

Étude du Parallélisme de la Décomposition QR Appliquée aux Systèmes LTE Advanced

Sébastien Aubert, Fabienne Nouvel, Pier Lorenzo Bianchini, Antoine Biscaino, Nicolas Dioli

▶ **To cite this version:**

Sébastien Aubert, Fabienne Nouvel, Pier Lorenzo Bianchini, Antoine Biscaino, Nicolas Dioli. Étude du Parallélisme de la Décomposition QR Appliquée aux Systèmes LTE Advanced. Colloque Majecstic, Nov 2009, Avignon, France. 8 p. hal-00444369

HAL Id: hal-00444369
https://hal.science/hal-00444369

Submitted on 6 Jan 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MajecSTIC 2009
Avignon, France, du 16 au 18 novembre 2009

Étude du Parallélisme de la Décomposition QR Appliquée aux Systèmes LTE Advanced

Sébastien Aubert[1, 2], Fabienne Nouvel[1],
Pier Lorenzo Bianchini[3], Antoine Biscaino[3] et Nicolas Dioli[3]

(1) Laboratoire IETR (INSA); 20, avenue des buttes de Coësmes; CP 35043 Rennes, France.
(2) ST-Ericsson; 505, route des Lucioles; CP 06560 Sophia-Antipolis, France.
(3) Polytech'Nice-Sophia; 930, route des Colles - BP 145; CP 06903 Sophia-Antipolis, France.

Contact : sebastien.aubert@stericsson.com

Résumé
La Décomposition QR (DQR) est une étape essentielle, bien que sous-estimée, des techniques de détection pseudo-linéaires telles que l'Annulation Successive d'Interférences (ASI) ou le Décodeur Sphérique (DS) dans les systèmes *Multiple Input Multiple Output* (MIMO). Les contraintes d'implantation nécessitent de déterminer un compromis entre complexité, la plus proche possible des détecteurs linéaires, et performances, les plus proches possible de celles du Maximum de Vraisemblance (MV). Dans cet article, les complexités et les performances de différents algorithmes de DQR sont étudiées, avec une attention particulière portée au parallélisme potentiel, et une solution adaptée au contexte *Long Term Evolution Advanced* (LTE-A) est proposée.

Abstract
The QR Decomposition (QRD) is an important, but often underestimated prerequisite for pseudo-linear or non linear detection methods such as Successive Interference Canceler (SIC) or Sphere Decoding for Multiple Input Multiple Output (MIMO) systems. Implementation constraints imply a complexity/performance trade-off, using linear equalizers and Maximum Likelihood (ML) as a reference. In this article, QRD techniques are studied in terms of complexity and performances, and a special attention is paid to the potential parallelism. An interesting possibility is then exposed in the Long Term Evolution Advanced (LTE-A) context.

Mots-clés : Détection MIMO, Décomposition QR, parallélisme

Keywords: MIMO Detection, QR Décomposition, parallelism

---

1. Introduction

Dans le contexte des communications mobiles, les systèmes multi-antennes *Multiple Input Multiple Output* (MIMO) permettent d'obtenir des augmentations importantes de la capacité et/ou de la qualité de la transmission. Leur principe est de disposer plusieurs antennes en émission et plusieurs antennes en réception, ce qui permet de transmettre des flux différents ou d'apporter de la diversité spatiale, afin d'améliorer le débit ou la qualité de la transmission, respectivement. Évolution des standards *Universal Mobile Telecommunications System* (UMTS) et *Long Term Evolution* (LTE), la technologie *LTE-Advanced* (LTE-A) tire parti des possibilités du MIMO (jusqu'à 8 antennes émettrices et 8 réceptrices) en les associant à la modulation *Orthogonal Frequency Division Multiplexing* (OFDM). Cependant, l'association des deux techniques entraîne un accroissement important des complexités du système, en particulier au niveau du récepteur.
En considérant un système MIMO $n_E \times n_R$ à multiplexage spatial, constitué de n_E antennes émettrices et de n_R antennes réceptrices, le flot de données est démultiplexé en $k = \min(n_E, n_R)$ flots secondaires, transmis indépendamment. Le vecteur des symboles transmis à un instant

donné est noté $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^k$, et est tel que $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_0 & \dots & x_{k-1} \end{pmatrix}^T$ où $x_i \in \xi$, et ξ est le dictionnaire symboles de la modulation. On considère un canal à évanouissements plats dans les bandes de fréquences du symbole OFDM utilisées et une synchronisation parfaite. Le vecteur des symboles reçus, noté $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{n_R}$, s'exprime alors sous forme matricielle : $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$, avec la matrice de canal $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{n_R \times n_E}$ supposée connue à la réception. Ses coefficients sont notés h_{ij} et caractérisent les gains des sous-canaux de l'antenne émettrice j vers l'antenne réceptrice i, tels que $h_{ij} \backsim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0},\ \sigma_H^2)$ où $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}$ est la loi normale complexe. Le vecteur de bruit additif blanc gaussien $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{n_R}$ est noté $\mathbf{n} = \begin{pmatrix} n_0 & \dots & n_{n_R-1} \end{pmatrix}^T$ et est tel que $n_i \backsim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{0},\ \sigma_n^2)$.
L'objet du détecteur dans le récepteur est alors de retrouver le vecteur des symboles transmis le plus correctement possible, au travers de deux grandes familles : classiquement les égaliseurs linéaires et les détecteurs non linéaires.
Les techniques dites d'égalisation linéaire, très classiques, ont pour principe de multiplier le signal reçu par une matrice d'égalisation puis de quantifier les symboles du vecteur dans le dictionnaire de symboles de la modulation, de façon indépendante. Si leurs performances restent limitées, notamment à cause de leur approche des Interférences Entre Symboles (IES) qui sont considérées comme un bruit à éliminer, elles servent de référence en termes de complexité de calcul.
L'approche des détecteurs est différente. Les IES sont considérées comme une information supplémentaire, ce qui permet d'atteindre des performances presque optimales en termes de Taux d'Erreur Binaire (TEB), au prix d'une complexité de calcul plus importante. La solution de référence est le Maximum de Vraisemblance (MV), qui effectue une minimisation des distances Euclidiennes des vecteurs de symboles possiblement transmis (Équation 1), au prix d'une recherche exhaustive :

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x} \in \xi^{n_E}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2, \tag{1}$$

où $\hat{\mathbf{x}}$ est l'estimation du vecteur de symboles transmis.
Cette solution, inenvisageable lorsque qu'elle est associée à la technologie MIMO OFDM et dans le cas de modulations d'ordre élevé, sert de référence à des techniques dites quasiment-optimales, qui constituent un sujet de recherche dynamique.
Une grande famille de ces algorithmes efficaces comme les Décodeurs Sphériques (DS) ou même des techniques plus traditionnelles comme les Annulateurs Successifs d'Interferences (ASI) utilisent la Décomposition QR comme point de départ, étape essentielle bien que sous-estimée dans ce contexte.
Ces techniques sont relativement complexes et nécessitent une puissance de calcul importante, surtout par rapport aux processeurs présents dans les systèmes embarqués. La solution envisagée doit privilégier le parallélisme dans les architectures, qui résout ce problème. Ceci met en évidence l'importance de l'étude du parallélisme potentiel des algorithmes de DQR classiques dans cet article, et justifie la présentation d'une version parallèle à complexité réduite qui en découle.
Cet article est organisé de la façon suivante : l'utilité de la DQR dans les détecteurs est précisée et un état de l'art des DQR classiques est réalisé en Section 2. Puis, les résultats de l'étude en termes de complexités, de performances et de parallélisme algorithmique des techniques présentées sont proposés en Section 3 pour offrir une conclusion sur la technique la plus appropriée en Section 4.

2. La Décomposition QR

2.1. Définition de la Décomposition QR par rapport au système considéré

La DQR permet d'exprimer la matrice $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{n \times m}$, avec n différent de m, en un (non unique) produit de matrices $\mathbf{QR}$, où $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{n \times k}$ est une matrice orthonormale ($\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^{-1}$) et $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{k \times m}$ une matrice triangulaire supérieure.
Dans notre contexte d'étude particulier, l'intérêt de la DQR est de permettre une simplification du problème du calcul des distances Euclidiennes, sans connaissance de la matrice de canal $\mathbf{H}$ à l'émission (en boucle ouverte). En effet, la forme triangulaire supérieure de la matrice $\mathbf{R}$ implique que le vecteur reçu équivalent $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Q}^H\mathbf{y}$ peut être en partie retrouvé sans IES. L'équation du MV (Équation 1) est alors exprimée sous la forme

$$\hat{\mathbf{x}} = \underset{\mathbf{x} \in \xi^{n_E}}{\operatorname{argmin}} \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2, \tag{2}$$

et reste équivalente à l'expression de l'Équation 1 car les propriétés du bruit $\tilde{\mathbf{n}} = \mathbf{Q}^{H}\mathbf{n}$ restent les mêmes que celles du bruit d'origine $\mathbf{n}$.
L'ASI est un détecteur classique qui, bien qu'aujourd'hui délaissé en pratique pour des détecteurs plus complexes mais plus performants comme le Décodeur Sphérique [1], permet une évaluation objective de la technique de DQR préalable. Il s'agit d'obtenir l'estimée $\hat{\mathbf{x}}_k$ de $\mathbf{x}_k$, pour tout k allant de l'antenne n_E à l'antenne 1, par quantification successive dans ξ :

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \mathcal{Q}_\xi \left\{ \frac{\mathbf{y}_k - \sum_{i=k+1}^{n_E} \mathbf{R}_{k,\,i}\mathbf{x}_i}{\mathbf{R}_{k,\,k}} \right\}, \tag{3}$$

avec une notation MATLAB[1]. Ainsi les IES sont annulées successivement, symbole par symbole.
L'évocation des différentes techniques de DQR de base est un sujet académique classique, dans le cas des matrices réelles. Les algorithmes et les résultats présentés dans la suite de l'article s'appliquent aux matrices complexes, cas de figure nécessaire dans le contexte LTE-A, sauf mention contraire.

2.2. État de l'art des décompositions QR

2.2.1. Orthonormalisation de Gram Schmidt

L'algorithme de DQR le plus communément utilisé est l'orthonormalisation de Gram Schmidt (GS).
Son principe général [2,3] est d'obtenir une base orthonormale $\mathbf{Q}$ par un procédé d'orthonormalisation qui utilise une étape d'orthogonalisation, à l'aide de projections orthogonales, et une étape de normalisation. Ce procédé parcourt les vecteurs de la matrice $\mathbf{H}$ de façon itérative.
L'illustration de la technique classique est donnée dans l'Algorithme 1 dans une version orientée MATLAB.
Cette méthode étant instable [2], il existe une variante stable décrite dans l'Algorithme 2.

Algorithme 1 : GS classique

Entrées : $\mathbf{H}$
Sorties : $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$

```
Initialisation : Q ← H, R ← 0
pour j = 1, ··· , n_E faire
    pour i = 1, ··· , j − 1 faire
        R_{i,j} ← Q^H_{:,i} Q_{:,j}
        Q_{:,j} ← Q_{:,j} − R_{i,j} Q_{:,i}
    R_{j,j} ← Q^H_{:,j} Q_{:,j}
    Q_{:,j} ← Q_{:,j} / R_{j,j}
```

2.2.2. Triangularisation de Householder

Un autre algorithme de DQR classique est la triangularisation de Householder (HH).
Son principe général [2, 3] est d'obtenir une matrice triangulaire supérieure $\mathbf{R}$ par un procédé de transformation, en utilisant une matrice de réflexion. Cette matrice de réflexion, également appelée matrice de Householder, permet d'annuler tous les coefficients d'un vecteur-colonne sauf le premier élément dont la valeur est la norme de ce même vecteur-colonne. Ce procédé parcourt les vecteurs de la matrice $\mathbf{H}$ de façon itérative. L'illustration de la technique est donnée dans l'Algorithme 3 dans une version orientée MATLAB, avec $\mathbf{e}_1$ désignant la première composante d'un vecteur, et permet finalement de retrouver la matrice $\mathbf{Q}$.
Les algorithmes qui viennent d'être évoqués sont itératifs et donc séquentiels par nature.

[1] Les algorithmes présentés utilisent la notation MATLAB conventionnelle, *i.e.* $\mathbf{A}_{n,\,n}$ correspond au $(n,\,n)$-ième élément de la matrice $\mathbf{A}$, $\mathbf{A}_{:,\,n}$ correspond au n-ième vecteur-colonne de $\mathbf{A}$ et $\mathbf{A}_{n:N,\,n}$ correspond aux éléments n à N du n-ième vecteur-colonne de $\mathbf{A}$

Algorithme 2 : GS stable

Entrées : $\mathbf{H}$
Sorties : $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$

Initialisation : $\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{H}$, $\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{0}$
pour $i = 1, \cdots, n_E$ **faire**
  $\mathbf{R}_{i,\,i} \leftarrow \mathbf{Q}_{:,\,i}^H \mathbf{Q}_{:,\,i}$
  $\mathbf{Q}_{:,\,i} \leftarrow \mathbf{Q}_{:,\,i} / \mathbf{R}_{i,\,i}$
  pour $j = i + 1, \cdots, n_E$ **faire**
    $\mathbf{R}_{i,\,j} \leftarrow \mathbf{Q}_{:,\,i}^H \mathbf{Q}_{:,\,j}$
    $\mathbf{Q}_{:,\,j} \leftarrow \mathbf{Q}_{:,\,j} - \mathbf{R}_{i,\,j} \mathbf{Q}_{:,\,i}$

Algorithme 3 : HH

Entrées : $\mathbf{H}$, i
Sorties : $\mathbf{R}$

$\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{H}$ **pour** $i = 1, \cdots, n_E$ **faire**
  $\mathbf{v}_i \leftarrow sgn(\mathbf{H}_{i:n_R,\,i}) \left\|\mathbf{H}_{i:n_r,\,i}\right\|_2 \mathbf{e}_1 + \mathbf{H}_{i:n_R,\,i}$
  $\mathbf{v}_i \leftarrow \mathbf{v}_i / \left\|\mathbf{v}_i\right\|_2$
  $\mathbf{H}_{i:n_R,\,i:n_E} \leftarrow \mathbf{H}_{i:n_R,\,i:n_E} - 2\mathbf{v}_i \left(\mathbf{v}_i^H \mathbf{H}_{i:n_R,\,i:n_E}\right)$

2.2.3. Rotations de Givens

Une technique moins souvent évoquée que les deux précédentes mais très utilisée dans les systèmes embarqués pour sa stabilité numérique [4] est la technique des Rotations de Givens (RG). Son principe général [5] est d'annuler les coefficients de la matrice $\mathbf{H}$ de telle sorte qu'une forme triangulaire supérieure soit finalement obtenue. La technique des RG est la seule qui ne soit pas itérative et qui possède ainsi un potentiel de parallélisation qui est exploré dans la Section 2.2.4. L'algorithme 4 décrit l'algorithme des RG qui calcule la matrice de rotation de Givens Θ telle que les éléments de $\mathbf{H}$ sont annulés, vecteur-colonne par vecteur-colonne :

Algorithme 4 : RG

Entrées : $\mathbf{H}$
Sorties : $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$

Initialisation : $\mathbf{Q} \leftarrow \mathbf{I}, \mathbf{R} \leftarrow \mathbf{H}$
pour $k = 1, \cdots, n_E$ **faire**
  pour $i = k + 1, \cdots, n_R$ **faire**
    $[x,\, y] \leftarrow [\mathbf{H}_{k,\,k},\, \mathbf{H}_{i,\,k}]$
    $\alpha \leftarrow \frac{\mathbf{H}(k,\,k)}{\|\mathbf{H}(k{:}i,\,k)\|}$
    $\beta \leftarrow \frac{\mathbf{H}(i,\,k)}{\|\mathbf{H}(k{:}i,\,k)\|}$
    $\Theta \leftarrow \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix}$
    $[\mathbf{H}_{k,\,k:n_E};\, \mathbf{H}_{i,\,k:n_E}] \leftarrow \Theta[\mathbf{H}_{k,\,k:n_E};\, \mathbf{H}_{i,\,k:n_E}]$
    $[\mathbf{Q}_{1:n_R,\,k};\, \mathbf{Q}_{i:n_R,\,i}] \leftarrow [\mathbf{Q}_{1:n_R,\,k};\, \mathbf{Q}_{i:n_R,\,i}]\Theta^H$

2.2.4. Rotations de Givens parallèles

La technique des RG Parallèles (RGP) permet d'effectuer des opérations indépendamment, et donc de réaliser des opérations en parallèle [2].
Leur principe est illustré dans le cas d'une matrice réelle de taille 4×4. L'Équation 4 donne une idée du fonctionnement des RG classiques pour finalement trianguläriser la matrice **H** et ainsi obtenir :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} x & x & x & x \\ 1 & x & x & x \\ 2 & 4 & x & x \\ 3 & 5 & 6 & x \end{bmatrix}, \tag{4}$$

où les coefficients x représentent des coefficients de la matrice **H** qui sont modifiés par la DQR, mais non nécessaires pour illustrer les étapes de triangularisation, et 1 représente le premier coefficient de **H** à être annulé, 2 le second et ainsi de suite. On note donc que 6 étapes d'annulation sont nécessaires dans le cas d'une matrice 4×4, et qu'aucune n'est indépendante des autres.
L'Équation 5 illustre le fonctionnement des RG parallèles pour finalement trianguläriser la matrice **H** et ainsi obtenir :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} x & x & x & x \\ 1 & x & x & x \\ 2 & 3 & x & x \\ 3 & 4 & 5 & x \end{bmatrix}, \tag{5}$$

où on note que deux coefficients ont été annulés à l'étape 3 grâce à leur indépendance. On en déduit un gain de parallélisme algorithmique qui augmente avec la taille de la matrice et dont le bilan est donné en Section 3.
Dans la Figure 1, une architecture constituée de 8 tubes est représentée trivialement, et permet d'illustrer tout l'intérêt de la méthode. Les cases blanches correspondent à un tube inoccupé et les cases rouges à un tube en train d'effectuer un calcul, sans faire intervenir de notion fine. Ce calcul peut ainsi correspondre au calcul de la matrice de rotation ou à l'annulation d'un coefficient de **R**, à l'obtention de la forme triangulaire ou au calcul de **Q**, indifféramment.
Le parallélisme potentiel des RG a été évoqué, et peut maintenant être associé à une réduction

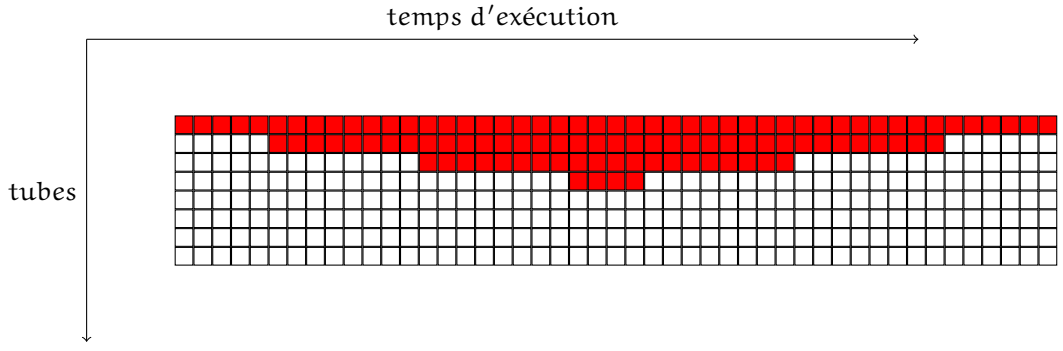


Figure 1: Illustration du parallélisme sur une matrice réelle 4×4

de la complexité de la DQR.

2.2.5. Rotations de Givens parallèles à complexité réduite

La technique des RGP à Complexité Réduite (RGPCR) permet d'effectuer des opérations en parallèle en évitant les opérations redondantes, lié au calcul en parallèle des parties réelles et imaginaires, et surtout en ne calculant pas explicitement la matrice **Q**.

Pour cela, une version étendue de la matrice de canal

$$\underline{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{y} \end{bmatrix} \tag{6}$$

peut-être utilisée [6]. L'intérêt est de réduire la complexité de la DQR. En effet, seule la forme triangulaire de cette matrice après DQR est utile puisqu'on montre que $\underline{\mathbf{R}}$ correspond à

$$\underline{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \tilde{\mathbf{y}} \end{bmatrix}, \tag{7}$$

où $\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{Q}^{\mathrm{H}}\mathbf{y}$, ce qui permet malgré tout d'utiliser l'ASI. Le calcul de la matrice $\mathbf{Q}$ devient donc inutile, au seul prix du calcul de $\mathbf{R}$ pour une seule dimension supérieure. Ce résultat est d'autant plus avantageux qu'il doit être fait explicitement avec la technique des RG, ce qui réduit fortement la complexité de la technique.
On montre dans la Section 3 la diminution de complexité et la conservation des performances de la technique proposée.

3. Résultats

3.1. Complexité

Dans la Figure 2, les complexités[2] des techniques de DQR présentées précédemment sont représentées. Aux complexités de la DQR ont été ajoutées les complexités nécessaires au calcul de $\tilde{\mathbf{y}}$.

Les simulations de la Figure 2 confirment les complexités théoriques évoquées en théorie [2].

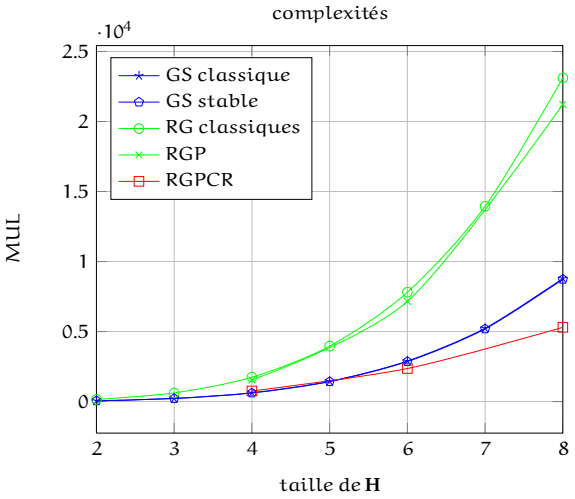


Figure 2: Illustration de la complexité de différentes techniques de DQR en fonction de la taille de la matrice à décomposer.

Les RG classiques nécessitent plus d'opérations que GS : elles sont 164% plus complexes que GS pour une matrice complexe 8×8. La complexité importante des RG par rapport à GS est dûe à la nécessité de calculer explicitement la matrice $\mathbf{Q}$. La technique des RGPCR offre les meilleurs résultats en termes de complexité : RGPCR est 39% moins complexe que les GS et 77% moins complexe que les RG pour une matrice complexe 8×8.
Les résultats de complexités qui ont été présentés ici offrent des performances identiques, ce qui va être vérifié en Sous-section 3.3, ainsi que l'équivalence des stabilités numériques [3] dans le contexte LTE-A.

[2] On considère qu'un produit réel requiert 1 MUL, une addition réelle 0 MUL, une division réelle 16 MUL, une racine carrée 32 MUL.

3.2. Parallélisme

Le taux de parallélisme des algorithmes de DQR de GS en référence et des RGPCR est tracé en Figure 3 pour des matrices complexes de tailles 2×2 à 8×8. La technique proposée de RGPCR

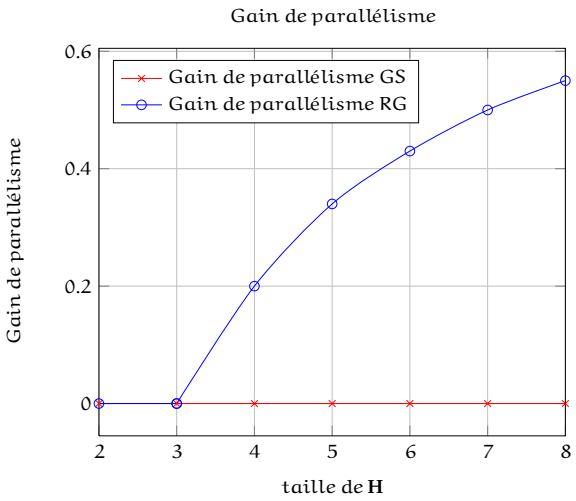


Figure 3: Illustration du parallélisme algorithmique en fonction de la taille de la matrice à décomposer.

est meilleure en termes de complexité que les DQR classiques, et permet surtout l'introduction de parallélisme, qui est un facteur clé. Les performances ne sont pas altérées comme cela est démontré dans la Section 3.3.

3.3. Performances

Les performances en termes de TEB sont données dans cette Sous-section pour l'ASI décrit précédemment. Dans la Figure 4, les performances de l'ASI de référence (avec la DQR de MATLAB) et de l'ASI qui utilise RGPCR sont représentées en fonction du Rapport Signal à Bruit (RSB) pour une matrice de canal complexe de taille 8×8.

Les performances sont comparées à celles de la technique d'égalisation linéaire du Forçage à Zéro (FZ), référence en termes de complexité et associée à des performances faibles. Les performances de la technique du MV, référence en termes de performances, ne sont pas données car irréalisables dans le cas d'une matrice 8×8 : dans l'exemple d'une modulation à quatre états sur chaque antenne, $4^8 = 65536$ calculs de distances Euclidiennes sont nécessaires pour décoder seulement 16 bits. Le temps de la simulation est trop long, même s'il ne s'agissait pas de respecter des contraintes temps-réel.

Les performances de l'ASI sont meilleures que celle de l'égaliseur du FZ, pour une complexité qui reste faible et avec un pré-traitement parallélisé.

Il est envisageable d'améliorer les performances du détecteur en utilisant des DQR particulièrement favorables, appelées DQR ordonnées. L'étude n'aura pas porté sur l'aspect détection qui est également sujet à de nombreuses optimisations.

4. Conclusion

L'étude présentée dans cet article concerne le parallélisme potentiel de différents algorithmes de DQR. Une méthode a été privilégiée pour des raisons de complexité, comme cela est fait classiquement, et de parallélisme potentiel, qui nécessite d'être confirmée par une simulation qui indiquera de façon fine le parallélisme de l'algorithme mais aussi de toutes les opérations.

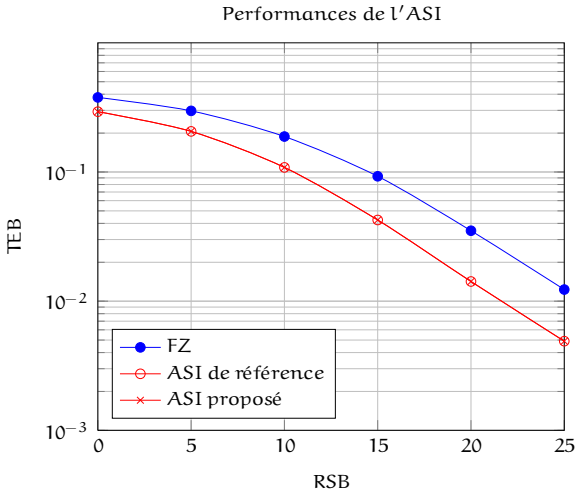


Figure 4: FZ, ASI de référence, ASI proposé pour des modulations à quatre états sur chaque antenne.

Bibliographie

1. B. Hassibi and H. Vikalo. On the sphere-decoding algorithm I. Expected complexity. *Signal Processing, IEEE Transactions on [see also Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE Transactions on]*, 53(8 Part 1):2806–2818, 2005.
2. N.J. Higham. *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*. Siam, 2002.
3. S. Aubert, F. Nouvel, and A. Nafkha. Complexity gain of QR Decomposition based Sphere Decoder in LTE receivers. *Vehicular Technology Conference, 2009. VTC 2009-Fall. 2009 IEEE 70th*, Sept 2009.
4. P. Luethi, A. Burg, S. Haene, D. Perels, N. Felber, and W. Fichtner. VLSI Implementation of a High-Speed Iterative Sorted MMSE QR Decomposition. *Circuits and Systems, 2007. ISCAS 2007. IEEE International Symposium on*, pages 1421–1424, May 2007.
5. L. Hogben. *Handbook of linear algebra*. CRC Press, 2007.
6. Y. T. Hwang and W. D. Chen. A Low Complexity Complex QR Factorization Design for Signal Detection in MIMO OFDM Systems. *Circuits and Systems, 2008. ISCAS 2008. IEEE International Symposium on*, pages 932–935, May 2008.