  en fonction d'un paramètre adimensionnel dépendant des propriétés élastiques et plastiques,  $\Lambda = Ea / (R\sigma_y (1 - \nu^2))$ , montre qu'il est possible de superposer les courbes obtenues pour des matériaux de rapport  $E/\sigma_y=210000/260$  écrouissables ou non, jusqu'à ce que le régime « purement plastique » soit atteint. Ce résultat confirme que tant que le facteur de confinement augmente, le régime d'indentation est élastoplastique. Si l'on considère le rayon de contact adimensionnel qui amène à la même déformation représentative que celle obtenue en indentation Vickers, i.e  $\epsilon_R = 0,099$ , on remarque sur la figure 9 que celui-ci amène à un facteur de confinement  $C_F$  égal à 2,75. Cette valeur de facteur de confinement étant identique à celle obtenue en indentation Vickers pour le même matériau (Fig. 6), ce résultat montre qu'il y a une analogie complète entre l'indentation Vickers du matériau de paramètres  $E/\sigma_y=210000/260$  et  $n = 0,16$  et l'indentation sphérique du même matériau si l'on considère un rayon de contact égal à 0,43 fois le rayon de l'indenteur.

## 6. Conclusion

L'objectif de l'article présenté est d'étudier les valeurs de déformation représentative de l'indentation Vickers et de l'indentation sphérique de matériaux de loi d'écrouissage de type Hollomon.

Dans le cas de l'indentation Vickers, on montre que la déformation représentative peut être obtenue à partir d'une méthodologie basée sur le calcul du gradient de la dureté ou de

la courbure de la courbe d'indentation par rapport aux propriétés mécaniques du matériau testé. Deux déformations représentatives sont étudiées, une première issue de la dureté,  $H$ , obtenue à partir de la relation entre l'effort appliqué,  $F$ , et le rayon de contact,  $a$ , et une deuxième, issue de la courbe d'indentation  $F-h$ . Les résultats obtenus montrent que quel que soit le mode d'obtention de la déformation représentative étudiée, il n'existe pas de constante universelle de déformation représentative en indentation Vickers. La déformation représentative, dépend en effet des caractéristiques  $\sigma_y/E$  et  $n$  du matériau indenté lorsque les coefficients de Poisson et de frottement sont fixés. Il est montré également que la déformation représentative de l'indentation Vickers est beaucoup plus faible lorsque celle-ci est obtenue à partir de la relation  $F-h$ .

Dans le cas d'un indenteur sphérique, la déformation représentative dépend non seulement du rapport  $\sigma_y/E$  et de l'exposant d'écrouissage,  $n$ , mais aussi de la profondeur de pénétration de la sphère dans le matériau indenté. Dans ce travail, nous avons proposé d'étudier la variation de la déformation représentative de l'indentation sphérique en fonction du rayon de contact pour un matériau de caractéristique  $E/\sigma_y=210000/260$  et  $n=0,16$ . Comme dans le cas de l'indentation conique, la déformation représentative de la relation  $F-h$  en indentation sphérique est très nettement inférieure à la déformation représentative de la relation  $F-a$ . La déformation représentative,  $\epsilon_R$ , de la relation  $F-h$  est égale à 0,11 pour un rapport  $h/R=0,3$ . Pour comparaison, la déformation représentative de la relation  $F-a$  est égale à 0,25 pour ce même rapport  $h/R$ . La déformation représentative de la relation  $F-a$  en indentation sphérique obtenue par la méthode proposée est proche de celle donnée par Tabor lorsque le rapport  $a/R$  est inférieur à 0,4. Lorsque les valeurs du rapport  $a/R$  deviennent très élevées, la déformation représentative calculée par notre méthodologie devient nettement supérieure à celle donnée par Tabor.

Dans le cas de l'indentation conique équivalente à l'indentation Vickers, nous montrons que la déformation représentative de la dureté,  $H$ , est environ égale à 0,1 pour le matériau étudié ( $\sigma_y=260$  MPa,  $n=0,16$ ). Afin d'obtenir cette même déformation représentative dans le cas de l'indentation sphérique, le rapport  $a/R$  doit être égal à 0,43. Il est intéressant de noter que lorsque l'on prend une même déformation représentative environ égale à 0,1 dans le cas de l'indentation Vickers et sphérique, un même facteur de confinement égal à 2,73 est déterminé. Ce résultat indique qu'il y a une analogie complète entre l'indentation Vickers du matériau de paramètres  $E/\sigma_y=210000/260$  et  $n=0,16$  et l'indentation sphérique du même matériau si l'on considère un rayon de contact égal à 0,43 fois le rayon de l'indenteur.

En conclusion, chaque rapport  $h/R$  étudié permet d'obtenir une valeur de déformation représentative et donc un point de la courbe  $\sigma - \varepsilon$  dans le cas de l'indentation sphérique. Dans le cas de l'indentation Vickers, la déformation représentative est constante quelle que soit la profondeur de pénétration obtenue. Cet essai ne permet donc d'obtenir qu'un point de la courbe d'écrouissage d'un matériau indenté lorsque l'on mesure la relation  $F-a$  ou  $F-h$ . Les valeurs de déformation représentatives obtenues montrent cependant qu'une mesure simultanée des relations  $F-a$  et  $F-h$  permet à priori de caractériser la loi d'écrouissage à deux paramètres inconnus d'un matériau. Dans le cas de l'indentation sphérique, il semble aussi intéressant d'identifier une loi d'écrouissage d'un matériau à partir des mesures simultanées des relations  $F-a$  et  $F-h$  puisque celles-ci amènent à des valeurs de déformation représentatives très différentes et donc à une détermination plus précise de la courbe  $\sigma - \varepsilon$ .

## Références

- [1] D.Tabor, The hardness of metals, Oxford University Press, 1951
- [2] M. Dao, N. Chollacoop, K.J. Van Vliet, T.A. Venkatesh, S. Suresh, *Acta Mater.* **49** (2001) 3899-3918
- [3] Y.Cao, N. Huber, *J. Mater. Res.* **21** (2006) 1810-1821
- [4] J.M. Antunes, J.V. Fernandes, L.F. Menezes, B.M. Chaparro, *Acta Mater.* **55** (2007) 69–81
- [5] N. Ogasawara, N. Chiba, X. Chen, *J. Mater. Res.* **20** (2005) 2225-2234
- [6] J.L. Bucaille, S. Stauss, E. Felder, J. Michler. *Acta Mater.* **51** (2003) 1663–1678
- [7] A. E. Giannakopoulos, S. Suresh, *Scripta mater.* **40** (1999) 1191-1198
- [8] T.A. Venkatesh, K.J.Van Vliet, A.E. Giannakopoulos, S.Suresh, *Scripta mater.* **42** (2000) 833-839
- [9] J.H. Ahn, D. Kwon, *J. Mater. Res.* **16** (2001) 3170-3178
- [10] E.C. Jeon, M. K. Baik, S. H. Kim, B. W. Lee, D. Kwon, *Key Eng. Mater.* **297–300** (2005) 2152-2157
- [11] E.C. Jeon, J.Y. Kim, M.K. Baik, S.H. Kim, J.S. Park, D. Kwon. *Mater. Sci. Eng., A.* **419** (2006) 196–201
- [12] B. Taljat, T. Zacharia, F. Kosel, *Int. J. Solids Struct.* **33** (1998) 4411-4426
- [13] H. Lee, J.H. Lee, G.M. Pharr, *J. Mec. Phys. Solids.* **53** (2005) 2037-2069
- [14] Y. P. Cao, J. Lu, *Acta Mater.* **52** (2004) 4023-4032
- [15] M. Zhao, N. Ogasawara, N. Chiba, X. Chen, *Acta Mater.* **54** (2006) 23-32
- [16] Y. Cao, X. Qian, N. Huber, *Mater. Sci. Eng., A.* **454-455** (2007) 1-13.
- [17,] J. H. Lee, T. Kim, H. Lee, *Int. J. Solids Struct.* **47** (2010) 647–664
- [18] N. Ogasawara, N. Chiba, X. Chen, *Mech. Mater.* **41** (2009) 1025-1033
- [19] G. Kermouche, J-L. Loubet, J-M Bergheau, *C.R. Mech.* **333** (2005) 389-395

- [20] G. Kermouche, J-L. Loubet, J-M Bergheau, *Mech. Mater.* **40** (2008) 271-283
- [21] M. Mata, M. Anglada, J. Alcala, *J. Mater. Res.* **17** (2002) 964-976
- [22] L. E. Samuels, T. O. Mulhearn, *J. Mech. Phys. Solids* **5** (1957) 125-134
- [23] M. M. Chaudhri, *Acta mater.* **46** (1998) 3047-3056
- [24] M. M. Chaudhri, *Phys. Stat. Sol. (a)* **182** (2000) 641-652
- [25] J.R. Matthews, *Acta Met.* **28** (1980) 311-318
- [26] G. Sundararajan, Y. Tirupataiah, *B. Mater. Sci.* **17** (1994) 747-770
- [27] Y. J. Park, G.M. Pharr, *Thin Solid Films* **447-448** (2004) 246-250
- [28] O. Bartier, X. Hernot, *Mat. Tech.* **96** (2009) 19-30
- [29] K.L. Johnson, *Contacts Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK 1985
- [30] D. J. Mesarovic, N. A. Fleck, *Proc. R. Soc. Lond. A* **455** (1999) 2707-2728
- [31] O. Bartier, X. Hernot, *Int. J. Solids Struct.* **49** (2012) 2015–2026
- [32] A. E. Giannakopoulos, P.L Larsson, R. Vestergaard, *Int. J. Solids Struct.* **31** (1994) 2679-2708
- [33] M. Mata, J. Alcala, *J. Mech. Phys. Solids* **52** (2004) 145–165
- [34] J.M. Antunes, L.F. Menezes, J.V. Fernandes, *Int. J. Solids Struct.* **43** (2006) 784–806

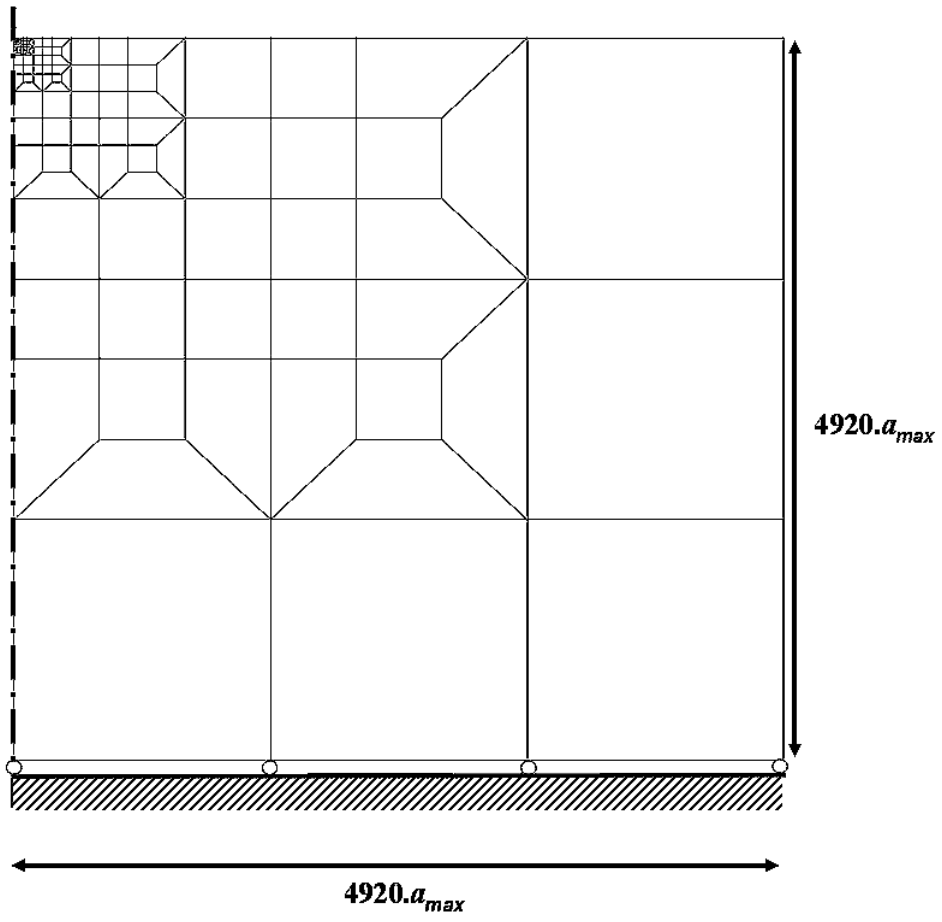


Figure 1 :

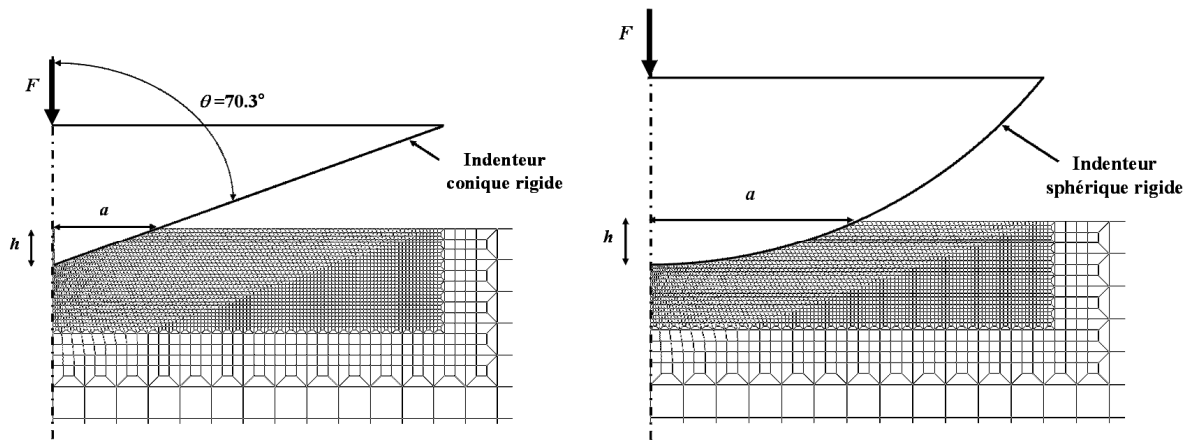


Figure 2

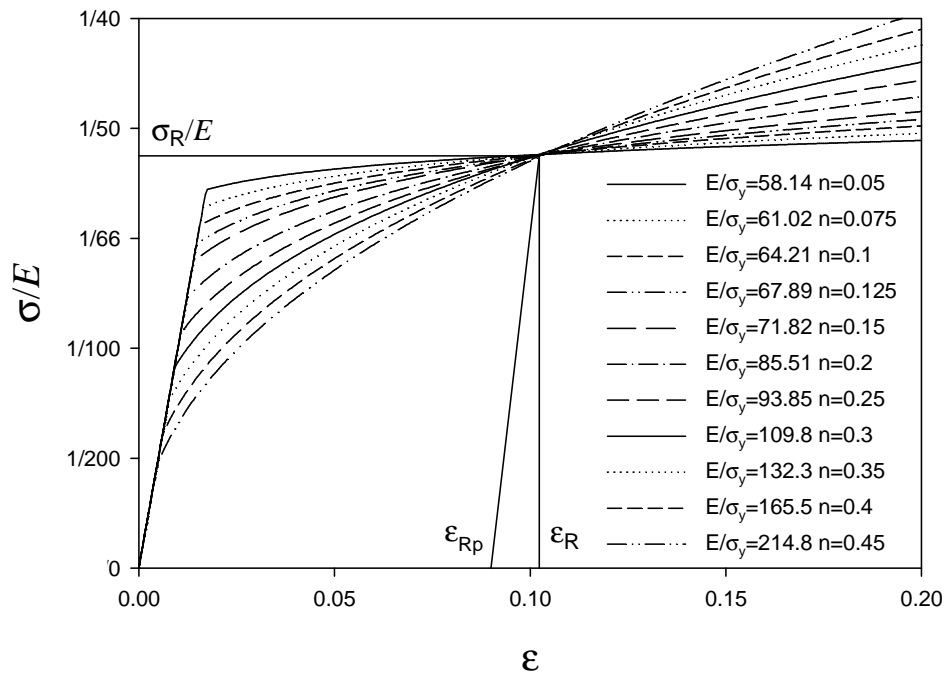
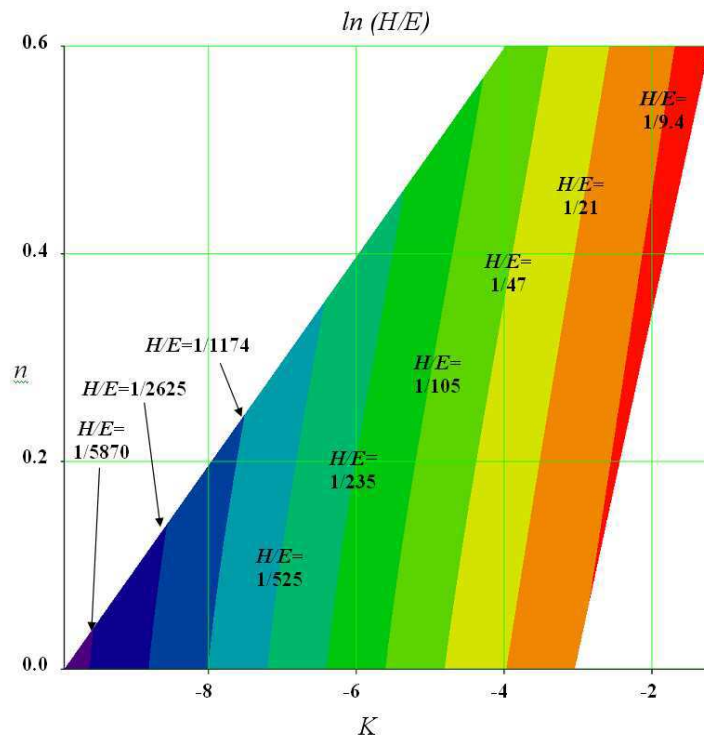
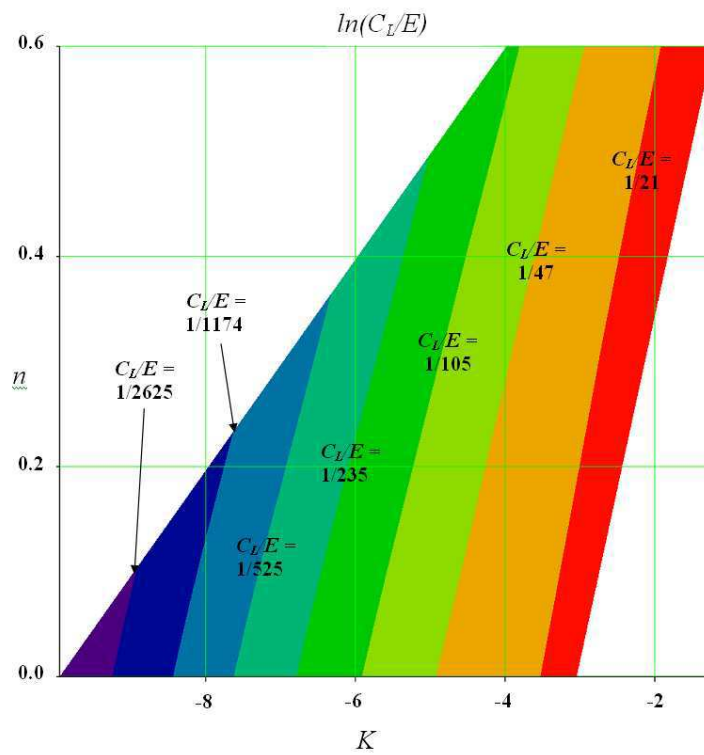


Figure 3





(a)



(b)

Figure 4

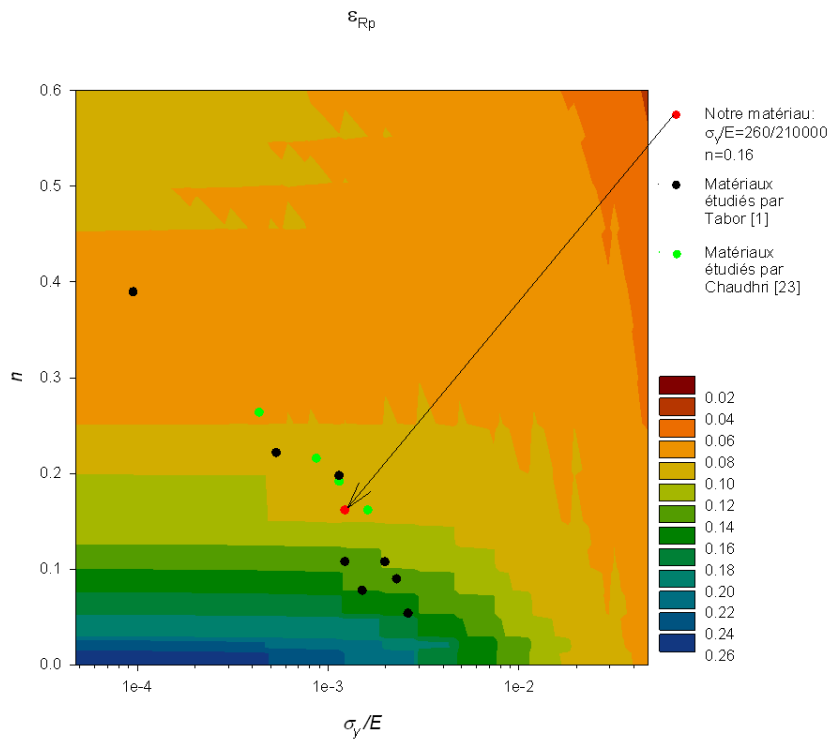
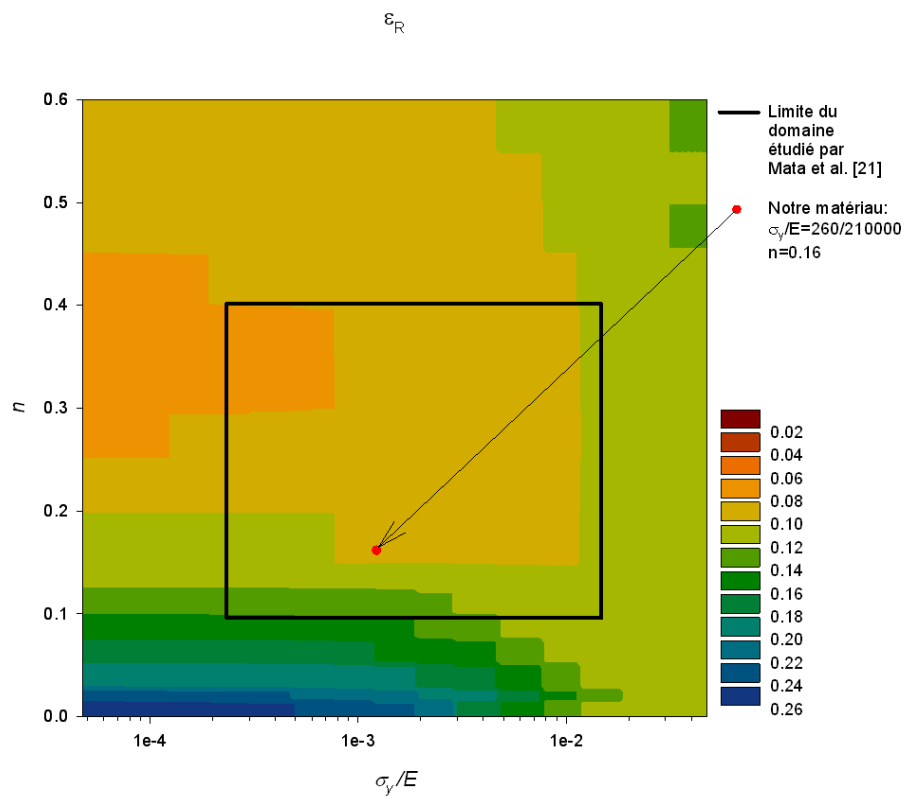


Figure 5

Cf

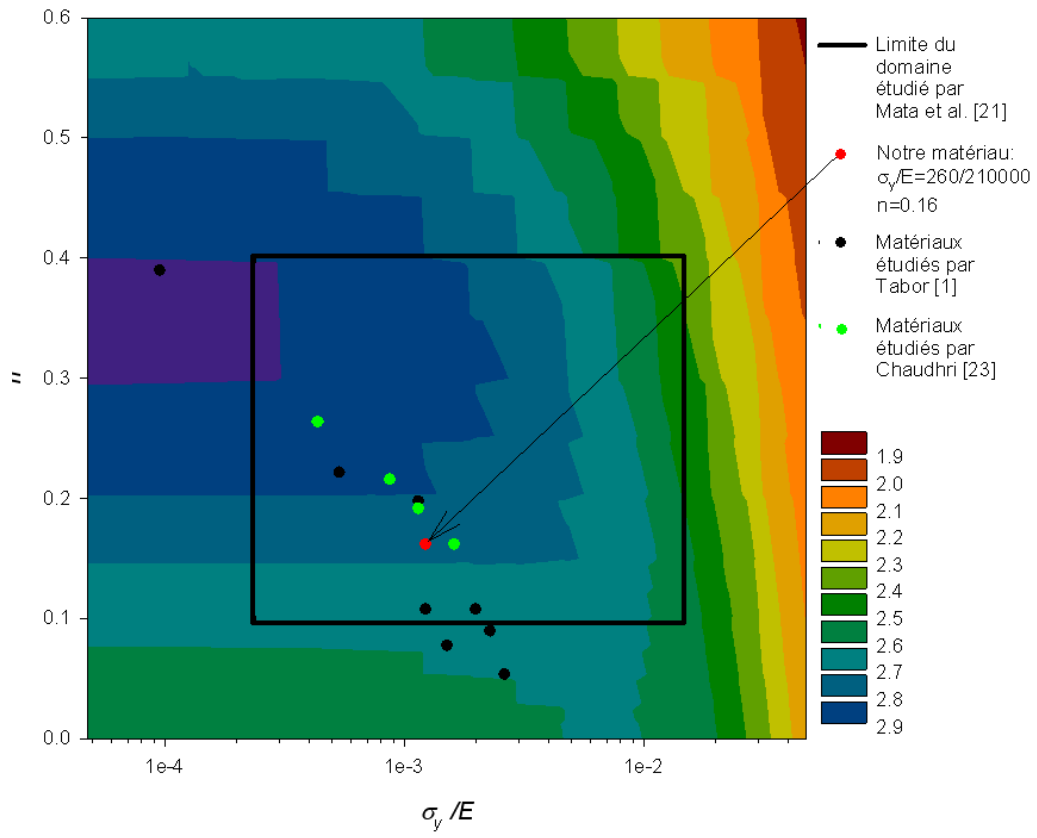
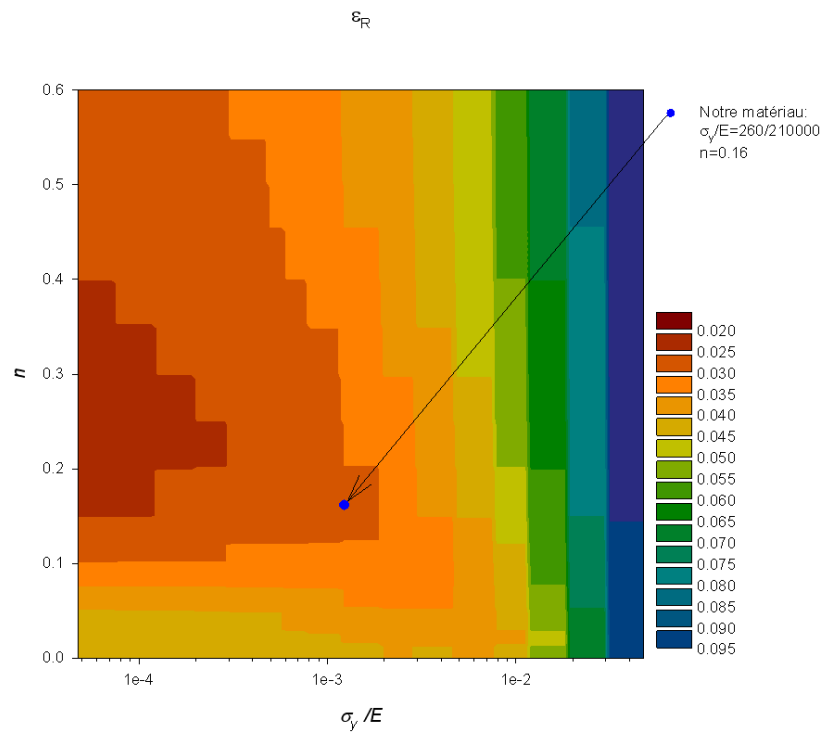
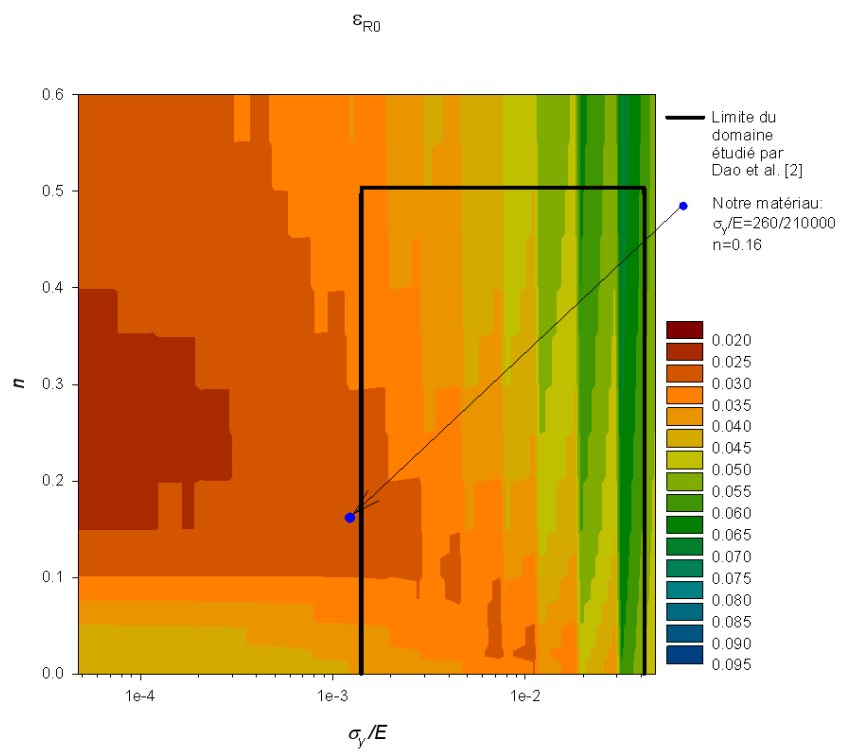


Figure 6



(a)



(b)

Figure 7

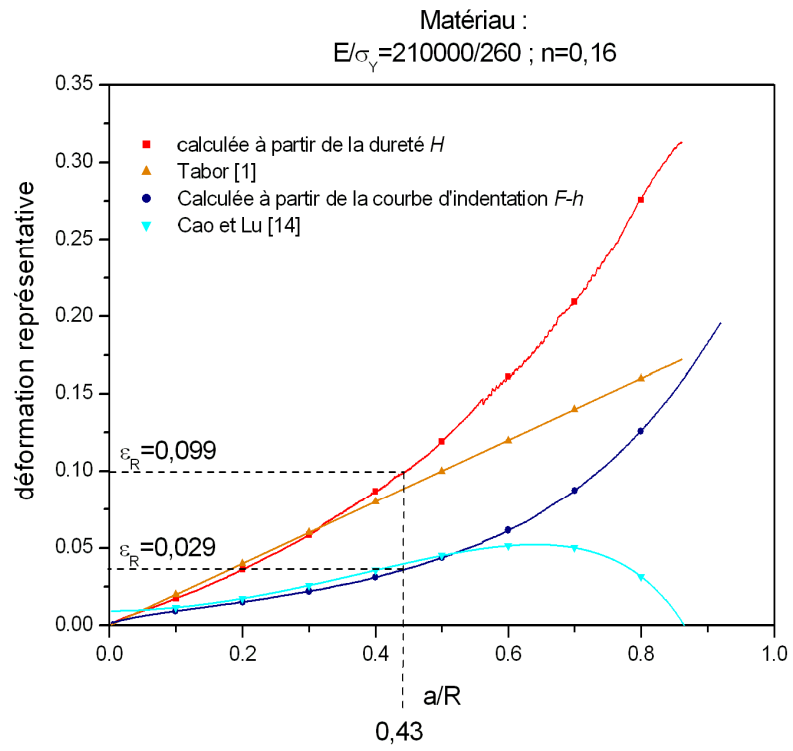


Figure 8

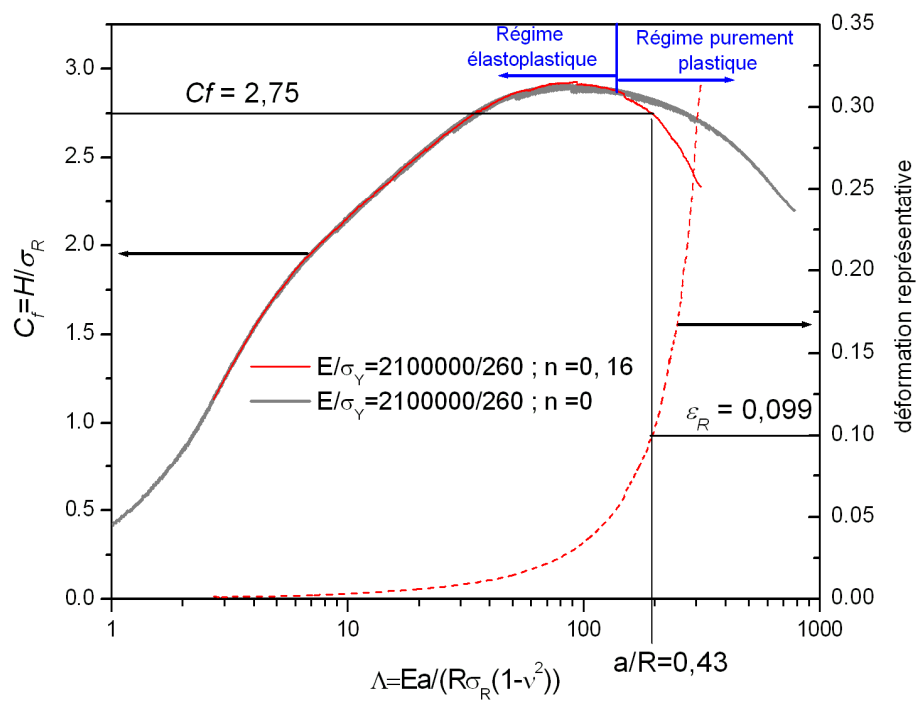


Figure 9

|                  |        |       |       |       |      |
|------------------|--------|-------|-------|-------|------|
| E (MPa)          |        |       |       |       |      |
| 210000           |        |       |       |       |      |
| $\sigma_y$ (MPa) |        |       |       |       |      |
| 10               | 16     | 25    | 40    | 63    | 100  |
| 160              | 250    | 400   | 630   | 1000  | 1600 |
| 2500             | 4000   | 6300  | 10000 |       |      |
| N                |        |       |       |       |      |
| 0                | 0.0125 | 0.025 | 0.05  | 0.075 | 0.1  |
| 0.125            | 0.15   | 0.2   | 0.25  | 0.3   | 0.35 |
| 0.4              | 0.45   | 0.5   | 0.55  | 0.6   |      |

*Tableau 1*

Figure 1 : Maillage et conditions aux limites.

Figure 1: Mesh and boundary conditions.

Figure 2 : Raffinement du maillage dans la zone plastifiée (ce maillage est utilisé dans le cas de l'indentation conique et sphérique).

Figure 2: Refinement of the mesh at the surface (mesh used for conical and spherical indentation).

Figure 3 : Lois d'écrouissage de matériaux présentant un rapport  $H/E$  égal à  $1/21$  en indentation Vickers.

Figure 3:  $\sigma - \varepsilon$  curves for materials with  $H/E = 1/21$  in Vickers indentation.

Figure 4 : Evolution des rapports  $H/E$  (a) et  $C_L/E$  (b) en fonction des paramètres  $n$  et  $K$  des matériaux étudiés.

Figure 4:  $H/E$  (a) and  $C_L/E$  (b) ratios for the various values of  $n$  and  $K$  parameters studied in this work.

Figure 5 : Déformation représentative calculée à partir de la dureté dans le cas de l'indentation Vickers. a) Déformation représentative totale, b) déformation représentative plastique.

Figure 5: Representative strain calculated from the mean pressure,  $H$ , in the case of Vickers indentation. a) Total representative strain, b) Plastic representative strain.



Figure 6 : Valeurs du facteur de confinement,  $C_F$ , obtenues à partir des valeurs de déformation représentative.

Figure 6: Values of the Constraint Factor,  $C_F$ , obtained from the representative strain.

Figure 7 : Déformation représentative de l'indentation Vickers issue de la mesure de la courbe d'indentation  $F-h$ . a) déformation représentative totale. b) déformation correspondante à la différence entre la déformation totale et la déformation élastique maximale,  $\sigma_y/E$ .

Figure 7: Representative strain obtained from the Vickers indentation curve,  $F-h$ . a) Totale representative strain, b) Representative strain corresponding to the nonlinear part of the total effective strain accumulated beyond the yield strain.

Figure 8 : Evolution des déformations représentatives issues de la dureté,  $H$ , et de la courbe d'indentation,  $F-h$ , en fonction du rapport  $a/R$  dans le cas de l'indentation sphérique.

Figure 8: Representative strains versus dimensionless contact radius,  $a/R$ , in the case of spherical indentation.

Figure 9 : Evolutions du facteur de confinement et de la déformation représentative issue de la dureté,  $H$ , obtenues pour un matériau de paramètres  $E/\sigma_y=210000/260$  et  $n=0,16$  indenté par une sphère.

Figure 9: Representative strain and Constraint Factor obtained from the hardness,  $H$ , for a material with  $E/\sigma_y=210000/260$  et  $n=0.16$ , in the case of spherical indentation.

Tableau 1 : valeurs des paramètres mécaniques des matériaux étudiés en indentation  
Vickers.

Table 1: Values of the mechanical properties of the studied materials for Vickers  
indentation.